

Berechnung trendbereinigter Indikatoren für Deutschland mit Hilfe von Filterverfahren

Stefan Stamford



Diskussionspapier
Reihe 1: Volkswirtschaftliche Studien
Nr. 19/2005

Die in dieser Reihe veröffentlichten Diskussionspapiere spiegeln die persönliche Auffassung der Autoren und nicht notwendigerweise die der Deutschen Bundesbank wider.

Herausgeber: Heinz Herrmann
Thilo Liebig
Karl-Heinz Tödter

Deutsche Bundesbank, Wilhelm-Epstein-Strasse 14, 60431 Frankfurt am Main,
Postfach 10 06 02, 60006 Frankfurt am Main

Telefon +49 69 9566-1

Telex Inland Germany 41 227, Telex Ausland 4 14 431, Telefax +49 69 5601071

Bestellungen schriftlich erbeten an: Deutsche Bundesbank,
Abteilung Externe Kommunikation, Postanschrift oder Telefax +49 69 9566-3077

Nachdruck nur mit Quellenangabe gestattet.

ISBN 3-86558-060-2

Abstract

This paper discusses various approaches to decompose economic time series into their trend and cyclical components. For over 30 years now, the Deutsche Bundesbank publishes trend-adjusted indicators in its Statistical Supplement 4 entitled “Seasonally Adjusted Business Statistics” which are calculated basically as unweighted moving averages.

As alternatives to the Bundesbank’s current approach, the widely used Hodrick-Prescott filter, the extended exponential smoothing filter and the Baxter-King low-pass filter are investigated. All three of the filters are able to clearly separate the trend component from the cyclical component for German economic indicators. The turning points of the growth cycles are largely consistent with the Bundesbank’s current approach. However, the trend deviation level at the end of the series is still subject to noticeable changes. This uncertainty can be quantified with the help of ARIMA forecasts. The choice of filter ultimately depends on the features of the time series to be filtered. Whereas extended exponential smoothing is well suited to I(1) processes, the Hodrick-Prescott filter is preferable for I(2) series.

Keywords: Business cycle, trend, time-series analysis, Hodrick-Prescott filter, extended exponential smoothing, Baxter-King filter

JEL classification: C 22, E 32

Nicht technische Zusammenfassung

Seit gut 30 Jahren veröffentlicht die Deutsche Bundesbank im Statistischen Beiheft 4 "Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen" trendbereinigte Indikatoren. Die Berechnung der Trends basiert im Wesentlichen auf ungewichteten gleitenden Durchschnitten. In der jüngeren Zeit werden jedoch auf nationaler und internationaler Ebene auch andere Ansätze diskutiert und angewandt.

Nach einer kurzen Einführung in die Grundidee der Schätzung der Trend- und der Konjunkturkomponente einer Zeitreihe werden verschiedene Ansätze zur Lösung des Problems beschrieben. In dieser Arbeit werden neben dem international weit verbreiteten Hodrick-Prescott-Filter insbesondere die erweiterte exponentielle Glättung sowie der Low-Pass-Filter von Baxter und King als Alternativen zum bisherigen Ansatz der Bundesbank untersucht.

Alle drei behandelten Filter sind in der Lage, bei deutschen Konjunkturindikatoren den Trend klar von der zyklischen Komponente zu trennen. Zudem stimmen bei den hier betrachteten Verfahren die Wendepunkte der Wachstumszyklen mit dem bisherigen Bundesbank-Ansatz weitgehend überein. Gleichwohl unterliegt die Höhe der Trendabweichungen am Reihenende noch spürbaren Änderungen. Diese Unsicherheit kann mit Hilfe von ARIMA-Prognosen quantifiziert werden.

Die Wahl des Filters ist letztendlich von den Eigenschaften der zu filternden Zeitreihe abhängig. Während sich die erweiterte exponentielle Glättung für $I(1)$ -Prozesse gut eignet, ist der Hodrick-Prescott-Filter bei $I(2)$ -Reihen vorzuziehen.

Non technical summary

For over 30 years now, the Deutsche Bundesbank has published trend-adjusted indicators in its Statistical Supplement 4 entitled “Seasonally Adjusted Business Statistics”. The trends are calculated for the most part on the basis of unweighted moving averages. Recently, however, other approaches have been discussed and applied at a national and international level.

After a short introduction to the basic concept of estimating the trend and cyclical components of a time series, various approaches to solving the problem are presented. This paper examines not only the Hodrick-Prescott filter, which is widely used internationally, but also, and in particular, extended exponential smoothing and the Baxter-King low-pass filter as alternatives to the Bundesbank’s current approach.

All three of the filters discussed here are able to clearly separate the trend component from the cyclical component for German economic indicators. In addition, for the procedures discussed in this paper, the turning points of the growth cycles are largely consistent with the Bundesbank’s current approach. However, the trend deviation level at the end of the series is still subject to noticeable changes. This uncertainty can be quantified with the help of ARIMA forecasts.

The choice of filter ultimately depends on the features of the time series to be filtered. Whereas extended exponential smoothing is well suited to $I(1)$ processes, the Hodrick-Prescott filter is preferable for $I(2)$ series.

Inhalt

1	Einleitung und Zielsetzung	1
2	Messung von Konjunkturzyklen – Forschungsobjekt der Ökonomie seit fast 150 Jahren	3
2.1	Definition des Konjunkturzyklus – von Schumpeter zum NBER	3
2.2	Idealtypische Arten von Konjunkturzyklen	7
3	Alternative Schätzansätze	11
3.1	Grundidee der Zeitreihenanalyse	11
3.2	Trendbereinigungsverfahren der Deutschen Bundesbank	12
3.3	Überblick über verschiedene Schätzansätze	15
3.4	Überblick über die Verbreitung der verschiedenen Schätzansätze	21
3.5	Schlussfolgerungen und weiteres Vorgehen	23
4	Hodrick-Prescott-Filter	24
4.1	Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters	24
4.2	Ableitung der Gewichte im Zeitbereich	26
4.3	Eigenschaften im Spektralbereich	30
4.4	Werte für λ bei monatlichen, vierteljährlichen und jährlichen Zeitreihen	33
4.5	Hodrick-Prescott-Filter als idealer linearer Filter: Bestimmung von λ	36
4.6	Zur Frage der Scheinzyklen	40
4.7	Endpunktprobleme	44

5	Erweiterte Exponentielle Glättung (EEG-Filter)	48
5.1	Eigenschaften der erweiterten exponentiellen Glättung	48
5.2	Ableitung der Gewichte im Zeitbereich	49
5.3	Eigenschaften im Spektralbereich	54
5.4	Endpunktproblematik und Revisionslänge	61
6	Baxter-King-Filter als Low-Pass-Filter	62
6.1	Eigenschaften des Baxter-King-Filters als Low-Pass-Filter	62
6.2	Ableitung der Gewichte im Zeitbereich	63
6.3	Eigenschaften im Spektralbereich	65
6.4	Endpunktproblematik	67
7	Empirische Ergebnisse	68
7.1	Eigenschaften der Zeitreihe „Industrieproduktion“	68
7.2	Hodrick-Prescott-Filter	70
7.2.1	Vergleich des Hodrick-Prescott-Filters mit dem Bundesbank-Ansatz	71
7.2.2	Auswirkung des Startjahrs auf den Trend	74
7.2.3	Auswirkungen unterschiedlicher λ -Werte auf den Trendverlauf und die Trendabweichungen der Industrieproduktion	75
7.2.4	Trendermittlung am Zeitreihenende – Verlängerung mit ARIMA-Prognosen oder Verwendung asymmetrischer Filter?	78
7.2.5	Revisionen der Trendwerte	81
7.2.6	Zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung	83
7.2.7	Quantifizierung der Trendunsicherheit am Reihenende	85

7.2.8	Trendverlauf und Trendabweichungen bei anderen Konjunkturindikatoren	87
7.2.8.1	Auftragseingang aus der Industrie (Volumen)	88
7.2.8.2	Investitionskonjunktur	91
7.2.8.3	Außenhandel	93
7.3	Erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter)	95
7.3.1	Auswirkung des Startjahrs auf den Trend	95
7.3.2	Vergleich des EEG-Filters mit dem Hodrick-Prescott-Filter	97
7.3.3	Trendermittlung am Reihenende – Verlängerung mit ARIMA-Prognosen oder Verwendung asymmetrischer Filter?	99
7.3.4	Zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung	101
7.4	Baxter-King-Filter als Low-Pass-Filter	103
7.4.1	Vergleich des Low-Pass-Filters von Baxter und King mit dem Hodrick-Prescott-Filter	103
7.4.2	Auswirkungen unterschiedlicher Cut-off-Frequenzen auf den Trendverlauf und die Trendabweichungen der Industrieproduktion	106
7.4.3	Trendermittlung am Reihenende – Verlängerung mit ARIMA-Prognosen?	108
7.4.4	Zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung	109
8	Schlussfolgerungen	112
	Literaturverzeichnis	117

Liste der Tabellen und Schaubilder

Tabellen

Tabelle 1	Merkmale des Kondratieff-, Juglar- und Kitchinzyklus	4
Tabelle 2	Strukturelle Zeitreihenmodelle: Varianten des Trendmodells	18
Tabelle 3	Verbreitung der verschiedenen Schätzansätze	21/22
Tabelle 4	Hodrick-Prescott-Filter: Korrespondierende λ -Werte für Zeitreihen unterschiedlicher Periodizität	36
Tabelle 5	Hodrick-Prescott-Filter: Optimale λ -Werte für unterschiedliche Periodizitäten	39
Tabelle 6	EEG-Filter: Optimale λ -Werte für unterschiedliche Periodizitäten	57
Tabelle 7	Relative Veränderung der Trendwerte bei Revision des Reihenendwerts für $\lambda = 7$ ($\partial \hat{g}_\tau / \partial x_T$)	61
Tabelle 8	Integrationsgrad der deutschen Industrieproduktion	69
Tabelle 9	Abweichung des Hodrick-Prescott-Trends vom Trend des Bundesbank-Ansatzes (in %)	72
Tabelle 10	Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters, der erweiterten exponentiellen Glättung und des Low-Pass-Filters von Baxter und King	116

Schaubilder

Schaubild 1	Überlagerung von Kondratieff-, Juglar- und Kitchinzyklus	6
Schaubild 2	Klassischer Zyklus, Wachstumszyklus und Wachstumsratenzyklus	8

Schaubild 3	Verfahren für die Trend- und Trendzyklusschätzung	12
Schaubild 4	Bundesbank-Verfahren: Industrieproduktion und Trend mit doppeltem Stützbereich	13
Schaubild 5	Henderson-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Henderson-Trend	16
Schaubild 6	Hodrick-Prescott-Filter: Bruttoinlandsprodukt und Trend ($\lambda = 1.600$)	25
Schaubild 7	Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Filtergewichte aus inverser A-Matrix für $T = 50$	27
Schaubild 8a	Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{25}	28
Schaubild 8b	Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{40}	29
Schaubild 8c	Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{50}	29
Schaubild 9	Gewichte w_j des Hodrick-Prescott-Filters ($\lambda = 1.600$) im Zeitbereich	30
Schaubild 10	Gainfunktion des Hodrick-Prescott-Filters für $\lambda = 1.600$	33
Schaubild 11	Hodrick-Prescott-Filter: Bestimmung des optimalen λ -Werts	38
Schaubild 12	Spektrum eines Zyklus in einem Random-Walk-Modell	42
Schaubild 13	Erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter): Filtergewichte aus inverser A-Matrix für $T = 50$ ($\lambda = 7$)	51
Schaubild 14a	EEG-Filter ($\lambda = 7$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{25}	51
Schaubild 14b	EEG-Filter ($\lambda = 7$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{40}	52
Schaubild 14c	EEG-Filter ($\lambda = 7$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{50}	52
Schaubild 15	Gewichte w_j des EEG-Filters ($\lambda = 7$) im Zeitbereich	53

Schaubild 16	Gainfunktion des EEG-Filters für $\lambda = 132$	55
Schaubild 17	EEG-Filter: Bestimmung des optimalen λ -Werts	56
Schaubild 18	EEG-Filter und Hodrick-Prescott-Filter im Vergleich: Gainfunktion und relative Verzerrung	59
Schaubild 19	Gewichte a_h des Low-Pass-Filters $LP_{12}(32)$ von Baxter und King	64
Schaubild 20	Gainfunktion des Low-Pass-Filters von Baxter und King für $\omega = 2\pi/32$	66
Schaubild 21	Industrieproduktion – Veränderung der Jahresdurchschnitte in %	68
Schaubild 22	Industrieproduktion – Spektren für verschiedene Zeiträume	70
Schaubild 23a	Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, Bbk- und HP-Trend	71
Schaubild 23b	Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und HP-Trend	72
Schaubild 24	Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	73
Schaubild 25	Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$): Saisonbereinigte Industrieproduktion – Auswirkung des Startjahrs auf den Trend	74
Schaubild 26	Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$): Saisonbereinigte Industrieproduktion – Auswirkung des Startjahrs auf die Trendabweichung	75
Schaubild 27	Hodrick-Prescott-Filter: Gainfunktion	76
Schaubild 28	Hodrick-Prescott-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend	77

Schaubild 29	Hodrick-Prescott-Filter: Industrieproduktion – Prozen- tuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	78
Schaubild 30	Hodrick-Prescott-Filter: Industrieproduktion – Saison- bereinigte Werte, ARIMA-Prognosen und Trend ($\lambda = 129.119$)	79
Schaubild 31	Gewichte w_j des Hodrick-Prescott-Filters ($\lambda = 129.119$) im Zeitbereich	82
Schaubild 32a	Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saison- bereinigter Werte vom Trend	83
Schaubild 32b	Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saison- bereinigter Werte vom Trend	84
Schaubild 33	Hodrick-Prescott-Filter: Prognoseunsicherheit bei der Verwendung von ARIMA-Prognosen	86
Schaubild 34a	Hodrick-Prescott-Filter: Auftragseingang in der Industrie (Volumen) – Saisonbereinigte Werte und Trend	88
Schaubild 34b	Hodrick-Prescott-Filter: Auftragseingang in der Industrie (Volumen) – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	88
Schaubild 34c	Hodrick-Prescott-Filter: Auftragseingang in der Industrie aus dem Inland (Volumen) – Saisonbereinigte Werte und Trend	89
Schaubild 34d	Hodrick-Prescott-Filter: Auftragseingang in der Industrie aus dem Inland (Volumen) – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	89
Schaubild 34e	Hodrick-Prescott-Filter: Auftragseingang in der Industrie aus dem Ausland (Volumen) – Saisonbereinigte Werte und Trend	90

Schaubild 34f	Hodrick-Prescott-Filter: Auftragseingang in der Industrie aus dem Ausland (Volumen) – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	90
Schaubild 35a	Hodrick-Prescott-Filter: Investitionskonjunktur – Auftragseingang Inland (Volumen); Saisonbereinigte Werte und Trend	91
Schaubild 35b	Hodrick-Prescott-Filter: Investitionskonjunktur – Auftragseingang Inland (Volumen); Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	91
Schaubild 35c	Hodrick-Prescott-Filter: Investitionskonjunktur – Produktion; Saisonbereinigte Werte und Trend	92
Schaubild 35d	Hodrick-Prescott-Filter: Investitionskonjunktur – Produktion; Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	92
Schaubild 36a	Hodrick-Prescott-Filter: Ausfuhr (Volumen) – Saisonbereinigte Werte und Trend	93
Schaubild 36b	Hodrick-Prescott-Filter: Ausfuhr (Volumen) – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	93
Schaubild 36c	Hodrick-Prescott-Filter: Einfuhr (Volumen) – Saisonbereinigte Werte und Trend	94
Schaubild 36d	Hodrick-Prescott-Filter: Einfuhr (Volumen) – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	94
Schaubild 37	EEG-Filter ($\lambda = 1.196$): Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend	96
Schaubild 38	EEG-Filter ($\lambda = 1.196$): Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	96
Schaubild 39a	Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend	98

Schaubild 39b	Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	98
Schaubild 40	EEG-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, ARIMA-Prognosen und Trend ($\lambda = 1.196$)	100
Schaubild 41	Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	102
Schaubild 42a	Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, HP- und BK-Trend	104
Schaubild 42b	Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, HP- und BK-Trend	104
Schaubild 43	Gainfunktion des Low-Pass-Filters von Baxter und King für $\omega = 2\pi/96$	105
Schaubild 44	Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	106
Schaubild 45	Baxter-King-Filter ($K = 36$): Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend	107
Schaubild 46	Baxter-King-Filter ($K = 36$): Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	108
Schaubild 47	Baxter-King-Filter $LP_{36}(96)$: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, ARIMA-Prognosen und Trend	109
Schaubild 48	Baxter-King-Filter $LP_{36}(96)$: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend	110

Berechnung trendbereinigter Indikatoren für Deutschland mit Hilfe von Filterverfahren*

1 Einleitung und Zielsetzung

Die Deutsche Bundesbank publiziert seit über 30 Jahren trendbereinigte Zeitreihen. Ab 1972 veröffentlicht sie im Statistischen Beiheft Reihe 4 „Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen“ für wichtige deutsche Wirtschaftsindikatoren die prozentualen Abweichungen saisonbereinigter Werte von ihrem Trend. Zusätzlich werden ab August 1979 im Abschnitt „Trendbereinigte Indikatoren“ auch die langfristigen Trendverläufe sowie die zu Grunde liegenden saisonbereinigten Zeitreihen graphisch dargestellt.

