# Unsicherheit von makroökonomischen Prognosen

Seit 2007 publiziert die Bundesbank ihre Prognosen über die künftige volkswirtschaftliche Entwicklung in Deutschland. Auch andere Zentralbanken sind in der Vergangenheit zunehmend dazu übergegangen, ihre makroökonomischen Vorausschätzungen zu veröffentlichen. Dabei beschränken sie sich oftmals nicht auf Punktprognosen, sondern geben der Öffentlichkeit auch Einschätzungen darüber bekannt, wie unsicher diese Vorhersagen sind. Das Ausmaß der mit einer Prognose verbundenen Unsicherheit ist eine eigenständige wichtige Information für die Adressaten, insbesondere, wenn die Prognosen die Grundlage von Entscheidungen sein sollten.

Allerdings ist die Prognoseunsicherheit selbst unsicher und muss deshalb geschätzt werden. Die Unsicherheit der Bundesbank-Prognosen ist im Vergleich zu jener einfacher Prognosemodelle relativ gering und ähnlich jener anderer Institutionen. Der während der jüngsten Finanzkrise beobachtete scharfe und in diesem Ausmaß unerwartete Rückgang des Bruttoinlandsprodukts hat allerdings zu einem spürbaren Anstieg der geschätzten Prognoseunsicherheit für die Zukunft geführt. Seither wird der Möglichkeit extremer Ereignisse eine deutlich grö-Bere Wahrscheinlichkeit eingeräumt als vor der Finanzkrise.



#### Einleitende Bemerkungen

Die volkswirtschaftlichen Stäbe der Europäischen Zentralbank und der nationalen Zentralbanken des Euro-Raums erstellen halbjährlich makroökonomische Projektionen, die dem EZB-Rat als Informationsgrundlage für geldpolitische Entscheidungen vorgelegt werden. Seit Dezember 2007 publiziert die Bundesbank ihre in diesem Rahmen erstellten gesamtwirtschaftlichen Vorausschätzungen für die deutsche Wirtschaft.<sup>1)</sup>

Zusätzlich zu den Punktprognosen gibt die Bundesbank für die von der Öffentlichkeit am stärksten beachteten Größen – die Veränderungsraten des realen Bruttoinlandsprodukts (BIP) und des Harmonisierten Verbraucherpreisindex (HVPI) – Unsicherheitsmargen an.<sup>2)</sup> Auch andere Zentralbanken veröffentlichen regelmäßig Informationen zur Prognoseunsicherheit. So publiziert die EZB keine Punktprognosen, sondern Intervalle für die erwarteten künftigen Veränderungsraten des BIP und seiner Komponenten sowie des HVPI. In der Breite dieser Intervalle spiegelt sich das Ausmaß der Prognoseunsicherheit wider.

Informationen über Prognoseunsicherheit wichtig Informationen über die Unsicherheit von Prognosen sind in vielfacher Weise wichtig für die Erwartungen und das Handeln der Teilnehmer im Wirtschaftsleben. So richten sich zum Beispiel die Risikoprämien nominaler Anleihen unter anderem nach dem Ausmaß der Unsicherheit über zukünftig erwartete Inflationsraten. Je höher diese Unsicherheit ist, umso höher fallen die von einem risikoaversen Anleger verlangten Risikoprämien aus. Auch bei vielen anderen ökonomischen

Entscheidungsprozessen kommt der Kenntnis über die Prognoseunsicherheit eine wichtige Rolle zu. Wenn zum Beispiel Notenbanken zukünftige deflationäre Entwicklungen mit hoher Wahrscheinlichkeit ausschließen wollen, benötigen sie Informationen über die Unsicherheit der Inflationsprognosen. Dasselbe gilt in Bezug auf die Prognose des BIP für fiskalpolitische Entscheidungsträger, wenn diese etwa das Überschreiten einer bestimmten Defizitguote vermeiden wollen. Insgesamt ist es offensichtlich, dass die Fähigkeit, Aussagen über das Maß an Unsicherheit zukünftiger Entwicklungen treffen zu können, in vielerlei Hinsicht wirtschaftliche Entscheidungen beeinflusst.

## Ursachen für Prognoseunsicherheit, Konzepte ihrer Messung und Darstellungsformen

Prognosen werden – implizit oder explizit – mit Hilfe von statistischen Modellen erstellt.<sup>3)</sup> Prognosewerte werden dabei von der Struktur des Modells und seinen Parametern bestimmt sowie von vergangenen und zukünftigen Werten verschiedener Variablen. Letztere lassen sich unterteilen in endogene und exogene Variablen sowie Störgrößen. Endogene Variablen werden innerhalb des Modells er-

<sup>1</sup> Vgl. beispielsweise: Deutsche Bundesbank, Perspektiven der deutschen Wirtschaft: gesamtwirtschaftliche Vorausschätzungen 2008 und 2009, Monatsbericht, Dezember 2007, S.17 ff.

<sup>2</sup> Es handelt sich hierbei um das saison- und kalenderbereinigte BIP. Alle folgenden Aussagen zum BIP beziehen sich ebenfalls auf das reale, saison- und kalenderbereinigte BIP sowie die Originalwerte des HVPI.

<sup>3</sup> Für Beispiele von Prognosemodellen in der Bundesbank vgl.: Deutsche Bundesbank, Verfahren der Kurzfristprognose als Instrumente der Konjunkturanalyse, Monatsbericht, April 2009, S. 31 ff.

klärt, während exogene Größen das Ergebnis "von außen" beeinflussen. Exogene Variablen müssen daher zunächst selbst prognostiziert werden, bevor mit den Modellen Voraussagen erstellt werden können.<sup>4)</sup>

Verschiedene Ursachen für Unsicherheit bei der Vorhersage Ausgehend von diesen Überlegungen lassen sich grundsätzlich fünf Ursachen für Prognoseunsicherheit identifizieren: Datenunsicherheit, Parameterunsicherheit, Unsicherheit über zukünftige Störgrößen (Schocks), Unsicherheit über zukünftige exogene Variablen und Modellunsicherheit.

Datenunsicherheit liegt vor, wenn die beobachteten Variablen mit Messfehlern behaftet sind. So basieren zum Beispiel die ersten Veröffentlichungen der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen, die für die Prognose von großer Bedeutung sind, zum Teil noch auf Schätzungen und werden häufig in den folgenden Quartalen revidiert. Die für die Prognose verwendeten Werte weichen damit nicht selten von den tatsächlichen Daten ab.

Die Parameterunsicherheit wird entscheidend von der Größe der zur Schätzung des Modells zur Verfügung stehenden Stichprobe, also von der Länge der verfügbaren Zeitreihen, beeinflusst. Je länger diese Zeitreihen sind, desto geringer ist üblicherweise die Parameterunsicherheit. Dies ist allerdings nicht der Fall, wenn sich Parameterwerte im Zeitverlauf ändern.

Da jedes Modell nur eine Approximation der Realität ist, enthält es auch nicht prognostizierbare Störgrößen, deren Realisierung zum Zeitpunkt der Prognose unvorhersehbar ist. Ein Beispiel ist ein überraschend kalter Winter, der die Produktion in nicht vorauszusehender Weise beeinträchtigt. Auch die in der Prognose unterstellte zukünftige Entwicklung modellexogener Variablen wie jene des Ölpreises ist unsicher und weicht zumeist von der tatsächlichen Entwicklung ab.

Schließlich besteht auch Modellunsicherheit und es ist ungewiss, ob das zur Prognose verwendete Modell die wirtschaftlichen Zusammenhänge korrekt erfasst.

Aussagen, in welchem Ausmaß diese einzelnen Faktoren zur Prognoseunsicherheit beitragen, sind schwierig. Vor allem die Quantifizierung der Modellunsicherheit ist problematisch. Wenn ein Modell gegeben ist, kann allerdings - bezogen auf dieses Modell - der Einfluss der Datenunsicherheit, der Parameterunsicherheit, der Unsicherheit über die künftigen Störgrößen und der Unsicherheit über die künftige Entwicklung modellexogener Variablen prinzipiell abgeschätzt werden. Um die Unsicherheit über die künftige Entwicklung modellexogener Variablen und die Datenunsicherheit berücksichtigen zu können, müssen zunächst weitere Modelle aufgestellt werden, die zur Prognose der modellexogenen Variablen und zur Schätzung der Daten dienen, und in das eigentliche Modell zur Schätzung der Prognoseunsicher-

Messung der Unsicherheit mittels Modellen...