Mit der Veröffentlichung der Trendabweichungen verfolgt die Bundesbank keineswegs das Ziel, „offizielle“ bzw. „amtliche“ konjunkturelle Wendepunkte für die Bundesrepublik Deutschland festzulegen. Vielmehr soll die Darstellung „die Dynamik und Lagstrukturen der Konjunkturzyklen in der Bundesrepublik veranschaulichen“.¹

Die seit nunmehr gut 30 Jahren unveränderte Berechnungsweise wird im folgenden Bericht überprüft. Dabei gilt es, sowohl neue Methoden für die Trendschätzung zu untersuchen als auch die zusätzliche Anforderung nach internationaler Vergleichbarkeit zu berücksichtigen. Denn durch die Errichtung der Europäischen Währungsunion besteht verstärkt Bedarf nach zumindest europaweit weitgehend harmonisierten Statistiken und Methoden. Nebenbedingung für die Untersuchung ist, dass die bisher gewählte Darstellungsform im Statistischen Beiheft Reihe 4 „Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen“ beibehalten wird: Der Trend wird auf Basis der saisonbereinigten Angaben ermittelt und zusammen mit ihnen gezeigt. Zudem sollen die daraus abgeleiteten Abweichungen der saisonbereinigten Werte vom Trend graphisch abgetragen werden. Deshalb werden Verfahren, die nicht auf den Trend, sondern nur auf den Zyklus einer Reihe abstellen (beispielsweise der Band-Pass-Filter von Baxter und King), in dieser Arbeit nicht betrachtet.

* Für wertvolle Hinweise und Anregungen danke ich Stephanus Arz, Martin Eiglsperger, Heinz Herrmann, Robert Kirchner, Hans-Albert Leifer, Jörg Meier, Lydia Muth-Kistingner, Stefan Schipper und Karl-Heinz Tödter. Alle verbliebenen Fehler gehen natürlich zu meinen Lasten.

¹ Deutsche Bundesbank, 1972, S. 27.

Der folgende Abschnitt enthält neben einem kurzen geschichtlichen Abriss über die Entwicklung der Grundideen der Konjunkturzyklusanalyse eine Beschreibung der verschiedenen idealtypischen Arten der Konjunkturzyklen. Anschließend werden im dritten Kapitel verschiedene Ansätze zur Ermittlung des Trends und der zyklischen Komponente dargestellt. Es folgt ein knapper Überblick über die Methoden, die verschiedene internationale oder nationale Institutionen anwenden. Daran fügt sich im vierten Abschnitt eine ausführliche Darstellung des Hodrick-Prescott-Filters an. Als Alternativen zum Hodrick-Prescott-Filter werden im fünften und sechsten Teil der Arbeit der erweiterte exponentielle Glättungsfilter von Tödter sowie der Low-Pass-Filter von Baxter und King eingehend behandelt. Daran schließen sich im siebten Kapitel die empirischen Ergebnisse des Hodrick-Prescott-Filters, der erweiterten exponentiellen Glättung und des Low-Pass-Filters für deutsche Konjunkturindikatoren, vor allem für die Industrieproduktion, an. In Abschnitt acht werden einige Schlussfolgerungen gezogen.

2 Messung von Konjunkturzyklen – Forschungsobjekt der Ökonomie seit fast 150 Jahren

2.1 Definition des Konjunkturzyklus – von Schumpeter zum NBER

Seit der industriellen Revolution sind in Marktwirtschaften üblicherweise wiederkehrende Phasen wirtschaftlicher Prosperität beobachtbar, denen regelmäßig Phasen der Stagnation oder gar der Schrumpfung folgen.² Der erste, der diesem Phänomen systematisch nachging, war der Franzose Clément Juglar (1819 – 1905). Dazu untersuchte er u.a. Zeitreihen von Diskontsätzen und Preisen für Frankreich und das Vereinigte Königreich. Bei seinen Studien kam er zu dem Ergebnis, dass sich in den untersuchten Zeitreihen ein regelmäßiger Zyklus mit einer Dauer von etwa sieben bis elf Jahren widerspiegelt.³ Davon zu unterscheiden seien die Folgen verschiedenster Krisen, die den normalen Lauf des wirtschaftlichen Lebens stark hemmen oder gar unterbrechen (wie Kriege, schlechte Ernten oder Naturkatastrophen).

Während sich in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts die empirische Forschung darauf konzentrierte, Länge und Phasen von Konjunkturzyklen zu identifizieren, wurde zu Beginn des 20. Jahrhunderts die Einzyklen-Hypothese, die auf Juglar zurückgeht, zunehmend in Frage gestellt. Joseph A. Schumpeter (1883 – 1950) kam zu dem Schluss, dass die Konjunkturzyklen von wellenförmigen Schwankungen verschiedener Längen und Intensitäten überlagert werden.⁴ Denn zum einen führen Innovationen, die er als eine zentrale Ursache zyklischer Schwankungen ansieht, zu keinen einheitlichen wellenförmigen Bewegungen, weil die Wirkungskauern der einzelnen Innovationen auf das Wirtschaftssystem nicht gleich sind. Zum anderen stehen aufeinander folgende zyklische Perioden in einer gewissen Abhängigkeit zueinander, da (technische) Innovationen nicht auf einmal, sondern schrittweise durchgeführt werden. Jeder einzelne Schritt bildet zwar für sich einen eigenen Zyklus; aber diese Zyklen weisen eine gewisse Beziehung zueinander auf. Schumpeter führt als Beispiel den Eisenbahnbau im 19. Jahr-

² vgl. Moore/Zarnowitz, 1984, S. 6.

³ vgl. Maußner, 1994, S. 3. Juglar veröffentlichte seine Ergebnisse in seinem 1860 in Paris erschienenen Buch „Des Crises Commerciales et de leur Retour Périodique en France, en Angleterre et aux Etats-Unis“.

⁴ vgl. Schumpeter, 1939, S. 161. Eine vergleichende Übersicht über die verschiedenen Konjunkturzyklustheorien sowie weiterführende Erklärungen für die Gründe und Natur zyklischer Schwankungen ist bei Haberler, 1955, zu finden.

hundert an: Zunächst wurden einige wenige Eisenbahnlinien mit Erfolg gebaut. Nach einer eventuell folgenden Konsolidierungsphase begann dann eine neue Welle des Eisenbahnbaus. Schließlich kann eine Zyklensfolge das Ergebnis von Prozessen sein, die auch weitergehende Wirkungen haben. Schumpeter nennt hier die Industrielle Revolution. Diese bestand aus einer Anhäufung von Zyklen unterschiedlicher Länge, die sich überlagert haben. Alle diese Zyklen zusammen aber verursachten eine grundlegende Veränderung in der wirtschaftlichen und sozialen Struktur der Gesellschaft, die auch ihrerseits einige zyklische Eigenschaften aufwies.⁵

Schumpeter unterschied für seine weiteren Studien drei Arten von Zyklen (lang-, mittel- und kurzfristig), die er nach den Namen ihrer „Entdecker“ als „Kondratieff-“, „Juglar-“ und „Kitchinzyklus“ bezeichnete.⁶ Die wichtigsten Merkmale dieser drei Zyklen sind in der folgenden Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Merkmale des Kondratieff-, Juglar- und Kitchinzyklus

Zyklustyp	Dauer des Zyklus	Hauptursachen für den Zyklus
Kondratieff	40 – 60 Jahre	Technischer Fortschritt, wirtschaftliche und gesellschaftliche Strukturveränderungen
Juglar	7 – 11 Jahre	Investitionszyklus → Schwankungen des Bruttoinlandsprodukts (BIP), der Inflationsrate und der Beschäftigung
Kitchin	3 – 4 Jahre	Zufallsschocks → Schwankungen des BIP, der Inflationsrate und der Beschäftigung; Lagerzyklus

Quelle: vgl. Gabisch/Lorenz, 1989, S. 10.

Nikolai Dimitrijewitsch Kondratieff (1892 – 1938) stellte bei einer Untersuchung unter anderem des britischen und deutschen Stahlverbrauchs fest, dass ein langfristiger Zyklus mit einer Periode von 40 bis 60 Jahren existiert. Als Hauptursache für diesen Zyklus sieht Kondratieff den technischen Fortschritt sowie die damit verbundenen wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Umwälzungen. So stehen die Erfindung der

⁵ vgl. Schumpeter, 1939, S. 166 – 168.

⁶ vgl. Schumpeter, 1939, S. 169.

Dampfmaschine (1790), der Bau von Eisenbahnlinien in großem Stil (ab 1830) und die Nutzung der Elektrizität, der Fortschritt in der Chemie sowie die Erfindung des Automobils (ab 1885) für den Anfang jeweils eines neuen Kondratieffzyklus.⁷ Schumpeter datierte den ersten Kondratieffzyklus auf die Zeit von 1780 bis 1842, den zweiten zwischen 1842 und 1897 und den dritten ab 1898.⁸ Die Existenz der Kondratieff-Wellen ist allerdings umstritten.⁹

Der Juglar-Zyklus, der – wie oben bereits erwähnt – eine Länge zwischen 7 und 11 Jahren besitzt, wird mit der durchschnittlichen Lebensdauer von Investitionsgütern erklärt. Laut Gabisch und Lorenz schrumpfte nach dem Zweiten Weltkrieg in den meisten westlichen Industrienationen die Dauer dieses mittelfristigen Zyklus auf ungefähr 5 bis 7 Jahre.¹⁰

Joseph Kitchin (1861 – 1932) findet bei seinen Untersuchungen der Großhandelspreise und der Entwicklung des Banken-Clearings im Vereinigten Königreich und in den USA einen etwa 40-monatigen Zyklus. Ferner geht er davon aus, dass die mittelfristigen Juglar-Zyklen keine eigenständige Erscheinung sind, sondern aus den von ihm gefundenen Zyklen hervorgehen.¹¹

An einem einfachen Beispiel illustrierte Schumpeter, dass allein durch die Überlagerung des Kondratieff-, des Juglar- und des Kitchinzyklus eine komplexe zyklische Bewegung entsteht (siehe Schaubild 1). Obwohl jeder der Zyklen für sich äußerst regelmäßig ist, d.h. über den Zeitablauf eine konstante Amplitude und Periode besitzt, ergeben sie zusammen eine unregelmäßig erscheinende Kurve. Nach Schumpeters Ansicht zeigt dies auch, wie schwierig es ist, mit statistischen Methoden die Wirklichkeit abzubilden.¹²

⁷ vgl. Gabisch/Lorenz, 1989, S. 8.

⁸ vgl. Schumpeter, 1939, S. 170.

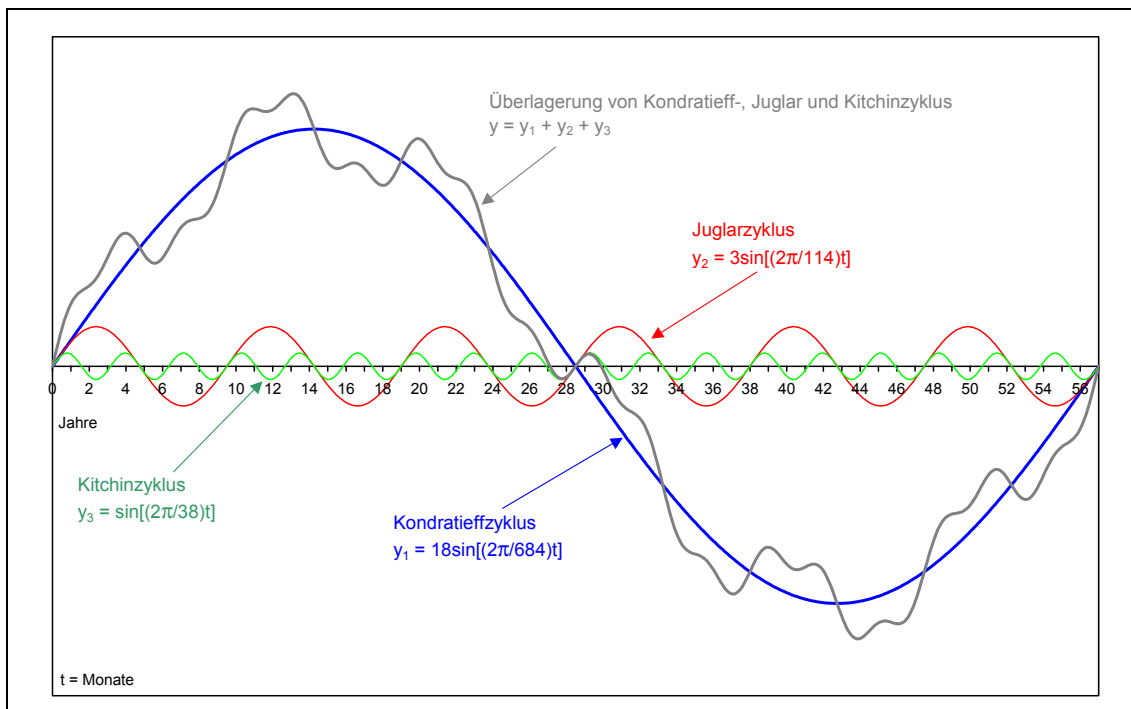
⁹ vgl. Maußner, 1994, S. 4.

¹⁰ vgl. Gabisch/Lorenz, 1989, S. 8f.

¹¹ vgl. Maußner, 1994, S. 4.

¹² vgl. Schumpeter, 1939, S. 212ff.

Schaubild 1: Überlagerung von Kondratieff-, Juglar- und Kitchinzyklus



Quelle: vgl. Schumpeter, 1939, S. 213 und 1051.

Auch das US-amerikanische National Bureau of Economic Research (NBER) widmete sich der Erforschung von Konjunkturzyklen. So startete es kurz nach seiner Gründung im Jahr 1920 ein Projekt zur Identifizierung historischer Konjunkturzyklen. Dazu wurden für die USA, Großbritannien, Frankreich und Deutschland lange, vergleichbare Zeitreihen aus einer Vielzahl von Quellen zusammengetragen und analysiert.¹³ Die NBER-Ökonomen kamen dabei zu dem Ergebnis, dass die durchschnittliche Länge eines Konjunkturzyklus in der Zeit von 1879 bis 1938 in den USA rund 4 Jahre betrug, verglichen mit rund $5 \frac{1}{3}$ Jahren in Großbritannien und Deutschland.¹⁴ Eng verbunden mit der Analyse historischer Konjunkturzyklen ist die offizielle Festlegung der konjunkturellen Wendepunkte für die US-Konjunktur, die bis heute zu den wichtigen Aufgaben des NBER und seines „Business Cycle Dating Committee“ zählt.¹⁵

¹³ vgl. Moore/Zarnowitz, 1984, S. 10ff.

¹⁴ vgl. Moore/Zarnowitz, 1984, S. 17f. Einen guten Überblick über die Geschichte der Konjunkturzyklustheorie und die Länge historischer Konjunkturzyklen in ausgewählten Ländern enthält Zarnowitz, 1991.

¹⁵ vgl. <http://www.nber.org/cycles/main.html>.

Im Jahr 1946 fertigten die beiden NBER-Researcher Burns und Mitchell eine Beschreibung des Konjunkturzyklus an, die sich bis heute wie ein roter Faden durch die wirtschaftswissenschaftliche Literatur zieht. Nach Burns und Mitchell besteht ein Konjunkturzyklus aus den vier Phasen Hochkonjunktur, Abschwung, konjunktureller Tiefpunkt und Aufschwung, der wieder in die Hochkonjunktur des nächsten Zyklus übergeht. Diese Reihenfolge wiederholt sich zwar stets, weist aber i.d.R. nicht dieselbe zeitliche Länge auf. Die Dauer eines Konjunkturzyklus schwankt zwischen über einem Jahr und 10 bis 12 Jahren; ferner kann der Konjunkturzyklus nicht in kürzere Zyklen unterteilt werden.¹⁶ In der neueren wirtschaftswissenschaftlichen Literatur wird teilweise, wie bei Baxter und King, die Länge des Konjunkturzyklus mit einer Dauer zwischen 6 Quartalen (18 Monaten) und 32 Quartalen (8 Jahren) etwas kürzer festgelegt.¹⁷

2.2 Idealtypische Arten von Konjunkturzyklen

Der Terminus „Konjunkturzyklus“ ist nicht eindeutig definiert. Vielmehr kann er idealtypisch als klassischer Zyklus, als Wachstumszyklus oder als Wachstumsratenzyklus aufgefasst werden. Von dieser Präzisierung hängt auch die Lage der konjunkturellen Wendepunkte ab.¹⁸

Beim *klassischen Zyklus* trennen die konjunkturellen Wendepunkte (Punkte B und C in Schaubild 2) Perioden mit rückläufigen Aktivitäten (Rezessionen) von solchen mit Wachstum (Aufschwungphasen).¹⁹ Nach der „technischen Definition“ – bei Musso auch „Daumenregel“ genannt – liegt eine Rezession bei einer mindestens zweimaligen Schrumpfung des realen BIP gegenüber dem Vorquartal vor.²⁰ Das NBER dagegen definiert eine Rezession umfassender: Eine Rezession ist demnach ein signifikanter Rückgang der wirtschaftlichen Aktivität in vielen Sektoren der Volkswirtschaft, der mehr als ein paar Monate dauert. Eine Rezession beginnt genau dann, wenn eine Volkswirtschaft den relativen Höhepunkt der wirtschaftlichen Aktivität erreicht hat, und endet mit dem Erreichen der wirtschaftlichen Talsohle. Als Grundlage für die Festlegung der konjunkturellen Wendepunkte wird nicht nur das BIP-Wachstum alleine, sondern es werden

¹⁶ vgl. Burns/Mitchell, 1947, S. 3.

¹⁷ vgl. Baxter/King, 1995, S. 3.

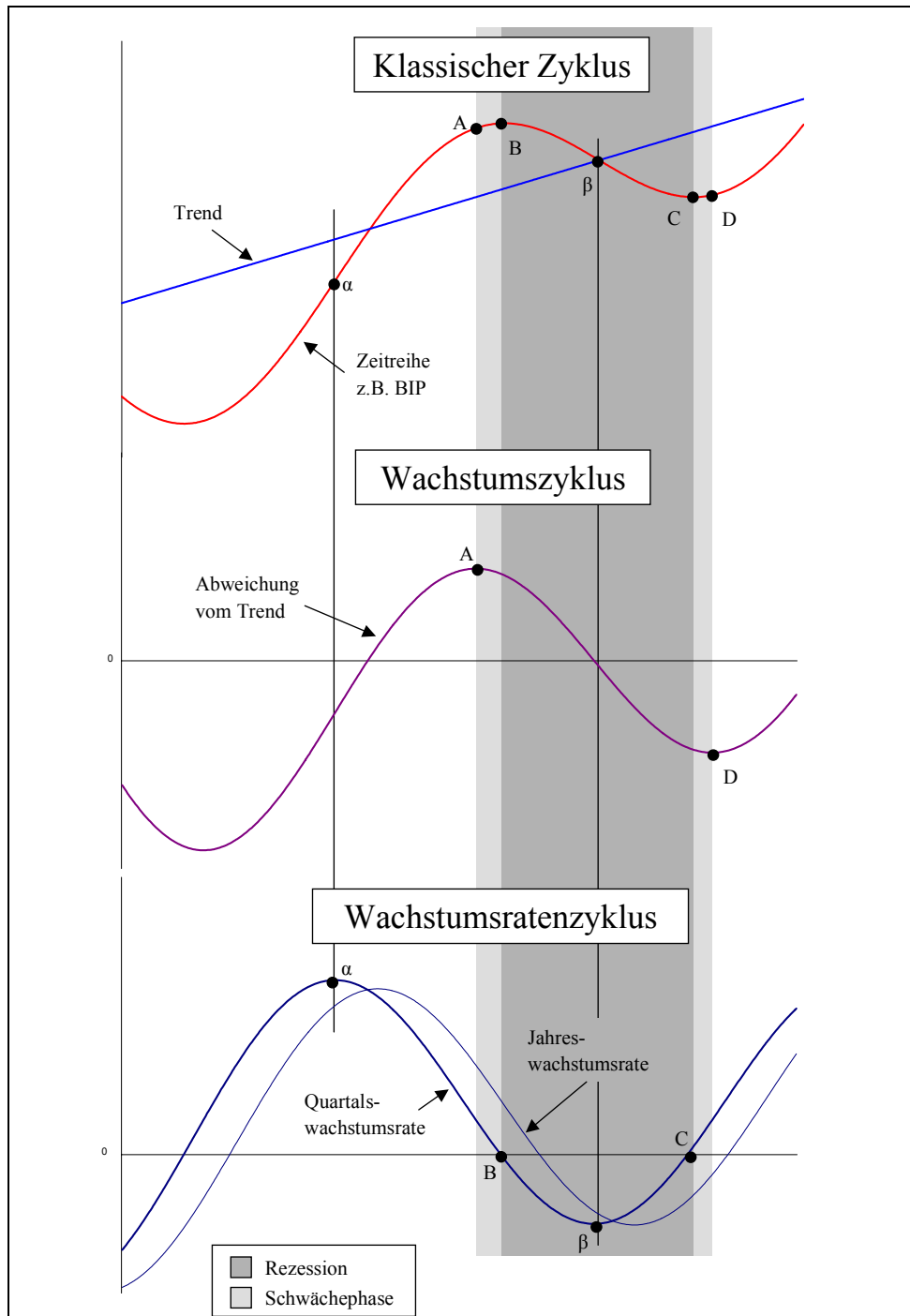
¹⁸ vgl. Anas/Ferrara, 2002, S. 8.

¹⁹ vgl. Anas/Ferrara, 2002, S. 8.

²⁰ vgl. Musso, 2003, S. 5.

weitere Konjunkturindikatoren – wie Realeinkommen, Beschäftigung, Industrieproduktion und Großhandelsumsätze – herangezogen.²¹

Schaubild 2: Klassischer Zyklus, Wachstumszyklus und Wachstumsratenzyklus



Quelle: vgl. Anas/Ferrara, 2002, S. 9.

²¹ vgl. National Bureau of Economic Research, Business Cycle Dating Committee, 2003, S. 1 und S. 6.

Der Sachverständigenrat (SVR) definiert Konjunkturschwankungen als Schwankungen im Auslastungsgrad des Produktionspotenzials. Allerdings ist die Schätzung dieser nicht beobachtbaren Größe mit erheblicher Unsicherheit behaftet. Eine schätztechnisch einfachere Methode besteht darin, die Abweichungen des Bruttoinlandsprodukts von seinem langfristigen Trend zu ermitteln und zu analysieren. Dieser Trend unterschätzt jedoch in Zeiten einer lang andauernden, aber vorübergehenden Wirtschaftsschwäche, erst recht während einer tiefen Depressionsphase, das Produktionspotenzial, da die tatsächliche Entwicklung den Trendverlauf des Bruttoinlandsprodukts mit „nach unten“ zieht. Dagegen hält sich die angesprochene Unterschätzung des Produktionspotenzials für die Zeitperioden in Grenzen, in denen der Verlauf des Bruttoinlandsprodukts nur geringere Schwankungen aufweist.²² Ausgehend von dieser Definition erhält man den nachfolgend beschriebenen Wachstumszyklus.

Der *Wachstumszyklus* wird als die Abweichung einer Zeitreihe von ihrem Trend definiert. Die Wendepunkte des Wachstumszyklus (Punkte A und D in Schaubild 2) lassen sich eindeutig interpretieren: Der obere Wendepunkt A wird erreicht, wenn die Zeitreihenwachstumsrate gleich der Trendwachstumsrate ist und davor der Zeitreihenzuwachs über, danach unter der Veränderung des Trends liegt. Der hinsichtlich der zweiten und dritten Bedingung umgekehrte Fall liegt beim unteren Wendepunkt D vor.²³ Vergleicht man die zeitliche Lage der Wendepunkte des Wachstumszyklus und des klassischen Zyklus, so ergibt sich bei einem steigenden Trend folgendes Ergebnis: Während der obere Wendepunkt des Wachstumszyklus (Punkt A) vor dem des klassischen Zyklus (Punkt B) liegt, geht der untere Wendepunkt des klassischen Zyklus (Punkt C) dem des Wachstumszyklus (Punkt D) zeitlich voraus.

Die dritte mögliche Darstellung des Konjunkturzyklus ist der *Wachstumsratenzyklus*, der die Veränderungsrate der Zeitreihe gegenüber der Vorperiode abbildet. Der obere Wendepunkt (Punkt α in Schaubild 2) signalisiert die höchste Wachstumsrate; dagegen erreicht beim unteren Wendepunkt (Punkt β in Schaubild 2) die Veränderungsrate ihren niedrigsten Wert und nimmt anschließend wieder zu. Falls die Wachstumsrate zurückgeht, bedeutet dies aber noch nicht, dass die Wirtschaft in eine Abschwungphase

²² vgl. Sachverständigenrat, 2003, S. 653, Ziff. 734.

²³ vgl. Anas/Ferrara, 2002, S. 10.

eintritt.²⁴ Anas/Ferrara erläutern dies an einem Beispiel: Wenn das BIP-Wachstum in Europa von 4 % auf 3 % zurückgeht, ist dies noch kein Abschwung, da die Wachstumsrate noch immer über dem Trendwachstum von 2 % bis 2 ½ % liegt; es handelt sich somit nur um eine Verlangsamung des Wachstums. Auf der anderen Seite signalisiert eine erneute Beschleunigung des Wachstums dagegen noch keinen Aufschwung.²⁵

Das Beiheft 4 „Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen“ bietet Informationen zu sämtlichen Zyklusarten. So finden sich beispielsweise die saisonbereinigten Angaben für die Industrieproduktion in Tabelle II.9, aus denen sich der klassische Zyklus ergibt. Der Wachstumsratenzyklus lässt sich ebenfalls aus diesen Ergebnissen ableiten. Schließlich wird der Wachstumszyklus im Abschnitt „Trendbereinigte Indikatoren“ präsentiert.

²⁴ vgl. Anas/Ferrara, 2002, S. 10.

²⁵ vgl. Anas/Ferrara, 2002, S. 10.

3 Alternative Schätzansätze

3.1 Grundidee der Zeitreihenanalyse

Grundidee der Zeitreihenanalyse ist, dass sich eine ökonomische Zeitreihe x_t in nicht beobachtbare Komponenten zerlegen lässt. Dabei werden üblicherweise die folgenden unterschieden: Trend g_t , Konjunkturzyklus c_t , Saisonkomponente s_t , Kalenderkomponente k_t und die irreguläre Komponente ε_t . Geht man davon aus, dass diese Komponenten voneinander unabhängig sind, so kann x_t als Summe seiner Komponenten dargestellt werden:

$$x_t = g_t + c_t + s_t + k_t + \varepsilon_t . \quad (1)$$

Die saisonbereinigte Zeitreihe y_t ergibt sich, indem die Saison- und Kalenderkomponente aus der Ursprungsreihe herausgerechnet wird. Somit lässt sich die saisonbereinigte Reihe auch darstellen als Summe der Trend-, Konjunkturzyklus- und irregulären Komponente:

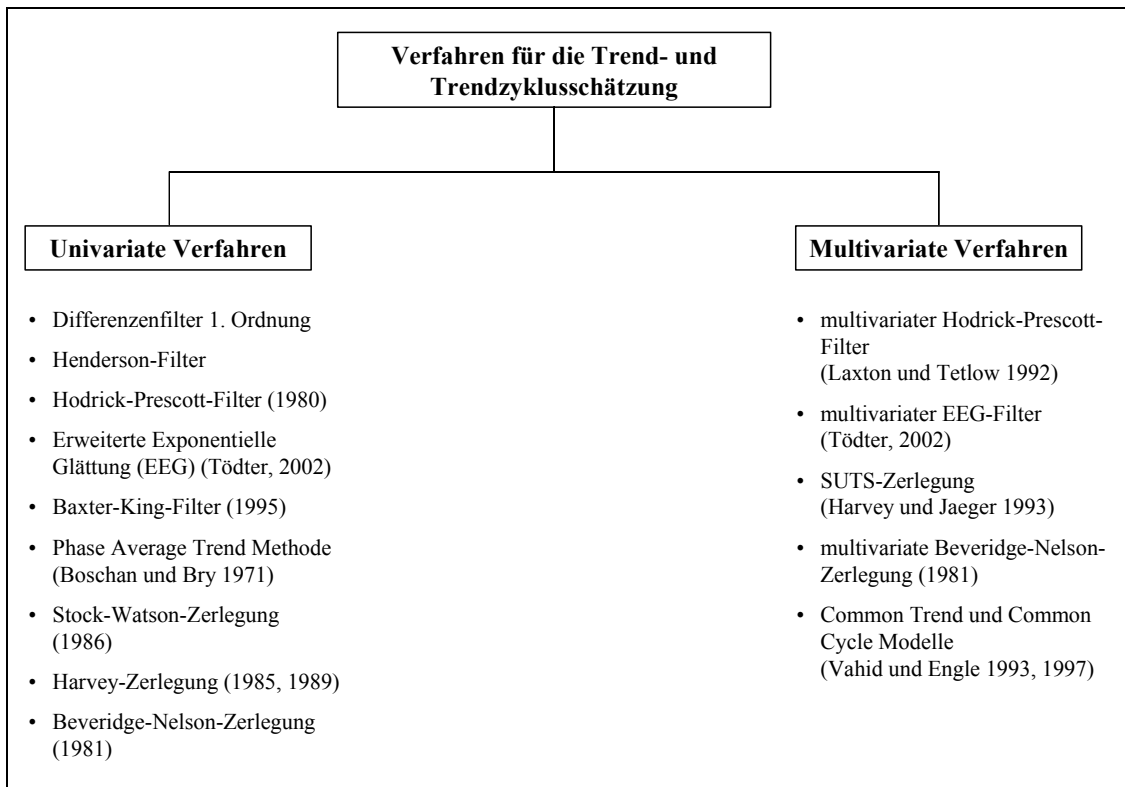
$$y_t = x_t - k_t - s_t = g_t + c_t + \varepsilon_t . \quad (2)$$

Ökonomen haben eine Vielzahl von Verfahren entwickelt, um aus einer Zeitreihe den Trend, den Konjunkturzyklus sowie die dazugehörigen konjunkturellen Wendepunkte zu schätzen (siehe Schaubild 3). Eine Einteilung der verwendeten Methoden beruht auf der Anzahl der Zeitreihen, die bei den verschiedenen Schätzansätzen einbezogen werden. *Univariate Methoden* verwenden nur die zu filternde Reihe. Demgegenüber berücksichtigen *multivariate Methoden* auch Informationen aus anderen Zeitreihen sowie wirtschaftstheoretische Zusammenhänge.²⁶

Im Folgenden wird zunächst das bisherige Trendbereinigungsverfahren der Bundesbank beschrieben sowie auf seine Schwachstellen eingegangen. Daran schließt sich ein kurzer Überblick über einige modernere Trendschätzverfahren sowie deren Verbreitung an.