<sup>4</sup> Für eine Prognose der Inflationsrate kommen als modellendogene Variablen z.B. gegenwärtige und vergangene Inflationsraten, aber in größeren Modellen auch die aktuellen Werte von Löhnen, monetären Aggregaten oder der Kapazitätsauslastung infrage. Dagegen werden z.B. der Ölpreis oder der Mehrwertsteuersatz eher modellexogene Variablen sein, deren zukünftige Werte außerhalb des Modells – unter Umständen mit Hilfe eines anderen Modells – zu prognostizieren sind.



heit integriert werden. Die Prognoseunsicherheit dieses Modells kann dann mithilfe stochastischer Simulationen untersucht werden. <sup>5)</sup> Solche Simulationen liefern eine große Stichprobe prognostizierter Werte, welche als Realisationen von Zufallsvariablen angesehen werden, aus deren Streuung man schließlich Maße der Prognoseunsicherheit berechnen kann.

Eine modellbasierte Einschätzung der Prognoseunsicherheit ist also mit erheblichem Aufwand verbunden. Weiter gilt, dass in den meisten Fällen Prognosen nicht alleine auf der Basis von Modellen erstellt werden, sondern zusätzliche Informationen von außerhalb des Modellrahmens einfließen. Dazu gehören etwa Daten, die früher und in höherer Frequenz als die Modelldaten vorliegen. Eine modellbasierte Beurteilung der Prognosegenauigkeit kann somit vor allem in der kurzen Frist höchstens näherungsweise Ergebnisse liefern. Vor diesem Hintergrund ist es nicht verwunderlich, dass auf Modellen beruhende Abschätzungen der Prognoseunsicherheit in der Praxis bisher nur eine eingeschränkte Bedeutung haben.

Zu einer deutlich einfacheren Schätzung der Unsicherheit gelangt man mithilfe vergangener Prognosefehler. Damit werden implizit alle Unsicherheitsquellen berücksichtigt, die dazu beigetragen haben, dass die realisierten Werte von den prognostizierten Werten abweichen. Aus den Prognosefehlern der Vergangenheit können Streuungsmaße geschätzt und als Maß für die Unsicherheit aktueller Prognosen verwendet werden. Gängige geschätzte Streuungsmaße sind der

mittlere absolute Fehler (MAF) der Prognosen oder die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (WMQF).<sup>6)</sup>

Ein Problem dieser Methode kann allerdings darin bestehen, dass für die notwendigen Schätzungen oftmals nur wenige Prognosefehler verfügbar sind. In diesem Fall ist die Präzision der Schätzungen gering. 7) Außerdem können die empirischen Streuungsmaße einen über die Prognosehorizonte nicht monotonen Verlauf nehmen, während man in der Regel erwartet, dass die Prognoseunsicherheit mit dem Prognosehorizont ansteigt. Die empirischen Streuungsmaße werden daher manchmal über die Horizonte geglättet, um ein plausibles Bild der Prognoseunsicherheit zu vermitteln.

Als dritte Möglichkeit kann auf Befragungen zurückgegriffen werden. Entweder zielen die Fragen dabei direkt auf das interessierende Streuungsmaß ab, oder es werden die (divergierenden) Punktprognosen einzelner

... oder durch Befragungen

**5** Vgl. z. B.: R. C. Fair (2003), Bootstrapping macroeconometric models, Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, Volume 7, Issue 4, Article 1. **6** Der MAF ist durch

$$MAF = \frac{1}{N} \sum\nolimits_{t=1}^{N} |u_t|$$

definiert, wobei der Prognosefehler zum Zeitpunkt t mit  $u_t$  bezeichnet wird und N die Anzahl der verfügbaren Prognosefehler ist. Die WMQF, die eine Schätzung der Wurzel des erwarteten quadratischen Prognosefehlers ist, erhält man durch

$$WMQF = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} u_t^2}.$$

7 Verbesserungen der Schätzgenauigkeit können erreicht werden, wenn die Schätzung der Prognoseunsicherheit für alle Prognosehorizonte simultan durchgeführt wird. Vgl.: M. Knüppel (2009), Efficient estimation of forecast uncertainty based on recent forecast errors, Diskussionspapier des Forschungszentrums der Deutschen Bundesbank, Reihe 1, Nr. 28/2009.

... über vergangene Vorhersagefehler... Personen oder Institutionen ausgewertet. Zentralbanken verwenden in diesem Zusammenhang manchmal die unterschiedlichen Einschätzungen innerhalb ihrer Entscheidungsgremien. Die Unsicherheit kann man versuchen daran abzulesen, wie stark sich die Punktprognosen voneinander unterscheiden. Allerdings kann eine solche Einschätzung unter Umständen für Wahrscheinlichkeitsaussagen wenig geeignet sein. Wenn beispielsweise alle Befragten langfristig mit einer Inflationsrate von etwa 2% rechnen, jeder Befragte sich bei seiner Prognose jedoch sehr unsicher ist, so würde ein nur auf Punktprognosen beruhendes Urteil zu dem Schluss kommen, dass die Unsicherheit für langfristige Prognosen der Inflationsrate sehr gering ist. Tatsächlich ist eine größere Abweichung der langfristigen Inflationsrate von 2 % in diesem Fall nach Meinung aller Befragten jedoch nicht unwahrscheinlich. Trotzdem kann die Streuung von Punktprognosen wichtige Informationen vor allem über mögliche Änderungen der Prognoseunsicherheit im Zeitablauf liefern.8)

Zudem können die erwähnten umfragebasierten Methoden kombiniert werden, indem einzelne Personen oder Institutionen sowohl hinsichtlich ihrer Punkt-, als auch ihrer Unsicherheitsprognosen oder nach den Wahrscheinlichkeiten für einzelne Intervalle der interessierenden Größe befragt werden. Aus diesen Informationen kann eine aggregierte Prognoseunsicherheit berechnet werden, die sowohl die Unterschiede zwischen den Punktprognosen als auch die Unsicherheit der einzelnen Befragten berücksichtigt.

Die genannten Methoden schließen sich gegenseitig nicht aus. So ergibt eine auf Prognosefehlern basierende Schätzung im Allgemeinen eine recht verlässliche Einschätzung der vergangenen Prognoseunsicherheit. Wenn jedoch aus Umfragen hervorgeht, dass die Befragten die aktuelle Unsicherheit deutlich höher einschätzen als die vergangene, so kann das Ergebnis der Schätzung entsprechend angepasst werden. <sup>9)</sup> In der Tat beruhen einige in der Praxis verwendete Darstellungen von Prognoseunsicherheiten auf Mischformen der hier beschriebenen Vorgehensweisen.

Alle Schätzungen der Unsicherheit aktueller Prognosen basieren letztlich auf in der Vergangenheit beobachteter Unsicherheit. Besonders deutlich wird dies bei der Verwendung vergangener Prognosefehler, aber auch bei modell- und selbst bei umfragebasierten Verfahren<sup>10)</sup> ist dies implizit oder explizit der Fall. Daher kann eine verlässliche Einschätzung der aktuellen Prognoseunsicherheit nur gelingen, wenn die Prognoseunsicherheit im Zeitablauf nicht zu stark schwankt.

**<sup>8</sup>** Vgl.: P. Giordani und P. Söderlind (2003), Inflation forecast uncertainty, European Economic Review, 47 (6), S. 1037–1059.

**<sup>9</sup>** Es gibt jedoch Anzeichen dafür, dass Prognostiker dazu tendieren, die Prognoseunsicherheit zu überschätzen. Vgl.: E.M. Leeper (2003), An inflation reports report, Sveriges Riksbank Economic Review 2003:3, S. 94–118; K.F. Wallis (2004), An assessment of Bank of England and National Institute inflation forecast uncertainties, National Institute Economic Review, No.189, S. 64–71; K. Dowd (2007), Too good to be true? The (in)credibility of the UK inflation fan charts, Journal of Macroeconomics, Volume 29, Issue 1, March 2007, S. 91–102.

**<sup>10</sup>** Auch die Einschätzungen der Befragten werden sich an den in der Vergangenheit beobachteten Unsicherheiten orientieren.



Mehrere Darstellungsformen möglich Ebenso wie bei der Messung gibt es auch bei der Darstellung von Prognoseunsicherheit verschiedene Alternativen. Die Wahl der Darstellung hängt ab von den Eigenschaften der Prognose, der Art der Messung der Prognoseunsicherheit und dem Umfang der Informationen, die vermittelt werden sollen. So legt zum Beispiel eine Prognose über viele Monatswerte eine andere Darstellungsform nahe als die Prognose eines einzigen Jahreswertes. Auch kann eine umfragebasierte Messung der Unsicherheit eine andere Abbildung erfordern als eine modellbasierte Messung.