²⁶ vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 9.

Schaubild 3: Verfahren für die Trend- und Trendzyklusschätzung



Quelle: vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 9.

3.2 Trendbereinigungsverfahren der Deutschen Bundesbank²⁷

Das bisherige Trendbereinigungsverfahren der Deutschen Bundesbank glättet saisonbereinigte Zeitreihen mittels eines gleitenden Durchschnitts, wobei der Anwender die Länge des Stützbereichs vorgeben kann. Im Allgemeinen wird, wie bei den im Statistischen Beiheft 4 veröffentlichten Trendkurven, der Stützbereich auf rund 6 Jahre festgesetzt, um Schwingungen kürzerer Dauer herauszufiltern.

Die Trendkomponente g_t einer saisonbereinigten, logarithmierten Zeitreihe y_t lässt sich bei einer vorgegebenen Stützbereichslänge L (L sei ungerade) wie folgt berechnen:

$$g_t = \frac{1}{L} \cdot \sum_{j=t-K}^{t+K} y_j \quad (3)$$

mit $t = K + 1, \dots, N - K$,

wobei K die größte ganze Zahl kleiner $L/2$ und N die Länge der Originalreihe sind.

²⁷ vgl. Deutsche Bundesbank, 1996.

Da am Anfang und am Ende keine symmetrischen gleitenden Durchschnitte zur Trendermittlung eingesetzt werden können, behilft man sich dort durch lineare Extrapolation. Für den Zuwachs am Reihenende ergibt sich:

$$\Delta Y_E = \left\{ \left(g_{N-(L/2)} + g_{N-1-(L/2)} + g_{N-2-(L/2)} \right) - \left(g_{N-H+1-(L/2)} + g_{N-H-(L/2)} + g_{N-H-1-(L/2)} \right) \right\} / (3 \cdot H - 3) \quad (4)$$

mit $H = L$, falls Trendextrapolation mit ganzem Stützbereich gewählt

$H = L/2$, falls Trendextrapolation mit halbem Stützbereich gewählt

$H = 2L$, falls Trendextrapolation mit doppeltem Stützbereich gewählt.

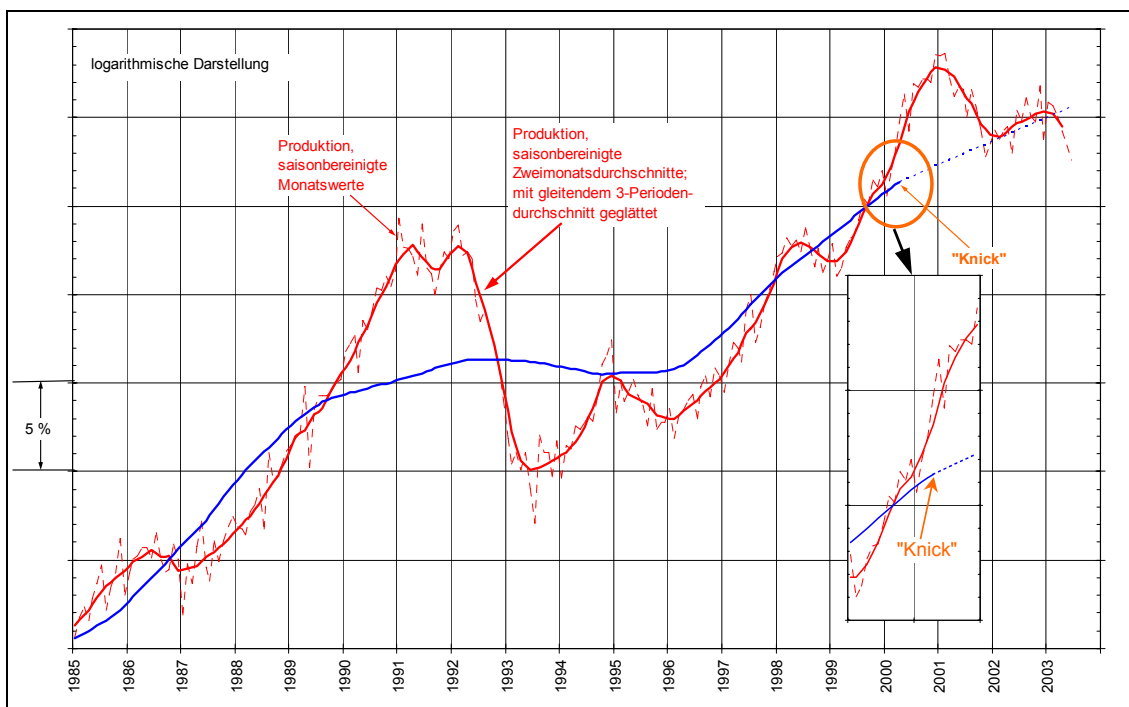
Die extrapolierten Endwerte ergeben sich dann aus:

$$g_{N-(L/2)+i} = g_{N-(L/2)} + i \cdot \Delta Y_E \quad (5)$$

mit $i = 1, 2, \dots, L/2$.

Bei ungeradem L ist $L/2$ die größte ganze Zahl kleiner als $L/2$.

Schaubild 4: Bundesbank-Verfahren: Industrieproduktion und Trend mit doppeltem Stützbereich



Im Ergebnis kann es beim Übergang von den mit Hilfe symmetrischer gleitender Durchschnitte berechneten Trendwerten zu den extrapolierten Werten zu einem Knick kommen (siehe Schaubild 4). Dabei wird die Ausprägung dieses Knicks durch die Wahl des halben, einfachen oder doppelten Stützbereichs beeinflusst. Zudem entspricht der extrapolierte Trend in der Regel nicht dem Verlauf des später geschätzten Trends. Wegen der erhöhten Schätzunsicherheit des extrapolierten Trendverlaufs wird er in den Schaubildern des Statistischen Beihefts Reihe 4 nicht als durchgezogene Linie, sondern gestrichelt gezeichnet.

Im Rahmen der Schätzung der Trendkurven werden die in der Vergangenheit ermittelten, zeitlich einigermaßen stabilen Unterschiede zwischen den Trendsteigerungsraten verschiedener Indikatoren (beispielsweise bezogen auf den Auftragseingang und die Produktion) sowie die Zusammenhänge zwischen einer aggregierten Zeitreihe und ihren Komponenten (wie dem Auftragseingang insgesamt und seinen Komponenten Auftragseingang aus dem Inland und aus dem Ausland) auch bei der Trendextrapolation am Reihende berücksichtigt. Hierdurch soll widersprüchlichen Verläufen zwischen verschiedenen Indikatoren bzw. zwischen den Komponenten und dem Aggregat entgegengewirkt werden.

Eine Schwachstelle des Verfahrens ist die sprunghafte und ökonomisch nicht plausible Änderung des Trendwachstums um die Knickstelle. Ferner gehen bei der Berechnung der Trendwerte alle Werte des Stützbereichs mit dem gleichen Gewicht in den gleitenden symmetrischen Durchschnitt ein, während bei anderen symmetrischen Filtern weiter entfernte Daten ein geringeres Gewicht erhalten, da davon ausgegangen wird, dass weit entfernte Zeitreihenwerte von geringerer Relevanz für den zu schätzenden Trendwert sind als unmittelbar benachbarte Zeitreihenwerte. In diesem Zusammenhang stellt sich die Frage, ob beim Bundesbank-Ansatz die weiter entfernten Daten nicht zu stark gewichtet werden. Eng damit verbunden ist die Fragestellung, ob diese Gleichgewichtung zu angemessenen Ergebnissen führt. Empirische Ergebnisse werden in Abschnitt 7 behandelt.

3.3 Überblick über verschiedene Schätzansätze

In diesem Unterabschnitt werden einige alternative Trend- und Trendzyklus-schätzansätze skizziert, bevor deren Verbreitung beschrieben wird.

- **Phase-Average-Trend-Methode (PAT-Methode)**

Die Phase-Average-Trend-Methode (PAT-Methode) wurde 1971 von Gerhard Bry und Charlotte Boschan am NBER entwickelt. Ziel dieses Verfahrens ist die Trennung des Trends vom Konjunkturzyklus. Ferner dient die PAT-Methode dazu, die konjunkturellen Wendepunkte zu bestimmen.²⁸

Bei der PAT-Methode werden in einem iterativen Verfahren auf Basis extremwertbereinigter Angaben mit Hilfe von gleitenden Durchschnitten Zyklen mit einer Mindestlänge von 15 Monaten bestimmt. Dabei wird der Trend am Reihenende durch eine lineare Regression ermittelt.²⁹

Nach Nilsson besteht jedoch ein großes Problem der PAT-Methode darin, dass tendenziell zu viele konjunkturelle Wendepunkte festgelegt werden. Dies hat zur Folge, dass relativ geringe Schwankungen von der PAT-Methode als Zyklus identifiziert werden und auch der Trend stärker schwankt. Eine weitere Schwachstelle stellt die Trendermittlung am Reihenende dar: Die Trendkurve wird mit Hilfe einer linearen Regression fortgeschrieben. Somit führt auch diese Methode – wie der Bundesbank-Ansatz – zu problematischen Knickstellen.³⁰ Außerdem wird unterstellt, dass die Trendsteigung, d.h. die relative Veränderung, in der letzten Zeit konstant bleibt. Empirisch hat sich diese Annahme jedoch als problematisch erwiesen.³¹

- **Henderson-Filter**

Mit Henderson-Filtern, die integrale Bestandteile der Saisonbereinigungsverfahren Census X-11, X-11-ARIMA/88 und X-12-ARIMA sind, soll die Trendzykluskomponente einer saisonbereinigten Reihe geschätzt werden. Dies geschieht mit Hilfe gewichteter gleitender Durchschnitte, wobei die Gewichte unter der Nebenbedingung ab-

²⁸ vgl. Bry/Boschan, 1971.

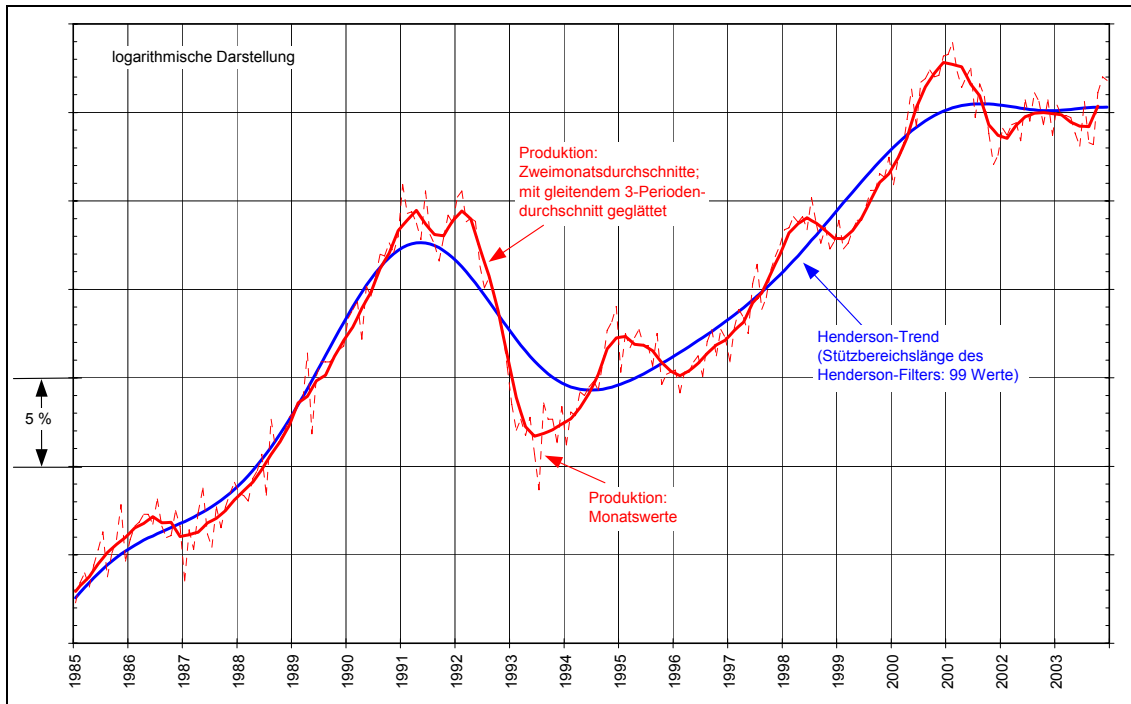
²⁹ vgl. Nilsson, 2000, S. 6 und Zarnowitz/Ozyildirim, 2002, S. 9ff.

³⁰ vgl. Nilsson, 2000, S. 7ff.

³¹ vgl. Zarnowitz/Ozyildirim, 2002, S. 9.

geleitet werden, dass sie innerhalb des Stützbereichs des gleitenden Durchschnitts im Einklang mit einem möglichst glatten Polynom dritten Grades stehen.³²

Schaubild 5: Henderson-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Henderson-Trend



Dieser relativ komplexe Funktionstyp ist zwar sicher geeignet zur Modellierung von Trend-Zyklus-Bewegungen, für die Darstellung der Trendkomponente allein aber konzeptionell zu flexibel. Denn ein damit berechenbarer wellenförmiger Reihenverlauf mit der maximalen Stützbereichslänge im Programm X-12-ARIMA für Monatszeitreihen von $8 \frac{1}{2}$ Jahre hat gedanklich weniger mit einem Trend, sondern eher mit der kom-

³² vgl. Findley et al., 1998, S. 8. Die Standardlänge des Henderson-Filters beträgt bei Monatsreihen 9, 13 oder 23 Werte, bei Quartalsreihen 5 oder 7 Werte. Programmtechnisch sind beliebige ungerade Längen bis zu 101 Werten möglich (das entspricht etwa $8 \frac{1}{2}$ Jahren bei monatlichen und $25 \frac{1}{2}$ Jahren bei vierteljährlichen Reihen) (vgl. U.S. Census Bureau, 2002, S. 155.). Die Wahl der Filterlänge ist abhängig vom gewünschten Glättungsniveau (vgl. Astolfi/Ladiray/Mazzi, 2001, S. 379f.).

Für das aktuelle Reihenende lassen sich die symmetrischen Gewichte nicht verwenden. Deshalb wurden asymmetrische Filter entwickelt, deren Gewichte so abgeleitet worden sind, dass bei normalverteilten Störungen die Revisionen minimiert werden, die mit dem Übergang von mit asymmetrischen Gewichtsfolgen berechneten Trend-Zyklus-Werten zu den mit symmetrischen Gewichten berechneten Werten verbunden sind (vgl. Findley et al., 1998, S. 13 und 61ff.). Freilich kann die Anwendung der asymmetrischen Filter zu einer Phasenverschiebung der konjunkturellen Wendepunkte führen (vgl. Australian Bureau of Statistics, 2001, S. 5.15.).

binierten Trend-Zyklus-Komponente zu tun (siehe Schaubild 5).³³ Somit sind die im Census-Verfahren enthaltenen Henderson-Filter keine geeignete Alternative, um bei monatlichen Zeitreihen den Trend von der Zykluskomponente zu trennen.

- **Unobserved-Components-Modelle**

Um die Grundidee der Unobserved-Components-Modelle oder strukturellen Zeitreihenmodelle leichter verstehen zu können, wird im Folgenden ein einfaches lokales lineares Trendmodell ohne Zyklus betrachtet. Danach lässt sich eine saisonbereinigte Reihe y_t in die nicht beobachtbaren Bestandteile Trend g_t und irreguläre Komponente ε_t zerlegen.³⁴

$$y_t = g_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

Dabei sei die Störvariable ε_t eine White-Noise-Variable mit dem Erwartungswert Null und der Varianz σ_ε^2 : $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$.³⁵

Der Trend g_t repräsentiert die längerfristige Entwicklung der saisonbereinigten Reihe y_t und lässt sich als Random-Walk mit zeitabhängigem Drift β_t darstellen, der auch als Random-Walk definiert ist:

$$g_t = g_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t \quad (7)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \zeta_t \quad (8)$$

mit $\eta_t \sim WN(0, \sigma_\eta^2)$ und $\zeta_t \sim WN(0, \sigma_\zeta^2)$.