Häufig verwenden Zentralbanken Fächerdiagramme, wie sie erstmals 1996 von der Bank von England veröffentlicht wurden. 11) Bei diesen Diagrammen wird oftmals eine bestimmte Wahrscheinlichkeit angegeben, die von jedem einzelnen Band des Fächers abgedeckt wird. Die Diagramme verdeutlichen, dass Prognosen unsicher sind und dass Werte in der Nähe der Punktprognosen, also in der Mitte des Fächers, wahrscheinlicher sind als Werte, die weit von den Punktprognosen entfernt liegen. 12) Zudem wird ersichtlich, dass die Prognoseunsicherheit mit dem Prognosehorizont ansteigt.

Fächerdiagramme eignen sich gut zur Darstellung der Prognoseunsicherheit in vielen aufeinanderfolgenden Perioden. Falls nur die Prognoseunsicherheit zu einigen wenigen Zeitpunkten von Interesse ist, kann zum Beispiel ein Histogramm oder eine Wahrscheinlichkeitsdichte gezeigt werden. <sup>13)</sup>

## Übersicht über das Vorgehen von Zentralbanken

In der Praxis verwenden Zentralbanken, die Angaben zur Prognoseunsicherheit publizieren, eine Vielzahl von Schätzverfahren und Darstellungsformen (siehe Tabelle auf S. 35). Zum Teil können diese Verfahren als eine der vorgestellten Methoden identifiziert werden, zum Teil handelt es sich um Kombinationen. Unsicherheitsmaße auf der Basis vergangener Prognosefehler spielen dabei für viele Zentralbanken eine wichtige Rolle.

Die Unsicherheitseinschätzung für die Stabsprognosen der EZB und des ESZB beruht auf vergangenen Prognosefehlern. Allerdings werden besonders große Prognosefehler als Ausreißer angesehen und aus der Stichprobe ausgeschlossen. Aus den verbleibenden Prognosefehlern werden die mittleren absoluten Prognosefehler berechnet. Die Prognoseintervalle für die Jahresprognosen, die in einer Tabelle veröffentlicht werden, sind doppelt so breit wie der absolute Fehler. Die EZB gibt an, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Realisation innerhalb eines solchen Intervalls bei 57,5 % liegt. <sup>14)</sup> Dies steht im Einklang mit

Zentralbanken messen Unsicherheit mit verschiedenen Methoden...

<sup>11</sup> Im Englischen werden diese Diagramme als "fan charts" bezeichnet.

<sup>12</sup> Für weitere Erklärungen zum Fächerdiagramm vgl.: E. Britton, P. Fisher und J. Whitley (1998), The Inflation Report Projections: Understanding the fan chart, Quarterly Bulletin of the Bank of England, February 1998, S. 30–37.

<sup>13</sup> Ein Histogramm kann sinnvoll sein, wenn sich die Unsicherheitsprognose auf Umfragen stützt, die nach Wahrscheinlichkeiten für einzelne Intervalle der interessierenden Größe fragen. Eine Wahrscheinlichkeitsdichte bietet sich an, wenn eine Annahme über die Verteilung der Prognosefehler getroffen wird.

<sup>14</sup> Vgl.: Europäische Zentralbank, New procedure for constructing Eurosystem and ECB staff projection ranges, Dezember 2009, http://www.ecb.int/pub/pdf/other/new-procedureforprojections200912en.pdf.

einer Normalverteilung der (um Ausreißer korrigierten) Fehler.

Die Unsicherheitsprognosen der Bundesbank stützen sich ebenfalls auf die mittleren absoluten Fehler vergangener Prognosen und beziehen sich auf Quartale. Da wie im Fall der EZB keine Verteilungsannahme für die Prognosefehler getroffen wird, folgen aus den veröffentlichten Fächerdiagrammen keine expliziten Wahrscheinlichkeitsaussagen. Diese können aber – wie im Fall der Euro-Raum-Prognose der EZB – abgeleitet werden, wenn eine konkrete Verteilung unterstellt wird. <sup>15)</sup>

Die Schwedische Reichsbank publiziert Fächerdiagramme, deren Breite durch die Wurzel des mittleren quadratischen Prognosefehlers bestimmt wird. Für die Prognosefehler wird eine Normalverteilung unterstellt. <sup>16)</sup> Auch die Schwedische Reichsbank prognostiziert Quartalswerte.

Modellbasierte Unsicherheitsprognosen verwendet beispielsweise die Bank von Norwegen. Vergangene Prognosefehler werden unter anderem deshalb nicht benutzt, weil diese in der zur Verfügung stehenden Stichprobe aufgrund von Sondereffekten für eine

## Überblick über verschiedene Methoden und Darstellungen der Unsicherheitsschätzung

Zentralbank	Varia- blen- Fre- quenz	Methode der Unsicher- heitsschät- zung 1)	Darstellung
EZB und ESZB (Stabsprognosen)	jährlich	(korrigierte) vergangene Prognose- fehler (MAF)	Tabelle mit Unsicherheits- intervallen
Deutsche Bundes- bank	viertel- jährlich	vergangene Prognose- fehler (MAF)	Fächer- diagramm
Schwedische Reichsbank	viertel- jährlich	vergangene Prognose- fehler (WMQF)	Fächer- diagramm
Bank von Norwegen	viertel- jährlich	modell- basiert	Fächer- diagramm
Bank von Japan	jährlich	Punkt- und Unsicher- heitsschät- zungen der Mitglieder des Policy Board	Histogramme
FOMC der Federal Reserve, einzelne Mitglieder	jährlich	vergangene Prognose- fehler (WMQF)	Verbal (Unsicherheit im Vergleich zur Vergan- genheit größer, kleiner oder
Zusätzlich: Alle FOMC Mitglieder	jährlich	Unter- schiede der Punktprog- nosen der FOMC Mit- glieder	gleich) Kasten- diagramme und Histo- gramme
Bank von England	viertel- jährlich	vergangene Prognose- fehler (WMQF) und Ein- schätzung des MPC	Fächer- diagramm
Bank von Kanada	viertel- jährlich	vergangene Prognose- fehler für erste zwei Prognose- horizonte, modell- basiert für alle anderen Horizonte	Fächer- diagramm

1 MAF: mittlerer absoluter Fehler der Prognosen; WMQF: Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers der Prognosen.

Deutsche Bundesbank

<sup>15</sup> Eine Breite der Fächerdiagramme vom Doppelten des mittleren absoluten Fehlers entspricht z.B. einer Wahrscheinlichkeit von 57,5 % und eine Breite von einem mittleren absoluten Fehler einer Wahrscheinlichkeit von 31%, wenn die Prognosefehler normalverteilt sind. Falls eine andere Verteilung als die Normalverteilung angenommen wird, müssen im Regelfall zunächst zusätzliche Annahmen über weitere Parameter der Verteilung getroffen werden. Die Normalverteilungsannahme ist für makroökonomische Prognosefehler häufig anzutreffen. Allerdings mahnen die großen Prognosefehler für das BIP im Zuge der Finanzkrise inzwischen zu mehr Vorsicht, was diese Annahme angeht.

**<sup>16</sup>** Vgl.: Schwedische Reichsbank, Monetary Policy Report 2007:1, S. 22.



der prognostizierten Variablen, den Dreimonats-Geldmarktsatz, außergewöhnlich groß ausgefallen waren. 17) Die zur Verfügung stehende Stichprobe wurde als zu klein angesehen, um die Prognoseunsicherheit präzise schätzen zu können. Es wird auch hier unterstellt, dass die Prognosefehler normalverteilt sind.

Bei der Bank von Japan stehen die Einschätzungen der Mitglieder des Policy Board im Vordergrund. 18) Die einzelnen Mitglieder erstellen, ausgehend von ihren prognostizierten Wahrscheinlichkeiten, Histogramme. Der höchste Wert (Modus) in solch einem Histogramm ist gleichzeitig die Punktprognose des entsprechenden Mitalieds. Diese Histogramme werden dann aggregiert, indem für jedes Intervall der Durchschnitt der entsprechenden Werte in allen Histogrammen berechnet wird. 19) Die Streuung in den veröffentlichten aggregierten Histogrammen wird somit sowohl von den Unterschieden der Punktprognosen, als auch von der Unsicherheit der einzelnen Mitglieder des Policy Board beeinflusst. Die Prognosen beziehen sich auf Jahreswerte.

Viele Zentralbanken kombinieren Elemente verschiedener Vorgehensweisen. Vergangene Prognosefehler und die unterschiedlichen Einschätzungen der Entscheidungsträger spielen zum Beispiel in der US-Notenbank Federal

men

Für ihre Jahresprognosen veröffentlicht die Federal Reserve die durchschnittliche Wurzel des mittleren guadratischen Fehlers der ver-

Reserve und der Bank von England zusam-

gangenen Prognosen verschiedener Institutionen<sup>20)</sup> sowie die Einschätzungen der Mitglieder des FOMC<sup>21)</sup> darüber, ob die aktuelle Prognoseunsicherheit im Vergleich zur Vergangenheit größer, kleiner oder etwa gleich groß ausfällt. Die Wahrscheinlichkeit für eine Realisation innerhalb eines Intervalls mit einer Breite, die dem Doppelten der Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers entspricht, welches um die Prognose eines FOMC-Mitglieds gelegt wird, liegt bei etwa 70 %.22) Zusätzlich geben Kastendiagramme und Histogramme die unterschiedlichen Punktschätzungen der FOMC-Mitglieder wider.

Die Bank von England berechnet zunächst die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers mit Hilfe von Prognosefehlern der letzten zehn Jahre.<sup>23)</sup> Ausgehend von diesem Wert einigen sich die Mitglieder des MPC<sup>24)</sup> auf die Breite des Fächerdiagramms, in die sie ihre Einschätzungen zur aktuellen Prognoseun-

17 Vgl.: Bank von Norwegen, Inflation Report, November 2005, S. 19-21.

.. oder kombinieren verschiedene Verfahren

<sup>18</sup> Das Policy Board ist das Gremium der Bank von Japan, in dem geldpolitische Entscheidungen getroffen werden. 19 Vgl.: Bank von Japan, Outlook for Economic Activity and Prices, April 2008, S. 9.

<sup>20</sup> Dabei wird auch die Wurzel des mittleren guadratischen Fehlers der Prognosen der Federal Reserve selbst einbezogen. Diese unterscheiden sich allerdings nur wenig von den Wurzeln des mittleren quadratischen Fehlers der Prognosen anderer öffentlicher und privater Institutionen. Vgl.: P. Tulip und D. Reifschneider (2007), Gauging the uncertainty of the Economic Outlook from historical forecasting errors, Finance and Economics Discussion Series 2007-60, Washington: Board of Governors of the Federal Reserve System.

<sup>21</sup> Das Federal Open Market Committee (FOMC) ist das Gremium des Federal Reserve System, in dem geldpolitische Entscheidungen getroffen werden.

<sup>22</sup> Vgl.: Board of Governors of the Federal Reserve System, Monetary Policy Report to the Congress, July 15, 2008, S. 45.

<sup>23</sup> Vgl.: E. Britton, P. Fisher und J. Whitley (1998), a.a.O. 24 Das Monetary Policy Committee (MPC) ist das Gremium der Bank von England, in dem geldpolitische Entscheidungen getroffen werden.

sicherheit einfließen lassen. Aus dem Fächerdiagramm für die Quartalsprognosen und den zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen, deren Parameter von der Bank von England ebenfalls veröffentlicht werden, lassen sich explizite Wahrscheinlichkeitsaussagen ableiten. Die Vorgehensweise der Bank von England wurde von mehreren anderen Institutionen, teils leicht abgewandelt, übernommen.<sup>25)</sup>

Die Bank von Kanada berücksichtigt sowohl Informationen aus vergangenen Prognosefehlern, als auch modellbasierte Unsicherheitsmaße. Für die ersten beiden Prognosequartale wird die aus vergangenen Prognosefehlern berechnete Unsicherheit angegeben. Für weitere Prognosehorizonte wird die Unsicherheit aus einem Modell abgeleitet, wobei auch die verzögerten Effekte der Prognosefehler für die ersten beiden Quartale einbezogen werden.<sup>26)</sup> Begründet wird dies dadurch, dass die Modellprognose für die nahe Zukunft relativ stark durch exogene Informationen modifiziert wird. In der mittleren und langen Frist spielt dies eine geringere Rolle. Es wird angenommen, dass die Prognosefehler normalverteilt sind.

#### Unsicherheit der Bundesbank-Prognosen

Die Berechnung der Prognoseunsicherheit der Bundesbank stützt sich auf die tatsächlichen Fehler, die von der Bundesbank bei den halbjährlichen gesamtwirtschaftlichen Vorausschätzungen der Stäbe des Eurosystems für Deutschland gemacht wurden. Bei diesen Prognosen werden für sämtliche Prognosen der nationalen Notenbanken und der EZB für die Entwicklung wichtiger exogener Variablen wie des Ölpreises, der Wechselkurse und der Zinssätze gemeinsame Annahmen getroffen. Den Zinssätzen kommt in diesem Zusammenhang eine besondere Bedeutung zu.

Für Notenbanken ist in ihren Prognosen die Behandlung der gegenwärtigen und der zukünftig erwarteten Zinsentwicklung von besonderer Bedeutung. Zum einen bilden die kurzfristigen Zinsen das wesentliche geldpolitische Instrument, um die primären geldpolitischen Ziele zu erreichen. Zum anderen beeinflusst die Geldpolitik über die Veränderung des gegenwärtigen Kurzfristzinses und durch ihre entsprechende Kommunikation auch die für die Zukunft erwarteten Zinsen in erheblichem Maß. Vor diesem Hintergrund ist die Art und Weise, in der seitens der Notenbank der erwartete Kurzfristzins in die eigenen Prognosen eingeht, äußerst komplex. Im Eurosystem ist es in den letzten Jahren diesbezüglich zu einer wesentlichen Veränderung gekommen: Bis zum Frühjahr 2006 stützten sich die Prognosen auf die Annahme von in der Zukunft unveränderten Zinsen. Seitdem werden die von Marktteilnehmern erwarteten Zinssätze (Marktzinssätze) verwendet. Die Prognosen können damit in beiden Fällen als auf einen bestimmten Verlauf der Zinssätze bedingte Prognosen angesehen werden. Das

Bundesbank-Prognose setzt bestimmte Zinspfade voraus...

<sup>25</sup> Dazu gehören der IWF, aber auch Zentralbanken wie die Bank von Chile und die Bank von Ungarn. Auch die Schwedische Reichsbank nutzte bis zum Jahr 2007 das Verfahren der Bank von England mit einer Kombination aus Einschätzungen des Vorstands und vergangenen Prognosefehlern.

<sup>26</sup> Siehe: Bank von Kanada, Methodology used to construct fan charts in the Monetary Policy Report, April 2009, http://www.bankofcanada.ca/en/mpr/pdf/backgrounder\_fancharts.pdf.



Ziel der Prognose ist also nicht die bestmögliche unbedingte Einschätzung künftiger Entwicklungen, sondern die bestmögliche Einschätzung unter der Bedingung, dass die Zinssätze dem unterstellten Verlauf folgen. <sup>27)</sup> Abweichungen der Prognose von der tatsächlichen Entwicklung, die sich aufgrund einer anderen als der unterstellten Entwicklung der Zinssätze einstellen, können deshalb nicht ohne weiteres als Anzeichen einer mangelnden Prognosegüte angesehen werden. <sup>28)</sup>

... mit Folgen für die Prognoseunsicherheit Die im Jahr 2006 erfolgte Änderung der Annahmen hinsichtlich der Zinssätze hat Konsequenzen für die Prognoseunsicherheit. Die langfristige Inflationsprognose wird im Regelfall ungefähr den Wert annehmen, der von der Zentralbank angestrebt wird, falls für die Prognose Marktzinssätze und entsprechende darin enthaltene Erwartungen der zukünftigen Zinsen verwendet werden und der Notenbank Glaubwürdigkeit in der Erreichung ihres Zieles unterstellt wird. Im Fall der Annahme unveränderter Zinssätze kann dagegen die so bedingte langfristige Inflationsprognose stärker von der von der Zentralbank angestrebten beziehungsweise von der tatsächlich realisierten Inflationsrate abweichen. Dementsprechend dürften die Fehler der langfristigen Inflationsprognose bei der Verwendung der Marktzinssätze im Mittel kleiner ausfallen als bei der Verwendung unveränderter Zinssätze. Dies gilt vermutlich weniger in der kurzen Frist, da sich die Annahme unveränderter Zinssätze in der kurzen Frist häufiger als zutreffend erweisen kann und da Änderungen der Zinssätze kurzfristig nur geringe Auswirkungen auf Wachstum und Preise besitzen.