Ferner seien in diesem lokalen linearen Trendmodell die Störvariablen ε_t , η_t und ζ_t untereinander unkorreliert.³⁶

Die zeitabhängigen Parameter der unbeobachteten Komponenten können mit Hilfe des Kalman-Filters³⁷ geschätzt werden. Je nachdem, welchen Wert die Varianzen der

³³ vgl. Findley et. al., 1998, S. 13.

³⁴ vgl. Flaig, 2001, S. 2.

³⁵ vgl. Harvey, 2001, S. 170.

³⁶ vgl. Harvey, 2001, S. 170.

³⁷ vgl. Kalman, 1960, S. 35ff.

Störvariablen ε_t , η_t und ζ_t annehmen, können bei den Trendmodellen verschiedene Varianten unterschieden werden.³⁸

Tabelle 2: Strukturelle Zeitreihenmodelle: Varianten des Trendmodells

Bezeichnung	Charakterisierung über		
	σ_ε^2	σ_η^2	σ_ζ^2
Deterministischer Trend	> 0	= 0	= 0
Lokales Niveau mit festem Anstieg	> 0	> 0	= 0
Random-Walk mit Drift	= 0	> 0	= 0
Lokales lineares Trendmodell	> 0	> 0	> 0
Glatte Trend	> 0	= 0	> 0
Modell zweiter Differenzen	= 0	= 0	> 0
Hodrick-Prescott-Filterung	> 0	= 0	$(0,025\sigma_\varepsilon)^2$

Quelle: vgl. Rinne/Specht, 2002, S. 566.

Somit bieten bereits einfache Unobserved-Components-Modelle einen breiten Rahmen, um diverse Ansätze zur Trendschätzung zu beschreiben. Einer dieser Methoden ist der Hodrick-Prescott-Filter, der nun kurz vorgestellt werden soll.

- **Hodrick-Prescott-Filter**

Ausgangspunkt der Überlegungen von Robert J. Hodrick und Edward C. Prescott war der Verlauf der US-Konjunktur und ihre zyklischen Bewegungen seit dem Zweiten Weltkrieg. Dabei suchten sie nach einer Möglichkeit, die Konjunkturschwankungen aus den Quartalsdaten für das Bruttoinlandsprodukt der USA herauszufiltern. Die Ergebnisse ihrer Arbeit veröffentlichten sie im Jahr 1980.

Der Hodrick-Prescott-Filter, der aus einer vorgegebenen Reihe den Trend extrahiert, sucht einen Kompromiss zwischen zwei konfligierenden Ansprüchen. Auf der einen Seite soll der Trend eine möglichst hohe Anpassungsgüte an die saisonbereinigte Reihe aufweisen, d.h. der Trend soll nicht losgelöst von der saisonbereinigten Reihe verlaufen. Andererseits wird eine große Glattheit des Trends angestrebt: Die Änderung

³⁸ vgl. Rinne/Specht, 2002, S. 566.

der Steigung der Trendkurve sollte möglichst gering sein, was zu einem möglichst wenig gekrümmten Verlauf der Trendkurve führt. Diese beiden Ansprüche werden mit dem Parameter λ ($\lambda \geq 0$) verrechnet: Je höher λ ist, desto mehr werden die Schwankungen in der Trendkomponente in Relation zur Anpassungsgüte gewichtet.³⁹

Der große Vorteil des Hodrick-Prescott-Filters liegt in seiner relativ einfachen Anwendung. Dies dürfte auch ausschlaggebend für seine weite Verbreitung in der ökonomischen Analyse sein.⁴⁰

Allerdings besitzt der Hodrick-Prescott-Filter auch eine Reihe von Nachteilen. In der wirtschaftswissenschaftlichen Literatur werden bei ihm vor allem die hohe Revisionsanfälligkeit der geschätzten Trendwerte am aktuellen Reihenende, die Einebnung markanter Niveauverschiebungen, die Erzeugung von Scheinzyklen sowie die im Ermessen des Anwenders liegende Wahl des Glättungsparameters λ kritisiert.⁴¹ Parallel dazu wurden neue Schätzansätze entwickelt, die diese Kritikpunkte zum Teil vermeiden und sich als Alternative zum Hodrick-Prescott-Filter verstehen. Exemplarisch für diese werden im Folgenden die erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter) von Tödter⁴² sowie der Baxter-King-Filter⁴³ kurz vorgestellt und mit dem Hodrick-Prescott-Filter verglichen.

- **Erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter)**

Die erweiterte exponentielle Glättung, die aus einer Zeitreihe den Trend herausfiltert, beruht, wie der Hodrick-Prescott-Filter, auf einem gegenläufigen Minimierungsproblem. Zum einen soll der Trend auch hier möglichst glatt verlaufen, zum anderen soll sich aber die gefilterte Reihe nicht allzu weit von der zu filternden Zeitreihe entfernen. Diese beiden Ansprüche verrechnet der Glättungsparameter λ . Dabei verläuft der Trend umso glatter, je höher der Wert von λ ist.

³⁹ vgl. Hodrick/Prescott, 1997, S. 3.

⁴⁰ vgl. Europäische Zentralbank, 2000, S. 43.

⁴¹ vgl. Bouthevillain et al., 2001, S. 23ff.

⁴² vgl. Tödter, 2002.

⁴³ vgl. Baxter/King, 1995.

Im Unterschied zum Hodrick-Prescott-Filter, bei dem die zweiten Differenzen der Trendkomponente in der Zielfunktion erscheinen, werden bei der erweiterten exponentiellen Glättung die ersten Differenzen verwendet.⁴⁴

Als Vorteil des EEG-Filters stellt Tödter dessen geringere Revisionsanfälligkeit heraus, wenn am Ende der zu filternden Zeitreihe neue Werte hinzugefügt werden. Andererseits sind bei der erweiterten exponentiellen Glättung alle Trendschätzungen von Revisionen betroffen, während sich diese beim Hodrick-Prescott-Filter stärker auf das Zeitreihenende beschränken.⁴⁵

- **Baxter-King-Filter**

Marianne Baxter und Robert G. King stellten in ihrem 1995 veröffentlichten NBER Working Paper eine Approximation für einen idealen Band-Pass-Filter vor.

Ein idealer Band-Pass-Filter ist ein Filter, der nur Frequenzen im Bereich $\underline{\omega} \leq |\omega| \leq \bar{\omega}$ passieren lässt. In diesem Frequenzbereich für ω ist seine Gainfunktion gleich eins, während in den beiden anderen Bereichen $\omega < \underline{\omega}$ und $\bar{\omega} < \omega$ die Gainfunktion den Wert Null annimmt. Der ideale Band-Pass-Filter liefert somit eine trennscharfe Filterung für das gesuchte Frequenzband.⁴⁶

Ausgehend von der NBER-Definition des Konjunkturzyklus soll der Band-Pass-Filter von Baxter und King aus Zeitreihen die zyklische Komponente mit einer Periodizität zwischen 6 und 32 Quartalen herausfiltern, während die übrigen Zeitreihenkomponenten (Trend, irreguläre Komponente) mit einer niedrigeren bzw. höheren Frequenz unberücksichtigt bleiben sollen.

Technisch gesehen, ist ein idealer Band-Pass-Filter die Differenz zweier Low-Pass-Filter mit den Cut-off-Frequenzen $\bar{\omega}$ und $\underline{\omega}$. Daher adjustierten Baxter und King die für ihren Band-Pass-Filter benötigten zwei Low-Pass-Filter so, dass jeder für sich gesehen eine optimale Approximation an einen idealen Low-Pass-Filter ist. Eine wich-

⁴⁴ vgl. Tödter, 2002, S. 225f.

⁴⁵ vgl. Tödter, 2002, S. 227.

⁴⁶ vgl. Baxter/King, 1995, S. 7f.

tige Nebenbedingung ist dabei, dass sich die Filtergewichte a_k jedes einzelnen Low-Pass-Filters zu Eins aufaddieren.⁴⁷

Generell gilt, dass sich mit Hilfe eines Low-Pass-Filters die Trendkomponente aus einer gegebenen Zeitreihe extrahieren lässt. Im Rahmen dieser Untersuchung wird der Baxter-King-Filter in seiner Variante als Low-Pass-Filter näher untersucht (siehe Abschnitt 6), da das Interesse dieser Arbeit den verschiedenen Möglichkeiten der Trend-schätzung gilt, die sich mit der Darstellungsweise im Statistischen Beiheft 4 „Saisonbe-reinigte Wirtschaftszahlen“ vereinbaren lassen (siehe Einleitung und Zielsetzung).

3.4 Überblick über die Verbreitung der verschiedenen Schätzansätze

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die eingesetzten Trendermitt-lungsverfahren sowohl bei verschiedenen internationalen Organisationen als auch bei nationalen Institutionen, Behörden und Notenbanken. Die Übersicht erhebt keinen An-spruch auf Vollständigkeit und bezieht sich nur auf Veröffentlichungen in der jüngeren Zeit.

Tabelle 3: Verbreitung der verschiedenen Schätzansätze

Institution	Veröffentlichungen über Trends	Art des Trendberechnungs- verfahrens
Internationale Organisationen:		
• Internationaler Währungsfonds (IWF) ⁴⁸	regelmäßig	HP-Filter ⁴⁹ (für Produktionspotenzial/output gap im ökonomischen Modell „MULTIMOD Mark III“)
• OECD ⁵⁰	regelmäßig	HP-Filter, PAT ⁵¹
• Eurostat ⁵²	regelmäßig	Henderson-Filter, SEATS ⁵³ (beide Trendzyklus)
• EU-Kommission GD ⁵⁴ Wirtschaft und Finanzen ⁵⁵	regelmäßig	HP-Filter, Strukturelle Zeitreihen- Modelle
• Europäische Zentralbank ⁵⁶	Sonderuntersuchungen	HP-Filter

⁴⁷ vgl. Baxter/King, 1995, S. 3ff. und S. 26.

⁴⁸ vgl. Laxton et al., 1998.

⁴⁹ HP-Filter = Hodrick-Prescott-Filter.

⁵⁰ vgl. Nilsson, 2000 und Giorno et al., 1995.

⁵¹ PAT = Phase-Average-Trend-Methode.

⁵² vgl. Astolfi/Ladiray/Mazzi, 2001 und Depoutot/Planas, 1998.

⁵³ SEATS = Signal Extraction in ARIMA Time Series.

⁵⁴ GD = Generaldirektion.

⁵⁵ vgl. Denis et al., 2002.

⁵⁶ vgl. Europäische Zentralbank, 2000 und Bouthevillain et al., 2001.

Tabelle 3 (Forts.): Verbreitung der verschiedenen Schätzansätze

Institution	Veröffentlichungen über Trends	Art des Trendberechnungsverfahrens
EU-Länder:		
• Frankreich: Banque de France ⁵⁷	Sonderuntersuchungen	u.a. HP-Filter
• Spanien: Banco de España ⁵⁸	regelmäßig	SEATS (Trendzyklus)
USA:		
• National Bureau of Economic Research (NBER) ⁵⁹	regelmäßig	PAT
• The Federal Reserve Board ⁶⁰	Sonderuntersuchungen	u.a. HP-Filter, Strukturelle Zeitreihen-Modelle
Kanada: Bank of Canada ⁶¹	regelmäßig	Extended Multivariate Filter ⁶² <i>(Verwendung im Quarterly Projection Model (QPM) der Bank of Canada)</i>
Japan: Bank of Japan ⁶³	Sonderuntersuchungen	u.a. HP-Filter
Neuseeland: Reserve Bank of New Zealand ⁶⁴	regelmäßig	Multivariate Filter ⁶⁵

Die meisten der oben genannten Institutionen, die regelmäßig ein Trendbereinigungsverfahren einsetzen, bestimmen mit diesem im Rahmen ihres makroökonomischen Modells das Produktionspotenzial bzw. die Produktionslücke („output gap“), glätten das Bruttoinlandsprodukt oder berechnen die natürliche Arbeitslosenrate NAIRU. Dabei setzen sie als Trendbereinigungsmethode häufig den Hodrick-Prescott-Filter ein.

⁵⁷ vgl. Baghli et al., 2002.

⁵⁸ vgl. Cabrero, 2000 und Gómez/Maravall, 1996.

⁵⁹ vgl. Bry/Boschan, 1971.

⁶⁰ vgl. Orphanides/van Norden, 1999 und French, 2001.

⁶¹ vgl. Butler, 1996.

⁶² Der Extended Multivariate Filter (EMV) baut auf dem Multivariaten Filter auf, einer Weiterentwicklung des Hodrick-Prescott-Filters durch Laxton und Tetlow (vgl. Laxton/Tetlow, 1992).

⁶³ vgl. Bank of Japan, 2003 und Higo/Nakada, 1998.

⁶⁴ vgl. Conway/Hunt, 1997.

⁶⁵ Der Multivariate Filter ist eine Weiterentwicklung des Hodrick-Prescott-Filters durch Laxton und Tetlow (vgl. Laxton/Tetlow, 1992).

3.5 Schlussfolgerungen und weiteres Vorgehen

In den vorangegangenen Abschnitten wurden einige Verfahren für die Trend- und Trendzyklusschätzung kurz vorgestellt. Anschließend wurde ein Überblick über deren Einsatz zur Trendermittlung bei wichtigen internationalen und nationalen Institutionen gegeben. Auf dieser Basis soll nun eine Vorauswahl getroffen werden, welche der vorgestellten Methoden als Alternativen zum Trendschätzverfahren der Bundesbank, das aus den oben genannten Gründen problematisch ist, näher betrachtet werden sollen.

Wie erwähnt, hat die PAT-Methode die gleiche Schwachstelle wie das Bundesbank-Verfahren. Auf Grund dieser Schwachstelle sowie wegen ihrer Neigung, tendenziell zu viele konjunkturelle Wendepunkte festzulegen und einen zu stark schwankenden Trend zu ermitteln, wird der PAT-Ansatz im Folgenden nicht weiter betrachtet. Da der Henderson-Filter aus einer Zeitreihe nur die Trendzykluskomponente herausfiltert, Gegenstand dieser Untersuchung aber die Trendkomponente einer Zeitreihe ist, kommt dieser Filter ebenfalls nicht in Betracht. Neben dem international weit verbreiteten Hodrick-Prescott-Filter sollen im Folgenden die erweiterte exponentielle Glättung von Tödter (EEG-Filter) sowie der Low-Pass-Filter von Baxter und King näher beleuchtet werden.

4 Der Hodrick-Prescott-Filter

4.1 Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters

Wie in Abschnitt 3.3 bereits kurz dargestellt, isoliert der Hodrick-Prescott-Filter als ein Vertreter der Niederfrequenzfilter aus einer gegebenen (traditionell meist logarithmierten, saisonbereinigten) Zeitreihe die Trendkomponente.

Ausgangspunkt der Überlegungen von Hodrick und Prescott war, dass eine saisonbereinigte, logarithmierte Zeitreihe y_t in die (logarithmierte) Trendkomponente g_t und die zyklische Komponente c_t zerlegt werden könne:⁶⁶

$$y_t = g_t + c_t \quad . \quad (9)$$

Um die Trendkomponente zu erhalten, lösten sie das folgende Minimierungsproblem:⁶⁷

$$\min_{\{g_t\}_{t=0}^{T+1}} \sum_{t=1}^T \left[c_t^2 + \lambda [(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1})]^2 \right] \quad (10)$$

$$\text{mit } c_t^2 = (y_t - g_t)^2 \quad .$$

Das obige Minimierungsproblem vereinigt zwei gegenläufige Effekte. Der erste Teil der Formel steht für die Anpassungsgüte: c_t^2 , d.h. die Summe der quadrierten Abweichungen des Trends g_t vom Wert y_t , soll möglichst gering sein. Der zweite Teil der Formel ist verantwortlich für die Glattheit des Trends: Damit die Trendkurve möglichst wenig gekrümmt verläuft, wird die Quadratsumme der zweiten Differenz von g_t minimiert.⁶⁸

Diese beiden konkurrierenden Ansprüche werden mit Hilfe des frei wählbaren Parameters λ ($\lambda \geq 0$) verrechnet. Dabei „bestraft“ λ eine zu hohe Volatilität im Trendverlauf: Denn je höher λ ist, desto stärker werden Schwankungen in der Trendkomponente in Relation zur Anpassungsgüte gewichtet.⁶⁹ Für ein hinreichend großes λ nähert sich

⁶⁶ vgl. Hodrick/Prescott, 1997, S. 3.

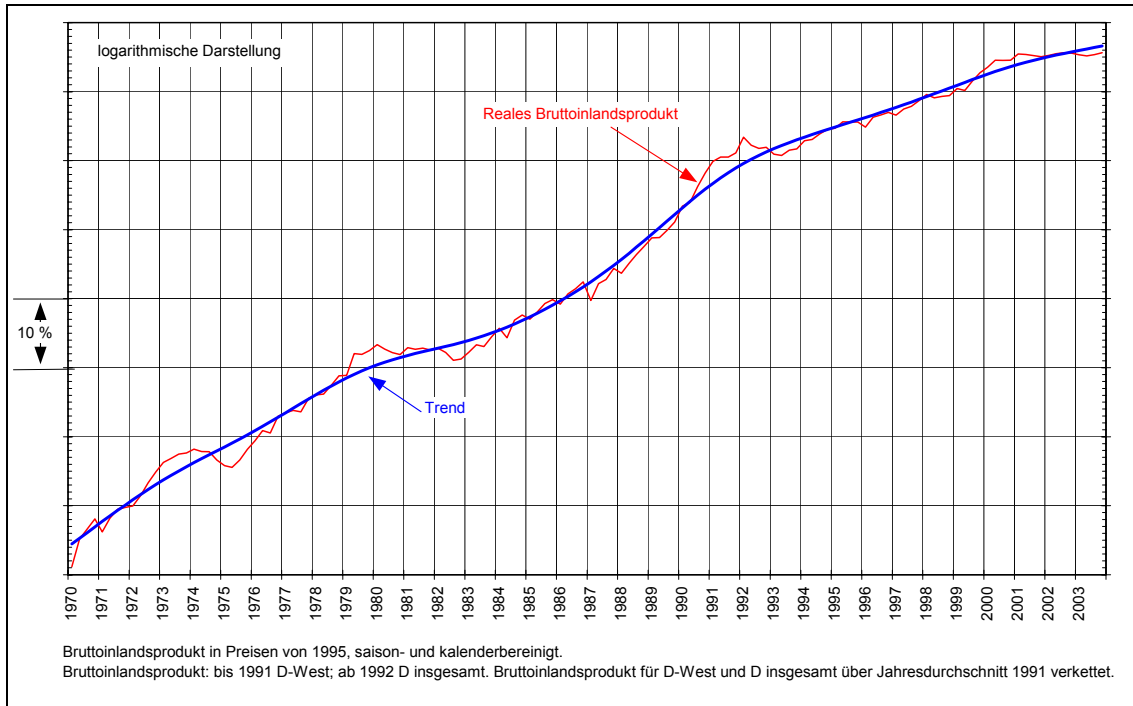
⁶⁷ vgl. King/Rebelo, 1993, S. 217.

⁶⁸ vgl. Hodrick/Prescott, 1997, S. 3.

⁶⁹ vgl. Hodrick/Prescott, 1980, S. 4.

schließlich die Differenz $g_{t+1} - g_t$ einer Konstanten β an, so dass näherungsweise gilt: $g_t = g_0 + \beta \cdot t$ (ein lineares Trendmodell).⁷⁰ Setzt man andererseits $\lambda = 0$, so erhält man als Lösung des Minimierungsproblems (10) $y_t = g_t$, d.h. die Trendschätzung wäre mit der saisonbereinigten Zeitreihe identisch.⁷¹

Schaubild 6: Hodrick-Prescott-Filter: Bruttoinlandsprodukt und Trend ($\lambda = 1.600$)



Notwendige Bedingung für die Lösung des obigen Minimierungsproblems ist, dass die erste Ableitung nach g_t gleich Null ist:⁷²

$$0 = -2(y_t - g_t) + 2\lambda[(g_{t+2} - g_{t+1}) - (g_{t+1} - g_t)] - 4\lambda[(g_{t+1} - g_t) - (g_t - g_{t-1})] + 2\lambda[(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})] \quad (11)$$

Daraus ergibt sich für y_t zum jeweiligen Zeitpunkt t folgender gleitender Durchschnitt, der später zur Ableitung der Filtergewichte benötigt wird:⁷³

⁷⁰ vgl. Hodrick/Prescott, 1997, S. 3.

⁷¹ vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 26.

⁷² vgl. King/Rebelo, 1993, S. 218.

⁷³ vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 25.

$$t = 1: \quad y_1 = g_1(1 + \lambda) - 2\lambda g_2 + \lambda g_3 \quad (12a)$$

$$t = 2: \quad y_2 = -2\lambda g_1 + g_2(1 + 5\lambda) - 4\lambda g_3 + \lambda g_4 \quad (12b)$$

$$t = 3, \dots, T-2: \quad y_t = \lambda g_{t-2} - 4\lambda g_{t-1} + g_t(1 + 6\lambda) - 4\lambda g_{t+1} + \lambda g_{t+2} \quad (12c)$$

$$t = T-1: \quad y_{T-1} = \lambda g_{T-3} - 4\lambda g_{T-2} + g_{T-1}(1 + 5\lambda) - 2\lambda g_T \quad (12d)$$

$$t = T: \quad y_T = \lambda g_{T-2} - 2\lambda g_{T-1} + g_T(1 + \lambda) . \quad (12e)$$

Hodrick und Prescott, die für ihre Untersuchungen nur Quartalswerte verwendet haben, setzten in ihrem Originalpapier von 1980 $\lambda = 1.600$. Dabei unterstellten sie, dass die zyklische Komponente c_t und die zweite Differenz der Trendkomponente unabhängige und identisch normalverteilte Variablen mit Erwartungswert Null und den Varianzen σ_1^2 beziehungsweise σ_2^2 seien.⁷⁴ Das zu lösende Minimierungsproblem hätte dann die Form:

$$\min_{\{g_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sigma_1^{-2} \sum_{t=1}^T c_t^2 + \sigma_2^{-2} \sum_{t=1}^T (\nabla^2 g_t)^2 \right\} . \quad (13)$$

Dieses hat dann die gleiche Lösung wie Gleichung (10), wenn gilt: $\sqrt{\lambda} = \sigma_1/\sigma_2$. Ihrer Ansicht nach sei eine im Durchschnitt 5-prozentige zyklische Schwankung ausreichend groß, genauso wie eine durchschnittliche Änderung der Wachstumsrate pro Quartal um $\frac{1}{8}$ Prozent. Dies veranlasste sie, $\sqrt{\lambda} = 5/(\frac{1}{8}) = 40$ oder $\lambda = 1.600$ zu setzen.⁷⁵

4.2 Ableitung der Gewichte im Zeitbereich

Die Ableitung der Filtergewichte des Hodrick-Prescott-Filters bei einer endlichen Zeitreihe soll am Beispiel einer Quartalszeitreihe mit 50 Werten (entsprechend einer Länge von 12,5 Jahren) gezeigt werden, deren Trend mit Hilfe des Hodrick-Prescott-Filters ($\lambda = 1.600$) ermittelt wird.

⁷⁴ vgl. Hodrick/Prescott, 1980, S. 5.

⁷⁵ vgl. Hodrick/Prescott, 1980, S. 5.

Die Lösung des Minimierungsproblems aus den Gleichung (12a) bis (12e) kann in Matrixnotation geschrieben werden als

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{g} \quad (14)$$

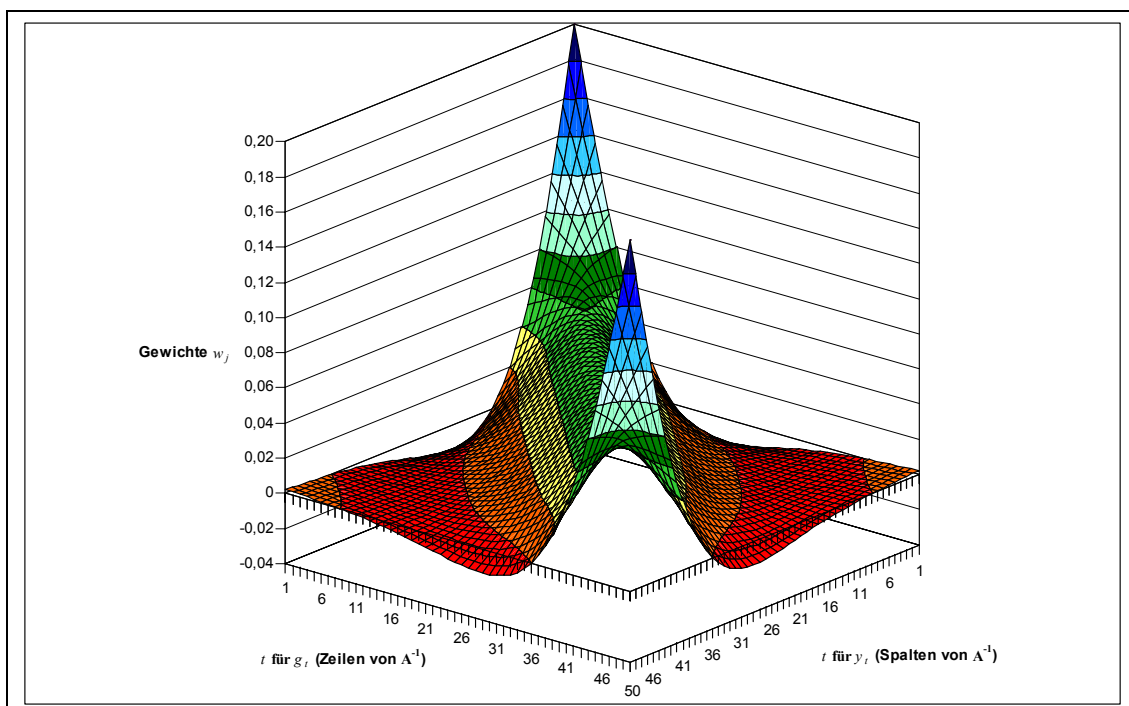
mit

$$\mathbf{A}_{(T \times T)} = \begin{bmatrix} 1+\lambda & -2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2\lambda & 1+5\lambda & -4\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & -4\lambda & 1+6\lambda & -4\lambda & \lambda & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -4\lambda & 1+6\lambda & -4\lambda & \lambda & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda & -4\lambda & 1+5\lambda & -2\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda & -2\lambda & 1+\lambda \end{bmatrix} . \quad (15)$$

Da \mathbf{A} eine reguläre quadratische Matrix ist, lässt sie sich invertieren. Somit kann zur Bestimmung der Filtergewichte Gleichung (14) umformuliert werden zu

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{y} . \quad (16)$$

Schaubild 7: Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Filtergewichte aus inverser \mathbf{A} -Matrix für $T = 50$



Dabei gibt jede Zeile von \mathbf{A}^{-1} an, mit welchem Gewicht jedes y_t in die Berechnung eines bestimmten g_t eingeht. Beispielhaft werden für $T = 50$ die Filtergewichte dreidimensional in Schaubild 7 dargestellt.

Die Gewichte zur Ermittlung von g_t ändern sich also über die Zeit hinweg: Jeder Trendwert wird mit anderen Gewichten aus den saisonbereinigten Werten ermittelt. In der Reihenmitte sind die Gewichte aber relativ ähnlich und zumindest annähernd symmetrisch. Je mehr man sich von der Reihenmitte aus dem Reihenanfang bzw. -ende ($t = 1, 2, T-1, T$) einer Zeitreihe nähert, desto deutlicher wird der Hodrick-Prescott-Filter asymmetrisch, d.h. desto mehr unterscheiden sich die Filtergewichte rechts und links vom jeweils zu schätzenden Trendwert.

Wie der Hodrick-Prescott-Filter zum Reihenende hin immer mehr asymmetrisch wird, soll anhand der Gewichtsverteilung für die Berechnung der Trendwerte g_t zu den Zeitpunkten $t = 25, 40$ und 50 gezeigt werden (siehe Schaubilder 8a bis 8c).