Marktzinssätze wurden angesichts der Tatsache, dass dieses Verfahren im Eurosystem erst seit 2006 verwendet wird, bisher bei nur acht Prognosen verwendet. Eine verlässliche Schätzung der Prognoseunsicherheit ist bei solch einer geringen Stichprobengröße nicht möglich. Daher stützt sich die aktuelle Schätzung auf den gesamten Zeitraum vom Frühjahr 1999 bis zum Herbst 2009 mit insgesamt 22 Prognosen. Damit dürfte die so berechnete Prognoseunsicherheit tendenziell überzeichnet werden.

Zur Berechnung der Prognosefehler werden außer den Prognosen auch die entsprechenden Realisationen benötigt, deren Werte von den statistischen Ämtern jedoch mehrfach revidiert werden. Die Revisionen können durch neue Daten oder auch durch neue Konzepte der Datenberechnung veranlasst sein. So weicht die erste Veröffentlichung für das BIP des abgelaufenen Quartals im Regelfall von der nächsten Veröffentlichung für den gleichen Zeitraum ab. Zudem kann es durch methodische Änderungen bei der

27 Falls die prognostizierten Größen von der Zielvorgabe der Geldpolitik abweichen, so signalisiert dies im Regelfall geldpolitischen Handlungsbedarf. Bis zum Jahr 2006 bedeutete dies, dass die Zinssätze nicht auf ihrem Niveau verharren sollten. Seit 2006 würden Abweichungen von der Zielvorgabe der Geldpolitik implizieren, dass die Zinssätze einen anderen als den von den Marktteilnehmern erwarteten Verlauf nehmen sollten.

28 Für die Wechselkurse gilt die technische Annahme, dass diese im Prognosezeitraum auf dem zum Zeitpunkt der Prognoseerstellung herrschenden Niveau verharren. Insofern sind die Prognosen auch bedingt auf die entsprechenden Wechselkurspfade. Einen spürbaren Einfluss auf die Prognosegüte könnte die im Rahmen der Prognosen des Eurosystems geltende Regelung besitzen, dass für die Fiskalpolitik nur solche Maßnahmen berücksichtigt werden dürfen, für die entweder der Gesetzgebungsprozess abgeschlossen ist oder die hinreichend genau spezifiziert sind und deren Verabschiedung wahrscheinlich ist.

Datenerfassung oder Datenauswertung auch lange danach noch zu Änderungen kommen.

Methodische Änderungen und deren Effekte sind vom Prognostiker kaum vorherzusehen. Deshalb sollten einerseits die zur Berechnung der Prognosefehler verwendeten Realisationen durch methodische Änderungen möglichst wenig beeinflusst sein. Andererseits sind möglichst viele Daten zur Berechnung der verwendeten Realisationen vorteilhaft. Diese Gründe sprechen sowohl gegen eine Verwendung von sehr früh, als auch von sehr spät verfügbaren Veröffentlichungen. Die Bundesbank berechnet ihre Prognosefehler für das BIP eines Quartals auf der Basis der im dritten darauffolgenden Quartal und ihre Prognosefehler für den HVPI unter Verwendung der im dritten oder vierten darauffolgenden Quartal veröffentlichten Werte. 29) Die so ermittelten Realisationen sind im nebenstehenden Schaubild zu sehen.

Im Vergleich mit einfachen Modellen sind die Prognosefehler der Bundesbank in der Vergangenheit eher gering gewesen und entsprechen von ihrer Größenordnung her in etwa denen, die man erhält, wenn man eine Vielzahl von Voraussagen anderer Institutionen mittelt. Damit schneiden Bundesbank-Prognosen hinsichtlich ihrer Unsicherheit recht gut ab (vgl. die Erläuterungen auf S. 40 f.).



Die Auswirkungen der Finanzkrise auf die Prognoseunsicherheit und die Wahrscheinlichkeit extremer Ereignisse für das BIP

Im Zuge der Finanzkrise ist das BIP fast weltweit stark gesunken. In Deutschland war dies vor allem im vierten Quartal 2008 und im ersten Quartal 2009 zu beobachten. Auch wenn im Herbst 2008 seitens der Bundesbank bereits Rückgänge in den entsprechenden Quartalen prognostiziert wurden, so waren diese Einbrüche doch überraschend groß, was – wie auch bei den Prognosen anderer Institu-

Finanzkrise verdeutlicht Probleme bei der Abschätzung von Prognoseunsicherheit

<sup>29</sup> Diese Werte für das BIP werden der Echtzeitdatenbank der Bundesbank entnommen. Für den HVPI spielen Revisionen aufgrund zusätzlicher Daten praktisch keine Rolle, weshalb diese Variable nicht in der Echtzeitdatenbank der Bundesbank enthalten ist. Die Realisationen stammen aus bundesbankinternen Quellen.



## Unsicherheit der Bundesbank-Prognosen im Vergleich

Es ist im Allgemeinen erwünscht, dass Prognosen möglichst treffsicher und präzise sind. Daher gilt eine Vorhersage als umso besser, je geringer ihre Unsicherheit ist. Bei einem Vergleich verschiedener Vorhersagen muss allerdings auf ein identisches Prognoseumfeld geachtet werden. Dazu gehört, dass die jeweiligen Prognosen auf dem gleichen Informationsstand beruhen, die Vorhersagen also zum gleichen Zeitpunkt erfolgen. Des Weiteren sollten bedingte Prognosen möglichst mit solchen verglichen werden, für die dieselben Bedingungen gelten. Schließlich sollten sich die Prognosen auf die gleichen oder zumindest auf sehr ähnliche Größen beziehen. Im Folgenden wurde versucht, diesen Bedingungen so weit wie möglich zu entsprechen. Allerdings werden die auf einen bestimmten Zinsverlauf bedingten Bundesbank-Prognosen mit unbedingten Prognosen verglichen.

Es wird die Unsicherheit der Prognosen für die vierteljährlichen Vorjahrsraten des harmonisierten Verbraucherpreisindex (HVPI) und des realen saison- und kalenderbereinigten Bruttoinlandsprodukts betrachtet. Die Bundesbank-Prognosen werden zum einen mit zwei einfachen Prognosemodellen verglichen, die aber häufig recht gute Vorhersageeigenschaften besitzen. Zudem werden die Bundesbankprognosen den Consensus-Vorhersagen gegenüber gestellt, bei denen viele Einzelprognosen kombiniert werden.<sup>1)</sup> Die Treffsicherheit kombinierter Prognosen ist im Allgemeinen hoch und der der meisten Einzelvorhersagen überlegen. Als Unsicherheitsmaß wird der mittlere absolute Fehler (MAF) verwendet. Betrachtet werden halbjährlich im Zeitraum vom zweiten Quartal 1999 bis zum vierten Quartal 2009 erstellte Quartalsprognosen.<sup>2)</sup>

1 Diese Prognosen werden von Consensus Economics Inc. erstellt und veröffentlicht. Die Kombination der Einzelprognosen erfolgt durch Bildung des Mittelwerts. — 2 Die zur Berechnung der Prognosefehler verwendeten Realisationen werden im Schaubild auf Seite 39 des Haupttextes gezeigt. — 3 Das AR(1)-Modell ist gegeben durch  $y_t = c + \rho y_{t,t} + \rho y_{t,t}$ 

Deutsche Bundesbank

Als einfache alternative Modelle werden ein Random-Walk-Modell (RW-Modell) und ein autoregressives Modell erster Ordnung (AR(1)-Modell) verwendet. Wenn die interessierende Variable zum Zeitpunkt t mit  $y_t$  und die Prognose dieser Variable für den Zeitpunkt t+h mit  $\hat{y}_{t+h}$  bezeichnet wird und T-1 die letzte Periode ist, zu dem die Variable beobachtet wurde, dann erhält man die Prognosen des RW-Modells durch

$$\hat{y}_{T+h} = y_{T-1}$$

und die des AR(1)-Modells durch

$$\hat{y}_{T+h} = c + \rho \hat{y}_{T+h-1} = \rho^{h+1} y_{T+1} + c \sum_{i=0}^{h} \rho^{i}$$
,  $h = 0, 1, 2, ...$ 

wobei  $\rho$  der autoregressive Koeffizient und c die Konstante des AR(1)-Modells ist, die geschätzt werden müssen. Als Periode T-1 dient beim folgenden Vergleich der Prognoseunsicherheit das Quartal vor der Prognoseerstellung. Die Prognoseerstellung muss auch für die laufende Periode T erfolgen, sodass h für die Prognose dieses Quartals den Wert null annimmt. Diese Prognose wird als Null-Schritt-Prognose bezeichnet. Eine solche Prognose ist notwendig, da der aktuelle Quartalswert der interessierenden Variablen zum Zeitpunkt der Prognoseerstellung noch unbekannt ist.