Schaubild 8a: Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{25}

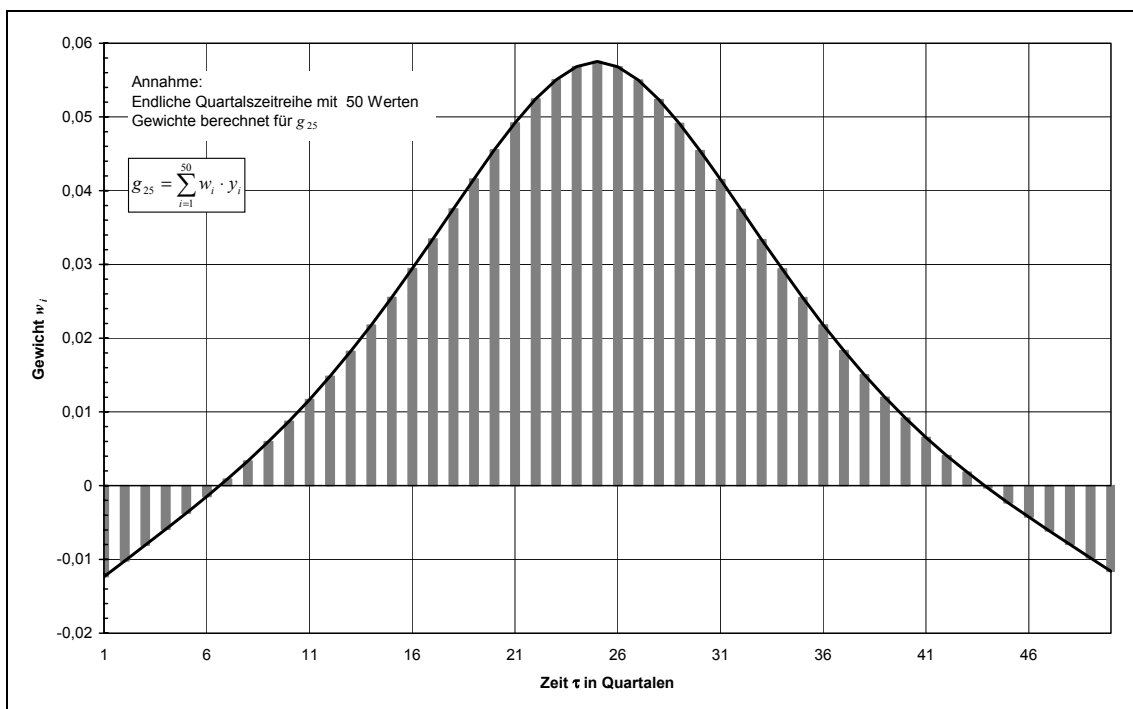


Schaubild 8b: Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{40}

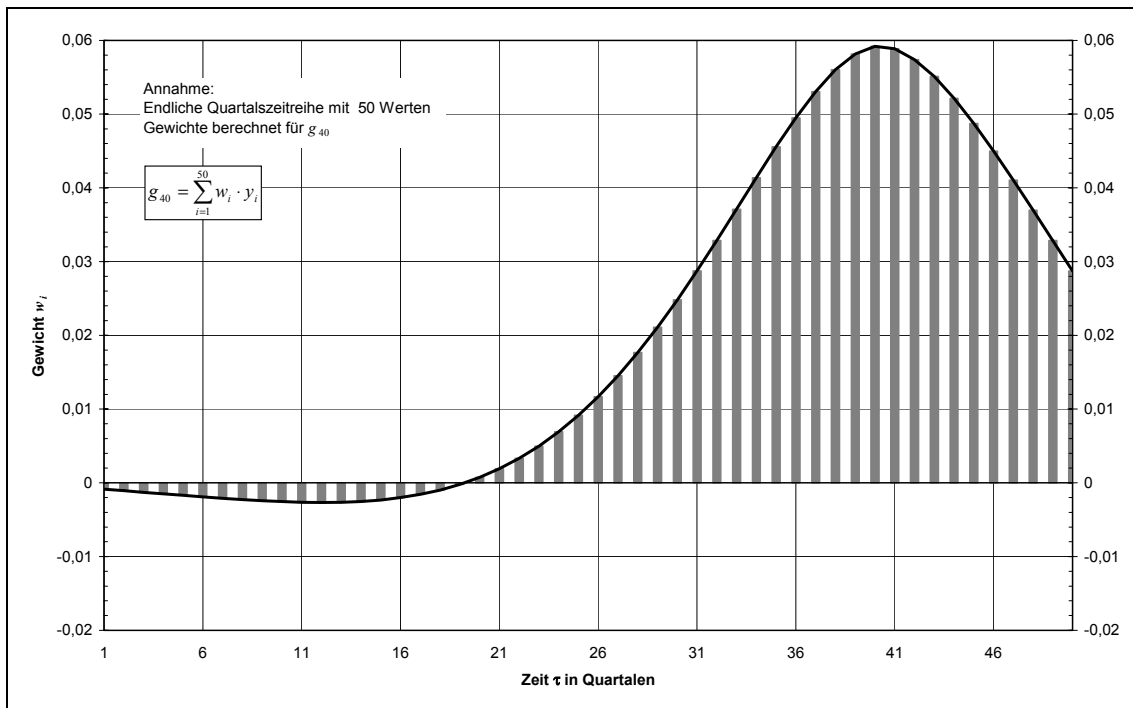
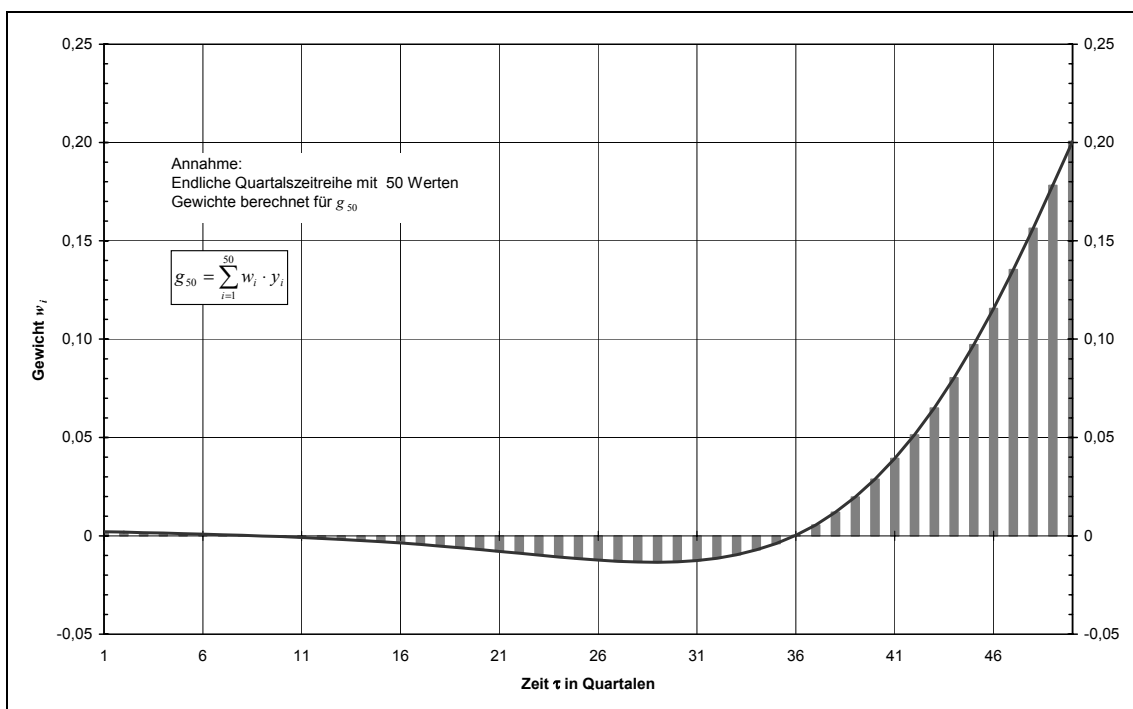
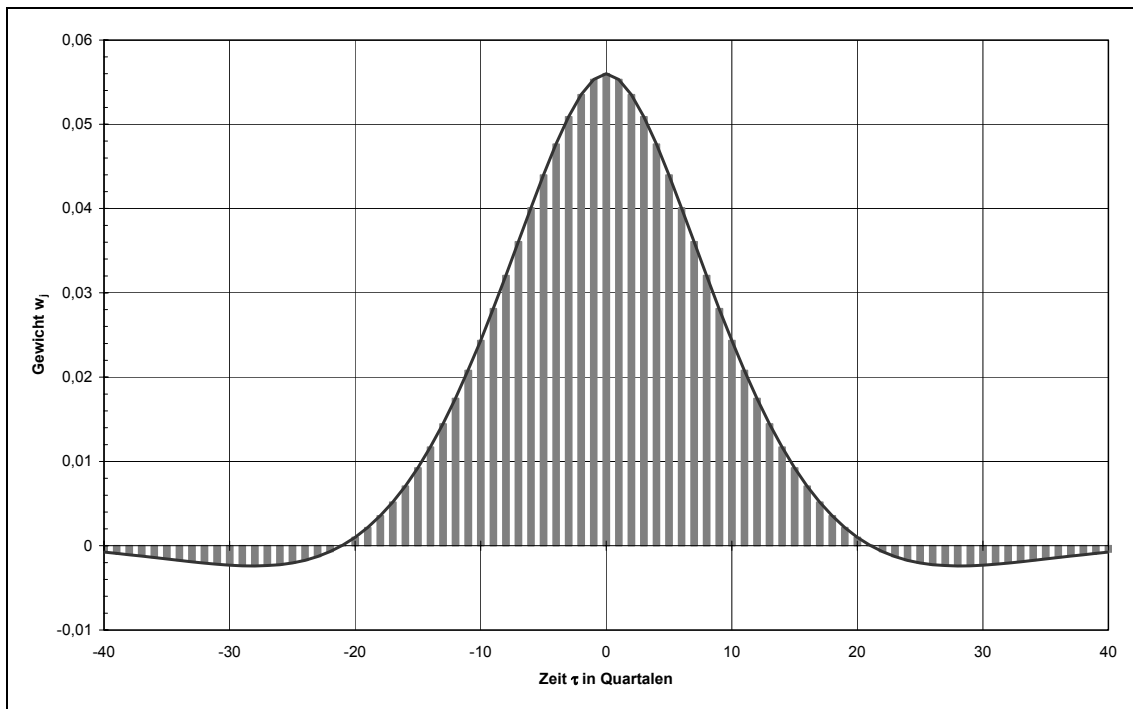


Schaubild 8c: Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 1.600$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{50}



Für eine unendliche Zeitreihe bestimmten Harvey, Koopman und Trimbur die Gewichte des Hodrick-Prescott-Filters im Zeitbereich mit Hilfe des „Smooth-Trend-Modells“.⁷⁶

Schaubild 9: Gewichte w_j des Hodrick-Prescott-Filters ($\lambda = 1.600$) im Zeitbereich



4.3 Eigenschaften im Spektralbereich

Die Wirkungen linearer Filter können nicht nur im Zeitbereich, sondern auch im Frequenzbereich („frequency domain“) analysiert werden. Hierzu wird mit Hilfe der Fouriertransformation die Frequenzantwortfunktion des Hodrick-Prescott-Filters hergeleitet. Nachstehend werden zunächst allgemein die wichtigsten Eigenschaften linearer Filter aufgezeigt, bevor auf die Gainfunktion des Hodrick-Prescott-Filters eingegangen wird.

Es sei y_t stationär mit absolut summierbarer Autokovarianzfunktion $\gamma_y(\tau)$ und der Spektraldichtefunktion $f_y(\omega)$:

$$f_y(\omega) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \gamma_y(\tau) \cdot e^{i\omega\tau} = \gamma_y(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \gamma_y(\tau) \cdot \cos(\omega\tau) \quad (17)$$

⁷⁶ vgl. Harvey/Trimbur, 2003, S. 5.

unter Berücksichtigung der trigonometrischen Eigenschaft: $2 \cos(x) = e^{ix} + e^{-ix}$.

Die aus y_t gefilterte Trendkomponente lässt sich darstellen als

$$g_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j y_{t-j} .$$

Ferner seien die Gewichte des linearen Filters $\{a_j\}$ absolut summierbar und seine Fouriertransformierte bzw. seine Frequenzantwortfunktion $F_a(\omega)$ habe die Form:

$$F_a(\omega) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j \cdot e^{ij\omega} \quad (18)$$

mit $i = \sqrt{-1}$ und ω als der im Bogenmaß angegebenen Frequenz ($-\pi \leq \omega \leq \pi$). Damit ist das Spektrum $f_g(\omega)$ des gefilterten Prozesses gegeben durch:⁷⁷

$$f_g(\omega) = |F_a(\omega)|^2 \cdot f_y(\omega) . \quad (19)$$

Die Frequenzantwortfunktion $F_a(\omega)$ des linearen Filters kann in die Gainfunktion $G_a(\omega)$ und in die Phasenverschiebung $\Phi_a(\omega)$ zerlegt werden.⁷⁸

$$F_a(\omega) = G_a(\omega) \cdot e^{i\Phi_a(\omega)} . \quad (20)$$

Die Gainfunktion $G_a(\omega)$ liefert ein Maß für den Verstärkungs- oder Dämpfungseffekt der gefilterten Reihe gegenüber der Originalreihe bei einer bestimmten Frequenz ω . Die Gainfunktion gibt somit an, in welchem Frequenzbereich der Filter einerseits Schwingungskomponenten nahezu unverändert passieren lässt und andererseits bei welchen Frequenzen der Filter Schwingungskomponenten dämpft oder verstärkt. Dagegen gibt die Phasenverschiebung $\Phi_a(\omega)$ an, um wie viele Zeiteinheiten die gefilterte Reihe gegenüber der Originalreihe bei einer bestimmten Frequenz ω verschoben wird.⁷⁹

Bei symmetrischen Filtern ($a_u = a_{-u}$) – wie dem Hodrick-Prescott-Filter in der Reihenmitte – ergibt sich keine Phasenverschiebung ($\Phi_a(\omega) \equiv 0$).⁸⁰

⁷⁷ vgl. Schlittgen/Streitberg, 2001, S. 164 und King/Rebelo, 1993, S. 214.

⁷⁸ vgl. Schlittgen/Streitberg, 2001, S. 165.

⁷⁹ vgl. King/Rebelo, 1993, S. 214f.

⁸⁰ vgl. King/Rebelo, 1993, S. 215f.

Nach diesen allgemeinen Eigenschaften für lineare symmetrische Filter wird mit Hilfe der Fouriertransformation die Gainfunktion für den Hodrick-Prescott-Filter hergeleitet.

Besitzt die zu filternde Zeitreihe eine unendliche Länge, so kann im Zeitbereich („time domain“) die erste Ableitung des Minimierungsproblems (Gleichungen (12a) bis (12e)) allgemein geschrieben werden als

$$F_{HP}(B) \cdot g_t = y_t \quad (21)$$

mit B als Backshift-Operator mit $B^n x_t = x_{t-n}$ für $n \in \mathbb{Z}$. Somit lässt sich die Bedingung (12c) für den Hodrick-Prescott-Filter umformen zu:⁸¹

$$\begin{aligned} F_{HP}(B) &= \lambda B^{-2} - 4\lambda B^{-1} + (6\lambda + 1) - 4\lambda B + \lambda B^2 \\ &= \lambda(1-B)^2(1-B^{-1})^2 + 1 \quad . \end{aligned} \quad (22)$$

Um nun die Trendkomponente g_t zu erhalten, wird der Filter $G_{HP}(B) = [F_{HP}(B)]^{-1}$ auf die zu filternde Zeitreihe angewandt:⁸²

$$g_t = G_{HP}(B) \cdot y_t = \frac{1}{1 + \lambda(1-B)^2(1-B^{-1})^2} \cdot y_t \quad . \quad (23)$$

Bei der Fouriertransformation wird nun in Gleichung (23) der Backshift-Operator B durch die komplexe Zahl $e^{-i\omega}$, $\omega \in [0, \pi]$, ersetzt. Unter Zuhilfenahme der trigonometrischen Beziehung $2\cos(j\omega) = e^{j\omega} + e^{-j\omega}$ ergibt die Fouriertransformation folgende Gainfunktion für die Trendkomponente des Hodrick-Prescott-Filters:⁸³

$$F_{HP}(\omega, \lambda) = \frac{1}{1 + \lambda(1 - e^{-i\omega})^2(1 - e^{i\omega})^2} = \frac{1}{1 + 4\lambda(1 - \cos(\omega))^2} \quad . \quad (24)$$

Der Hodrick-Prescott-Filter mit einem λ -Wert von 1.600 stellt eine Approximation für einen idealen Low-Pass-Filter für Quartalswerte dar, wobei als Cut-off Frequenz

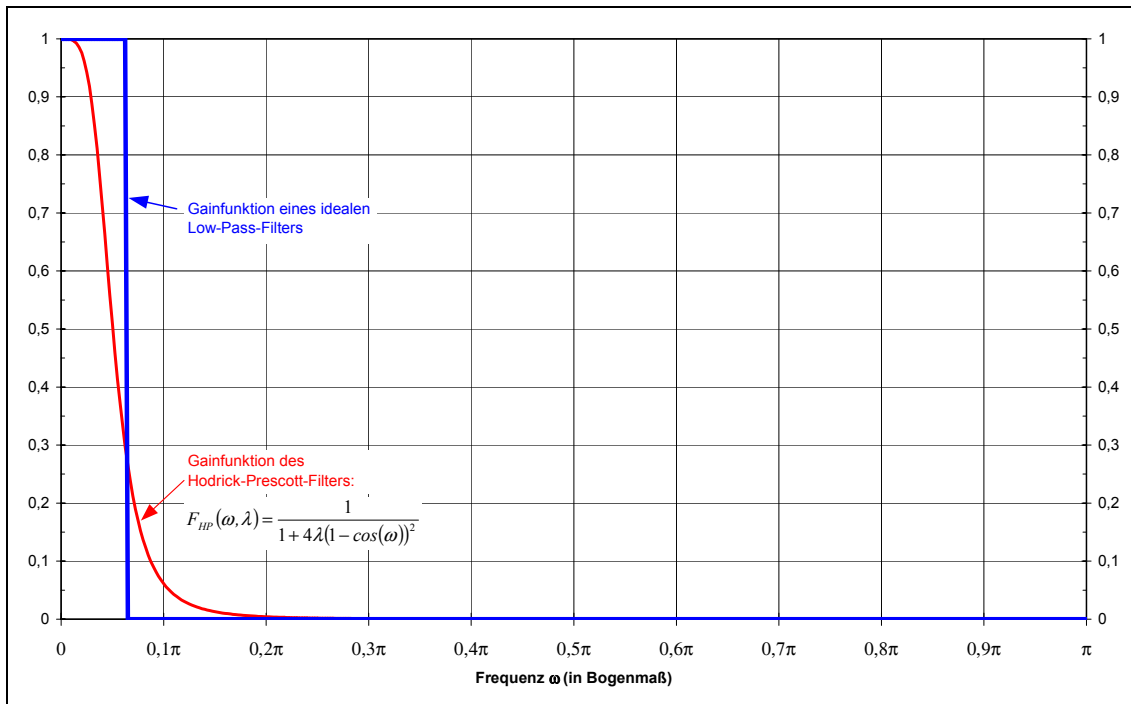
⁸¹ vgl. King/Rebelo, 1993, S. 218.

⁸² vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 28.