Die MAF der verschiedenen Prognosen für die Vorjahrsrate des HVPI sind im Schaubild auf Seite 41 zu sehen. In der kurzen Frist schneidet die Bundesbank-Prognose deutlich besser ab als die der einfachen Modelle, bei den längeren Prognosehorizonten bis zu 8 Quartalen werden die Abstände allerdings geringer oder verschwinden.

 $\varepsilon_r$ , wobei  $\varepsilon_r$  ein Störterm ist, dessen Erwartungswert null beträgt. Die Koeffizienten c und  $\rho$  werden im Folgenden auf der Basis eines rollierenden, 20 Quartale umfassenden Fensters geschätzt. — 4 Dies ist im Fall der Frühjahrsprognose das erste und im Fall der Herbstprognose das dritte Quartal des Jahres. Es werden dabei die Daten verwendet,

Die Consensus-Prognose ist in der kurzen Frist mit etwa derselben Unsicherheit behaftet wie die Bundesbankprognose. Für die Prognosehorizonte h=3 bis h=6 liegt die Unsicherheit der Consensus-Prognose leicht unter jener der Bundesbank-Prognose.

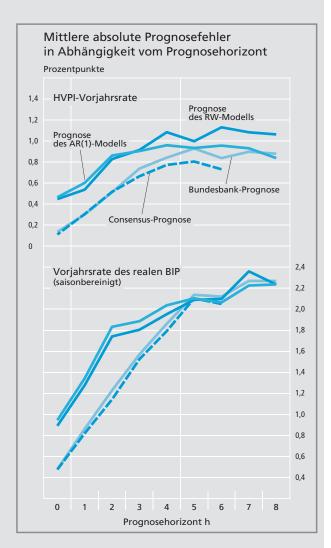
Da die in einem großen Teil der Stichprobe bei den Bundesbank-Prognosen getroffene Annahme unveränderter Zinssätze die Treffgenauigkeit der Bundesbank-Prognosen insbesondere bei der Inflationsprognose und dort vor allem in der langen Frist eingeschränkt haben dürfte, erscheint es plausibel, dass die Bundesbank-Prognose bei kleinen Prognosehorizonten relativ zu den anderen Prognosen besser abschneidet als bei großen Prognosehorizonten.

Auch beim BIP ist, wie im nebenstehenden Schaubild gezeigt, die Bundesbank-Prognose in der kurzen Frist den einfachen Modellen überlegen, während die Unsicherheit der Consensus-Vorhersage sehr ähnlich ist. In der längeren Frist, ab etwa fünf Quartalen, sind kaum Unterschiede zwischen der Treffgenauigkeit der verschiedenen Prognosen erkennbar.

Untersuchungen der Prognoseunsicherheit anderer Zentralbanken kommen teilweise zu Ergebnissen, die etwas von den hier für die Bundesbank gefundenen abweichen. So wurde bei der Untersuchung der Prognosen der Federal Reserve für die USA und der Bank of England für das Vereinigte Königreich festgestellt, dass deren Inflationsprognosen genauer sind als jene einfacher Modelle. Umgekehrt verhält es sich jedoch für BIP-Prognosen, bei denen die einfachen Modelle

die auch von der Bundesbank bei der Prognoseerstellung benutzt wurden. — 5 Die Prognose für das laufende Quartal wird im Englischen oft als "Nowcast" bezeichnet. — 6 Für die USA vgl.: J. Faust und J. Wright, Comparing Greenbook and reduced form forecasts using a large real-time dataset, Journal of Business & Economic Statistics, October 2009,

bei fast allen Prognosehorizonten leichte Vorteile besitzen. 60



Vol. 27, No. 4, S. 468–479. Für das Vereinigte Königreich vgl.: J. Groen, G. Kapetanios und S. Price (2009), A real time evaluation of Bank of England forecasts of inflation, and growth, International Journal of Forecasting 25, S. 74–80.



tionen – zu beträchtlichen Fehlern führte. Das reale BIP fiel im vierten Quartal 2008 um 2,4 % gegenüber dem Vorquartal und im ersten Quartal 2009 sogar um 3,5 %. <sup>30)</sup> Die Bundesbank prognostizierte im Dezember 2008 einen Rückgang um 0,6 % im vierten Quartal 2008 und einen Rückgang um 0,1% im ersten Quartal 2009. Hauptsächlich aufgrund dieser beiden Prognosefehler kam es im Dezember 2008 auch zu einer deutlichen Überschätzung der Jahresänderungsrate 2009 (vgl. die Erläuterungen auf S. 44 f.).

In dem Schaubild auf Seite 43 werden die mittleren absoluten Prognosefehler für die Vorjahrsrate und die Vorquartalsrate des BIP dargestellt, die sich bei der Betrachtung unterschiedlicher Stichprobengrößen ergeben. Wenn die letzten verwendeten Daten für das deutsche BIP aus dem dritten Quartal 2008 stammen, so liegen diese Fehler deutlich unter denen, die sich ergeben, wenn Daten bis zum vierten Quartal 2009 berücksichtigt werden können. Die Unterschiede werden dabei hauptsächlich von den Prognosefehlern für das vierte Quartal 2008 und das erste Quartal 2009 verursacht.

Die mittleren absoluten Fehler liegen in der größeren Stichprobe um 17 % bis 45 % über jenen in der kleineren Stichprobe. Bei der Vorjahrsrate beträgt die Steigerung im Mittel über alle Horizonte etwa 40 %, bei der Vorquartalsrate etwa 30 %. Üblicherweise wird davon ausgegangen, dass eine Vergrößerung der Stichprobe zu verlässlicheren Schätzergebnissen führt. Demnach scheint die kleinere Stichprobe in diesem Fall eher zu einer Unterschätzung der tatsächlichen Prognose-

unsicherheit für das BIP geführt zu haben. Dies könnte eine Folge der sehr stetigen Entwicklung des Wachstums und der Preise im betrachteten Zeitraum sein. Allerdings ist es durchaus möglich, dass die tatsächliche Prognoseunsicherheit in der größeren Stichprobe nun eher überschätzt wird. 31)

Falls dies zutrifft, dürfte die tatsächliche Prognoseunsicherheit, also der erwartete absolute Prognosefehler zwischen den Werten liegen, die in dem Schaubild auf Seite 43 zu sehen sind. Eine extreme Annahme wäre, dass die Erfahrungen der Krise als Ausreißer zu behandeln seien, die die zukünftige Einschätzung der Unsicherheit nicht beeinflussen sollten. Dies erscheint jedoch a priori nicht gerechtfertigt.

Bei den mittleren absoluten Fehlern für die Vorquartalsrate des BIP aus der größeren Stichprobe fällt auf, dass diese einen leicht gezackten Verlauf besitzen, sodass die Prognoseunsicherheit teilweise mit ansteigendem Prognosehorizont abzunehmen scheint. So ist beispielsweise der Fehler für die Ein-Schritt-Prognose größer als jener für die Zwei-Schritt-Prognose. Dieser Verlauf wird durch die Prognosefehler für das erste Quartal 2009 verursacht. Die Vorquartalsrate in Höhe von – 3,5 % führte zu außerordentlich großen Prognosefehlern. Um ein plausibleres Bild der Prognoseunsicherheit zu vermitteln, werden daher für die Unsicherheitsmargen, die die

**<sup>30</sup>** Die extremsten vom ersten Quartal 1999 bis zum dritten Quartal 2008 beobachteten Vorquartalsraten betrugen lediglich – 0,5 % und 1,4 %.

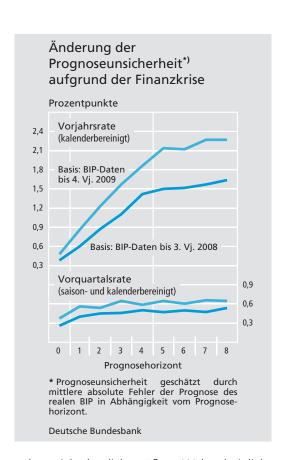
**<sup>31</sup>** Da der Stichprobenumfang 11 Jahre beträgt, kann es leicht zu einer Überschätzung kommen, falls solche außerordentlichen BIP-Rückgänge wie zur Jahreswende 2008/2009 im Mittel seltener auftreten als alle 11 Jahre.

Bundesbank für ihre Prognosen angibt, geglättete mittlere absolute Fehler verwendet.<sup>32)</sup>

Das nebenstehende Schaubild legt den Schluss nahe, dass sich die Einschätzung der Prognoseunsicherheit, gemessen durch die mittleren absoluten Fehler, wegen des starken Rückgangs des BIP um die Jahreswende 2008/2009 zwar deutlich verändert hat, dass das Ausmaß dieser Veränderung aber nicht extrem ist. Allerdings können auch moderate Veränderungen von Streuungsmaßen einen starken Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit extremer Ereignisse ausüben.

Unterschätzung der Unsicherheit vor der Krise Hätte man bei Kenntnis der BIP-Daten bis zum dritten Quartal 2008 eine Aussage über die Möglichkeit eines BIP-Rückgangs um 2,4% im vierten Quartal 2008 und um 3,5% im ersten Quartal 2009 und die entsprechenden Prognosefehler der Bundesbank in Höhe von 1,8% und 3,4% für das laufende und das nächste Quartal treffen sollen, so wäre man vor dem Hintergrund der vergangenen Prognosefehler zu der Einschätzung gelangt, dass diese Ereignisse extrem unwahrscheinlich sind. Zudem hätte eine Analyse der Prognosefehler und der Vorquartalsraten darauf hingedeutet, dass diese Größen einer Normalverteilung folgen. Die Wahrscheinlichkeiten, die sich auf dieser Grundlage für das Eintreten der dann tatsächlich folgenden Prognosefehler und Vorguartalsraten ergeben hätten, sind in der Tat verschwindend gering. 33)

In der nun verfügbaren größeren Stichprobe von Prognosefehlern und Vorquartalsraten er-



geben sich deutlich größere Wahrscheinlichkeiten für solche Ereignisse. Unter der Annahme der Normalverteilung aller untersuchten Größen würde man einer zukünftigen BIP-Veränderung um 2,4 % nun eine Wahr... und möglicherweise Überschätzung danach

32 Dazu werden die mittleren absoluten Fehler der einzelnen Prognosehorizonte durch eine Funktion der Prognosehorizonte erklärt. Wenn MAF(h) den geglätteten mittleren absoluten Fehler der h-Schritt-Prognose bezeichnet, so wird dieser durch die Funktion

$$MAF(h) = c_1 + c_2 \cdot 2 \left( \frac{exp(c_3 \cdot h)}{1 + exp(c_3 \cdot h)} - \frac{1}{2} \right)$$

bestimmt, deren Koeffizienten mit Hilfe der ungeglätteten mittleren absoluten Fehler geschätzt werden. MAF(0) beträgt damit  $c_1$ , und MAF(h) nähert sich für große h dem Wert  $c_1 + c_2$  an. Die Geschwindigkeit dieser Annäherung wird durch  $c_3$  bestimmt.

33 Die Wahrscheinlichkeit für eine BIP-Änderung um 2,4 % wäre auf etwa ein Hunderttausendstel Prozent geschätzt worden. Ein Prognosefehler von 1,8 % bei der Null-Schritt-Prognose hätte eine Wahrscheinlichkeit von etwa einem Millionstel Prozent gehabt. Die Wahrscheinlichkeiten einer BIP-Änderung um 3,5 % und eines Ein-Schritt-Prognosefehlers von 3,4 % wären noch einmal um mehr als das Tausendfache geringer gewesen.



Der Einfluss von Quartalsraten auf die Jahresänderungsrate des Bruttoinlandsprodukts im Jahr 2009

Zwischen den Quartalsraten und den Jahresänderungsraten einer Variablen besteht ein technischer Zusammenhang, der interessante Einblicke in die Ursachen für den großen Prognosefehler der Jahresänderungsrate des Bruttoinlandsprodukt (BIP) im Jahr 2009 liefert, der vielen Institutionen am Ende des Jahres 2008 unterlief. Dabei zeigt sich, dass die genauen Zeitpunkte, an denen die überraschenden Entwicklungen auftraten, für den Prognosefehler besonders bedeutsam sind.

Im Dezember 2008 prognostizierte die Bundesbank einen Rückgang des BIP im gesamten Jahr 2009 um 0,8 % im Vergleich zum Vorjahr. Andere Institutionen sagten etwa zu dieser Zeit einen ähnlichen Rückgang oder teilweise auch lediglich eine Stagnation voraus. Die Prognose der Bundesbank stützte sich auf einen geschätzten statistischen Überhang<sup>1)</sup> von – 0,8 % für das Jahr 2009 und die Annahme, dass das BIP im Jahresverlauf 2009 stagnieren würde. Tatsächlich betrug der statistische Überhang – 2,2 %, und das BIP ging im ersten Quartal weiter kräftig zurück, sodass sich für 2009 eine Jahresänderungsrate von – 4,9 % ergab.

Das große Ausmaß des Prognosefehlers für die Jahresänderungsrate 2009 hängt eng mit den Prognosefehlern für das vierte Quartal 2008 und das erste Quartal 2009 zusammen. Wenn  $G_i$  die Jahresänderungsrate des Jahres i im Vergleich zum Vorjahr und  $g_{i,j}$  die Vorquartalsrate des Quartals j aus dem Jahr i bezeichnet, dann lässt sich  $G_i$  approximativ durch die Gleichung

$$G_i \approx U_i + \frac{1}{4} (4 \cdot g_{i,1} + 3 \cdot g_{i,2} + 2 \cdot g_{i,3} + g_{i,4})$$

bestimmen.<sup>2)</sup> Der statistische Überhang für das Jahr i, bezeichnet durch  $U_i$ , der in dieser Approximation enthalten ist, beträgt

$$U_i \approx \frac{1}{4} (g_{i-1,2} + 2 \cdot g_{i-1,3} + 3 \cdot g_{i-1,4}).$$

Die Vorquartalsraten gehen also mit unterschiedlichen Gewichten in die Berechnung der Jahresänderungsraten und des statistischen Überhangs ein. Die Vorquartalsrate des ersten Quartals eines Jahres ist am bedeutendsten für die Berechnung der Jahresänderungsrate. Die wichtigste Vorquartalsrate für die Berechnung des statistischen Überhangs ist die des vierten Quartals des Vorjahres.

Der Prognosefehler der Bundesbank im Dezember 2008 für das laufende Quartal in Höhe von 1,8 Prozentpunkten führte zu einer Überschätzung des statistischen Überhangs in Höhe von etwa  $\frac{3}{4} \cdot 1,8$  Prozentpunkten = 1,35 Prozentpunkten und damit zu einer Überschätzung der

reicht hatte. Bei negativen Werten wird auch von einem statistischen Unterhang gesprochen. — 2 Eine ähnliche Approximation findet sich in: A.J. Patton und A. Timmermann (2010), Predictability of output growth and inflation: A multi-horizon survey approach, unveröffent-

Deutsche Bundesbank

<sup>1</sup> Der statistische Überhang ist definiert als der Wert des BIP im 4. Quartal des Vorjahres in Relation zum Quartalsdurchschnitt des Vorjahres. Er gibt damit den Wert der Jahresänderungsrate an, der sich ergeben würde, wenn das BIP im betrachteten Jahr auf dem Niveau verharren würde, den das BIP im 4. Quartal des Vorjahres er-

Jahresänderungsrate für 2009 in derselben Höhe. Der damalige Prognosefehler der Bundesbank für die Vorquartalsrate des ersten Quartals 2009 in Höhe von 3,4 Prozentpunkten verursachte eine Überschätzung der Jahresänderungsrate für 2009 in ungefähr derselben Höhe. Beide Prognosefehler für die Vorquartalsraten ergeben zusammen eine Überschätzung der Jahresänderungsrate für 2009 in Höhe von etwa 4,75 Prozentpunkten. Da die Vorquartalsraten für die übrigen Quartale des Jahres 2009 im Mittel leicht unterschätzt wurden, entstand schließlich ein Prognosefehler von 4,1 Prozentpunkten für die Jahresänderungsrate für 2009.

Das große Ausmaß des Fehlers der Herbstprognose 2008 für die Jahresänderungsrate 2009 wurde also nicht nur dadurch verursacht, dass zwei Quartale mit außerordentlich starken BIP-Rückgängen in den Prognosezeitraum fielen, sondern auch dadurch, dass diese Quartale bei der Berechnung der Jahresänderungsrate besonders hohe Gewichte besitzen. Hätte beispielsweise die Vorquartalsrate im dritten Quartal 2009 statt im ersten Quartal 2009 – 3,5 % betragen, so hätte dieser außergewöhnliche Wert einen nur halb so großen Einfluss auf die Jahresänderungsrate 2009 gehabt.<sup>3)</sup> Dementsprechend wäre der BIP-Rückgang auf Jahresbasis kleiner und damit auch der Prognosefehler

für die Jahresänderungsrate weniger groß ausgefallen.

Die Zerlegung der Jahresänderungsrate in die gewichteten Vorquartalsraten verdeutlicht jedoch auch, dass es prinzipiell möglich ist, im vierten Quartal eines Jahres bereits recht gute Prognosen für die Jahresänderungsrate des Folgejahres zu erstellen. Voraussetzung hierfür sind geringe Prognosefehler für die Vorquartalsraten des laufenden und des nächsten Quartals. Denn wenn es gelingt, das vierte Quartal des laufenden Jahres und das erste Quartal des Folgejahres gut zu prognostizieren, und wenn die Daten des zweiten und dritten Quartals des laufenden Jahres bekannt sind, dann liegt bereits ein großer Teil der Informationen vor, die nötig sind, um die Jahresänderungsrate des Folgejahres gut zu prognostizieren. Bei Kenntnis dieser insgesamt vier Vorquartalsraten verfügt der Prognostiker bereits über 62,5 % aller für die Prognose der Jahresänderungsrate benötigten Informationen.4)

lichtes Manuskript. — 3 Allerdings wirkt sich dafür die Vorquartalsrate des dritten Quartals 2009 im Gegensatz zur Vorquartalsrate des ersten Quartals 2009 auch auf die Jahresänderungsrate 2010 aus. — 4 Diese Zahl ergibt sich aus dem Anteil der Gewichte der vier genann-

ten Vorquartalsraten an den Gewichten aller Vorquartalsraten für die Berechnung der Jahresänderungsrate.

 $\frac{\frac{1}{4}(1+2+3+4)}{\frac{1}{4}(1+2+3+4+3+2+1)} = 0,625.$ 



scheinlichkeit von 0,35% einräumen. Eine zukünftige BIP-Veränderung um 3,5% besitzt allerdings weiterhin eine sehr geringe Wahrscheinlichkeit von weniger als 0,01%.

Obwohl auch unter der Annahme einer Normalverteilung der Prognosefehler die Wahrscheinlichkeiten für derartig massive Rückgänge der gesamtwirtschaftlichen Aktivität nun deutlich größer erscheinen als vor der Krise, sind sie absolut gesehen immer noch sehr klein. Eine Wahrscheinlichkeit eines Quartalsereignisses von 0,01% impliziert, dass dieses Ereignis im Mittel nur einmal in 2 500 Jahren beobachtet wird. Da aber, wie oben ausgeführt, die Prognoseunsicherheit nun vermutlich eher überschätzt wird, stellt sich die Frage, ob die Normalverteilungsannahme für Prognosefehler und Vorquartalsraten noch gerechtfertigt ist, denn die Normalverteilung räumt extremen Ereignissen nur äußerst geringe Wahrscheinlichkeiten ein. Tatsächlich würden statistische Tests die Hypothese der Normalverteilung nun verwerfen.<sup>34)</sup> Das Vorliegen einer anderen Verteilung kann immense Folgen für die Wahrscheinlichkeiten extremer Ereignisse haben. So würde beispielsweise eine t-Verteilung mit fünf Freiheitsgraden für die Vorquartalsraten implizieren, dass, basierend auf der größeren Stichprobe, eine BIP-Veränderung um 3,5 % eine Wahrscheinlichkeit von 0,83 % besitzt und damit im Mittel etwa einmal in 30 Jahren auftritt.35)

Welche Verteilung für die Prognosefehler der BIP-Veränderungen nun angemessen ist, kann aufgrund der zu geringen Stichprobengröße nicht eindeutig bestimmt werden. Angesichts der im Zusammenhang mit der Finanzkrise beobachteten Prognosefehler sollte es sich jedoch um eine Verteilung handeln, die extremen Ereignissen größere Wahrscheinlichkeiten einräumt als die Normalverteilung. <sup>36)</sup>

Die Fächerdiagramme der Bundesbank umfassen lediglich Intervalle, deren Breite höchstens dem Doppelten des mittleren absoluten Prognosefehlers entspricht und die somit keine extremen Ereignisse einschließen. Daher ergibt sich für die in den Fächerdiagrammen der Bundesbank gezeigten Intervalle aus einer Änderung der Verteilungsannahme nicht unbedingt eine deutliche Änderung der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten für diese Intervalle.<sup>37)</sup>

Die großen Unterschiede zwischen den Wahrscheinlichkeiten für extreme Ereignisse, die sich vor und nach der Krise und bei verschiedenen Verteilungsannahmen ergeben, ver-

34 Die durchgeführten Tests berücksichtigen die Möglichkeit serieller Korrelation der untersuchten Größen. Val.: I. Lobato und C. Velasco (2004), A Simple Test of Normality for Time Series, Econometric Theory, 20, S. 671–689. 35 Basierend auf der Wurzel des mittleren quadratischen Prognosefehlers der kleineren Stichprobe hätte man die entsprechende Wahrscheinlichkeit auf nur 0,06 % geschätzt. Eine Obergrenze für Wahrscheinlichkeiten kann auch die Tschebyscheff-Ungleichung liefern. Diese Obergrenze liegt für die betrachtete Vorguartalsrate und die Wurzel des mittleren guadratischen Prognosefehlers der großen Stichprobe bei 5,6%. Ein solcher Wert impliziert, dass eine BIP-Veränderung von 3,5 % im Mittel einmal in viereinhalb Jahren auftritt. Dieses scheint im Hinblick auf die verfügbaren Daten jedoch eine zu hohe Wahrscheinlichkeit zu sein

**36** Die t-Verteilung ist nur eine von vielen Verteilungen, die dieses Kriterium erfüllt.

**37** So ergeben sich z.B. für das Intervall mit der Breite des doppelten absoluten Fehlers sowohl bei einer Normalverteilung, als auch bei einer t-Verteilung mit fünf Freiheitsgraden Wahrscheinlichkeiten von etwa 60 %. Bei der Normalverteilung liegt die Wahrscheinlichkeit etwas unter, bei der t-Verteilung etwas über diesem Wert.

Monatsbericht Juni 2010

deutlichen, wie schwierig es ist, verlässliche Aussagen über solche Wahrscheinlichkeiten zu treffen. Trotz dieser Unterschiede zeigt die Höhe der hier berechneten Wahrscheinlichkeiten jedoch, dass die während der Krise beobachteten BIP-Rückgänge und Prognosefehler zumindest vor der Krise als nahezu unmöglich angesehen worden wären.

#### **Fazit**

Makroökonomische Prognosen sind aus zahlreichen Gründen mit Unsicherheit behaftet. Informationen über diese Unsicherheit werden jedoch für viele wirtschaftliche Entscheidungen benötigt. Das Ausmaß der Unsicherheit ist aber selbst unsicher und kann daher nur geschätzt werden. Dafür stehen verschiedene Methoden zur Verfügung. Allerdings ist es nicht immer einfach, die Prognoseunsicherheit präzise zu schätzen.

Die geschätzte Unsicherheit der Bundesbank-Prognosen für Wachstum und Preise ist insgesamt geringer als die einfacher, aber gängiger Prognosemodelle und unterscheidet sich nur wenig von jener einer kombinierten Prognose, die aus den Vorhersagen vieler anderer Institutionen berechnet wird. Kombinierte Prognosen gelten im Allgemeinen als recht treffsicher, sodass die Unsicherheit der Bundesbank-Prognosen als vergleichsweise gering angesehen werden kann.

Die jüngste Finanzkrise hat zu einem scharfen Rückgang der Wirtschaftsentwicklung geführt, wie er bis dahin als sehr ungewöhnlich einzuschätzen war. Aus der Finanzkrise kann deshalb die Lehre gezogen werden, dass die Unsicherheit über künftige wirtschaftliche Entwicklungen größer ist, als zuvor anzunehmen war. Dies gilt insbesondere für die Wahrscheinlichkeit extremer unvorhergesehener Änderungen.