⁸³ vgl. Maravall/del Río, 2001, S. 6f.

in Anlehnung an die Definition des Konjunkturzyklus von Baxter und King $|\omega^*| = \pi/16$ gewählt wurde (siehe Schaubild 10).⁸⁴

Schaubild 10: Gainfunktion des Hodrick-Prescott-Filters für $\lambda = 1.600$



Quelle: vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 29.

4.4 Werte für λ bei monatlichen, vierteljährlichen und jährlichen Zeitreihen

Hodrick und Prescott hatten, wie bereits erwähnt, für die Filterung von Quartalswerten den λ -Wert auf 1.600 festgesetzt.⁸⁵ Jedoch liegen viele makroökonomische Zeitreihen, für die der Trend mittels des Hodrick-Prescott-Filters ermittelt werden soll, nur als Jahres- oder Monatsreihen vor. Eng damit verbunden ist die Frage nach dem λ -Wert bei den Jahres- und Monatsreihen, der einem λ -Wert von 1.600 bei Quartalswerten entspricht.

Hierzu kann der λ -Wert mit Hilfe der sog. „Butterworth-Filter“, einer in den Ingenieurwissenschaften weit verbreiteten Familie von Low-Pass-Filtern, in eine andere

⁸⁴ vgl. Ladiray/Mazzi/Sartori, 2003, S. 28f. Mittels der Formel $\omega = 2\pi/\tau$ erhält man die Cut-off-Frequenz: $\omega = 2\pi/32 = \pi/16$.

⁸⁵ vgl. Hodrick/Prescott, 1997, S. 4.

Periodizität umgerechnet werden. Die Gainfunktion des zweiseitigen Butterworth-Filters vom Sinustyp ist gegeben durch:⁸⁶

$$G_m(\omega) = \left[1 + \left(\frac{\sin(\omega/2)}{\sin(\omega_0/2)} \right)^{2d} \right]^{-1} \quad \text{mit } 0 \leq \omega \leq \pi. \quad (25)$$

Sie hängt somit von den beiden Parametern d und ω_0 ab, die nachstehend erläutert werden.

Der Parameter d ist für die Steilheit der Gainfunktion des Butterworth-Filters verantwortlich: Je größer d gewählt wird, desto steiler fällt die Gainfunktion ab. Dagegen ist ω_0 diejenige Frequenz, deren Schwingungen der Filter zu 50 % passieren lässt: $G(\omega_0) = 1/2$. Diese Frequenz ω_0 , umgerechnet in Zeiteinheiten, wird fortan als die „Referenzlänge des Zyklus“ bezeichnet.

Setzt man $d = 2$ und definiert $\beta = [\sin^4(\omega_0/2)]^{-1}$, so kann die Gainfunktion (25) umgeformt werden zu:⁸⁷

$$G_m(\omega) = \left(1 + \beta \cdot \sin^4(\omega/2) \right)^{-1}. \quad (26)$$

Auf Grund der trigonometrischen Eigenschaft $2\sin^2(\omega/2) = 1 - \cos(\omega)$ lässt sich Gleichung (26) umschreiben zu

$$G_m(\omega) = \left(1 + (\beta/4)(1 - \cos(\omega))^2 \right)^{-1}. \quad (27)$$

Der Vergleich mit Gleichung (24) zeigt, dass der Butterworth-Filter genau dem Hodrick-Prescott-Filter entspricht, wenn $\lambda = \beta/16$ oder

$$\lambda = \left(4(1 - \cos(\omega_0))^2 \right)^{-1} \quad (28)$$

ist.

⁸⁶ vgl. Gomez, 1998, S. 4 und 7.

⁸⁷ vgl. Maravall/del Río, 2001, S. 17.

Damit kann bei Kenntnis der Frequenz ω_0 der λ -Wert des Hodrick-Prescott-Filters ermittelt werden (und umgekehrt). Ausgehend von der Beziehung $G(\omega_0) = 1/2$ lässt sich λ als eine alternative Darstellung der Frequenz ω_0 ansehen.

Auf Grund dieser Feststellung ist es nur noch ein kleiner Schritt für die Verknüpfung des λ -Werts mit der Wellenlänge τ des gefilterten Zyklus. Es gilt:

$$\tau = 2\pi/\omega \quad . \quad (29)$$

Unter Zuhilfenahme der Gleichungen (28) und (29) kann somit τ als Funktion von λ dargestellt werden:⁸⁸

$$\tau = \frac{2\pi}{\arccos\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\right)} \quad . \quad (30)$$

Die Gleichungen (28) bis (30) erlauben, von der Zeitlänge τ über die Frequenz ω zum λ -Wert des Hodrick-Prescott-Filters (und umgekehrt) zu gelangen.

Mit dem nun in Gleichung (30) dargestellten Zusammenhang lässt sich ein λ -Wert für Quartalsdaten in das entsprechende λ für Monats- oder Jahreswerte umrechnen. Dies soll nun an einem Beispiel demonstriert werden: Angenommen, für eine Quartalsreihe wurde $\lambda_Q = 1.600$ gewählt. Dies entspricht gemäß Gleichung (30) einer Schwingungsdauer τ von 39,7 Quartalen. Soll z.B. das korrespondierende λ_A für Jahreswerte ermittelt werden, so wird $\tau_Q = 39,7$ *Quartale* in die entsprechende Zeit τ_A in Jahren umgerechnet ($\tau_A = 9,9$ *Jahre*), was einer Frequenz $\omega_A = 2\pi/9,9$ entspricht. Nach Einsetzen in Gleichung (28) erhält man $\lambda_A = 6,65$. Analog wird bei einer Monatsreihe der Wert für λ_M berechnet. Die entsprechende Zeit τ_M in Monaten ($\tau_M = 119,1$ *Monate*) ergibt den korrespondierenden λ -Wert für Monatsreihen $\lambda_M = 129.119$.⁸⁹

In der folgenden Tabelle sind für Jahres-, Quartals- und Monatsreihe die (annähernd) korrespondierenden λ -Werte aufgelistet. Diejenigen λ -Werte, die sehr häufig verwendet werden, sind fett gedruckt.

⁸⁸ vgl. Maravall/del Río, 2001, S. 18.

⁸⁹ vgl. Maravall/del Río, 2001, S. 18.

Tabelle 4: Hodrick-Prescott-Filter: Korrespondierende λ -Werte für Zeitreihen unterschiedlicher Periodizität

$\lambda_{\text{Jahreswerte}} (\lambda_A)$	$\lambda_{\text{Quartalswerte}} (\lambda_Q)$	$\lambda_{\text{Monateswerte}} (\lambda_M)$	Zeitlänge des Referenzzyklus (in Jahren)
1	179	14.400	5,7
5	1.190	95.972	9,2
6	1.437	115.975	9,7
7	1.600	129.119	9,9
10	2.433	196.474	11,0
15	3.684	297.715	12,2
20	4.940	399.339	13,2
25	6.199	501.208	13,9
30	7.460	603.250	14,6
35	8.723	705.424	15,2
40	9.986	807.702	15,7
70	17.585	1.422.774	18,1
100	25.199	2.039.248	19,8
200	50.633	4.098.632	23,6
400	101.599	8.225.728	28,0

Quelle: vgl. Maravall/del Rio, 2001, S. 38.

4.5 Hodrick-Prescott-Filter als idealer linearer Filter: Bestimmung von λ

Seit Hodrick und Prescott für ihre Trendschätzung des US-Bruttoinlandsprodukts den Glättungsparameter λ auf 1.600 festgesetzt haben,⁹⁰ wird er üblicherweise bei der Trendschätzung von Quartalsreihen angewandt. Die Wahl des „richtigen“ λ blieb aber Gegenstand der akademischen Diskussion und Kritik am Hodrick-Prescott-Filter. Danthine und Girardin bezeichneten gar „die Willkürlichkeit bei der Wahl von λ als die Achillesferse dieser Methode“.⁹¹

⁹⁰ vgl. Hodrick/Prescott, 1997, S. 5.

⁹¹ Danthine/Girardin, 1989, S. 37.

Nach Kaiser und Maravall kann der Glättungsparameter λ , der vor der Filterung der Zeitreihe festgesetzt werden muss, auf drei unterschiedliche Arten interpretiert werden.⁹² Zum einen lässt sich λ aus dem Optimierungsproblem des Hodrick-Prescott-Filters heraus verstehen, bei dem der Trade-off zwischen Anpassungsgüte und Glattheit des Trends verrechnet wird (siehe Abschnitt 4.1). Zum anderen steht λ im Frequenzbereich für die Frequenz ω_0 desjenigen Referenzzyklus, dessen Schwingungen der Filter zu 50 % eliminiert (siehe Abschnitt 4.4). Schließlich lässt sich λ modellbasiert interpretieren als Verhältnis der Varianz der Störvariable („noise“) zur Trendvarianz („signal“) eines I(2)-Trends:⁹³

$$\lambda = \sigma_c^2 / \sigma_g^2 . \quad (31)$$

Wird ohne Verlust der Allgemeingültigkeit $\sigma_g^2 = 1$ gesetzt, folgt $\sigma_c^2 = \lambda$.

Diese modellbasierte Interpretation des Hodrick-Prescott-Filters, die auf King und Rebelo zurückgeht, stellt nach Kaiser und Maravall zwar einen nützlichen Algorithmus zur Bestimmung von λ bereit. Allerdings geben sie gleichzeitig zu bedenken, dass eine Zeitreihe weder dem „Smooth-Trend-Modell“, d.h. einem ARIMA(0,2,2)-Prozess, folgen muss noch die zyklische Komponente ein White-Noise-Prozess ist.⁹⁴ Kaiser und Maravall haben daher die modellbasierte Darstellung des Hodrick-Prescott-Filters weiterentwickelt und die zyklische Komponente explizit modelliert.

Ein weiteres Problem des einfachen modellbasierten Ansatzes ist, dass sich die „signal-to-noise-ratio“ aus der Zeitreihe nur schätzen ließe, wenn der zu Grunde liegende Daten generierende Prozess bekannt sei (was üblicherweise nicht der Fall ist). Ferner müssten die Schätzungen sehr präzise sein. Denn schon kleinste Schätzfehler führten zu großen Abweichungen bei der „signal-to-noise-ratio“ und damit beim Glättungsparameter λ .⁹⁵

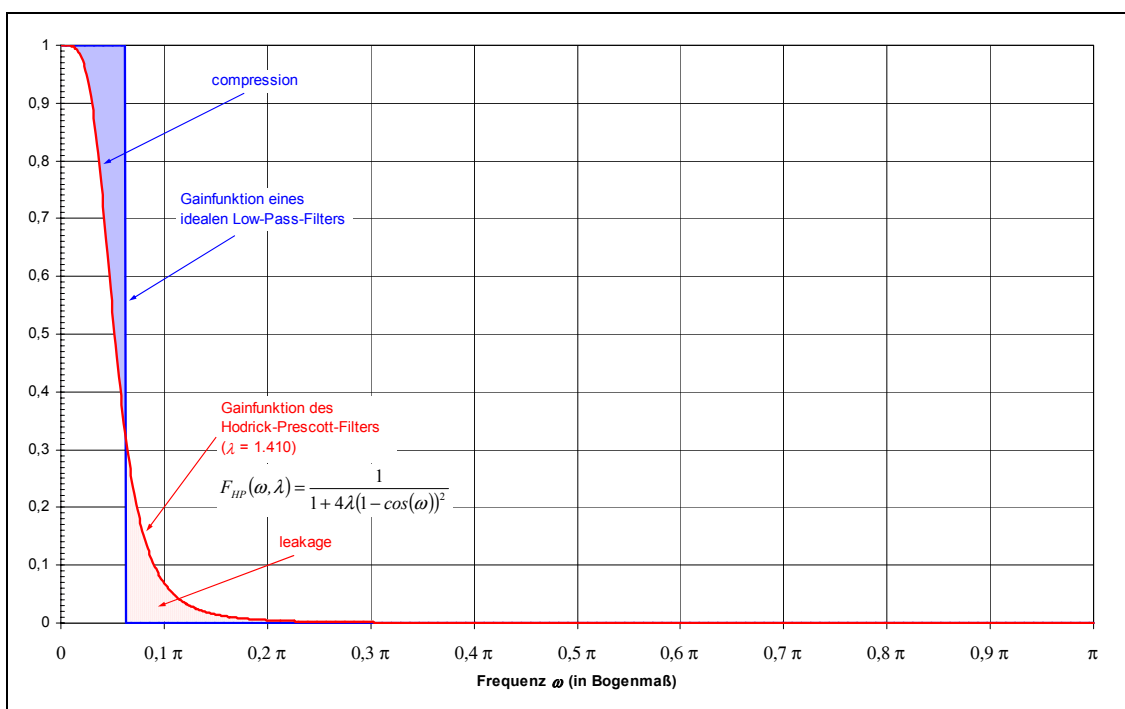
⁹² vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 72f.

⁹³ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 72.

⁹⁴ vgl. Kaiser/Maravall, 2002, S. 7.

⁹⁵ vgl. Tödter, 2002, S. 231.

Schaubild 11: Hodrick-Prescott-Filter: Bestimmung des optimalen λ -Werts



Aus diesen Gründen wird dieser Ansatz zur Bestimmung von λ nicht weiterverfolgt. Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung des idealen Glättungsparameters λ zeigte Tödter auf. Dabei orientierte er sich an einem idealen linearen Filter. Dieser setzt jedoch unendlich lange Zeitreihen voraus, die in der Praxis nicht vorhanden sind. Gleichwohl kann ein idealer Filter als theoretischer Referenzmaßstab verwendet werden, den es so gut wie möglich zu approximieren gilt. Im Einzelnen soll der Hodrick-Prescott-Filter als eine optimale Approximation an einen idealen linearen Filter mit der Cut-off-Frequenz $\varphi = 2\pi/sp$ dargestellt werden, wobei die Cut-off-Frequenz durch s als die Periodizität der zu filternden Zeitreihe und p als Anzahl der Jahre bestimmt wird, deren Zyklen gerade noch durchzulassen sind (Zyklen mit höherer Frequenz also herauszufiltern sind). Den idealen Glättungsparameter λ , der diese Approximation ermöglicht, erhält Tödter schließlich als Lösung des folgenden Minimierungsproblems (siehe zum Folgenden auch Schaubild 11):⁹⁶

⁹⁶ vgl. Tödter, 2002, S. 232.

$$\min_{\lambda} \left(\int_0^{\varphi} (1 - F(\omega, \lambda)) d\omega + \int_{\varphi}^{\pi} F(\omega, \lambda) d\omega \right). \quad (32)$$

Dabei gibt das erste Integral an, welcher Anteil der langwelligen Schwingungskomponenten fälschlicherweise herausgefiltert wird („compression“). Dagegen erfasst das zweite Integral die kurzwelligen Schwingungskomponenten, die fälschlicherweise den Filter passieren können („leakage“). Letztendlich ist der optimale Glättungsparameter eine Funktion der Cut-off-Frequenz φ .

Tabelle 5: Hodrick-Prescott-Filter: Optimale λ -Werte für unterschiedliche Periodizitäten

$\lambda_{\text{Jahreswerte}} (\lambda_A)$	$\lambda_{\text{Quartalswerte}} (\lambda_Q)$	$\lambda_{\text{Monatswerte}} (\lambda_M)$	Zeitlänge der Cut-off-Frequenz (in Jahren)
2,51	453	35.527	6
4,35	832	65.744	7
7,02	1.410	112.073	8
10,76	2.249	179.428	9
15,85	3.417	273.337	10

Quelle: vgl. Tödter, 2002, S. 232.

Die Beziehung zwischen der Cut-off-Frequenz, „compression“ und „leakage“ sowie dem Referenzzyklus wird in Abschnitt 5.3 noch einmal aufgegriffen.

Einen weiteren Ansatz entwickelte Pedersen, bei dem das ideale λ datenabhängig bestimmt wird. Danach ist der Hodrick-Prescott-Filter genau dann eine optimale Approximation an einen idealen linearen Filter, wenn der mittlere quadratische Fehler (MSE) zwischen der „wahren“ Trendkomponente g_t^* einer Zeitreihe und dem mittels des Hodrick-Prescott-Filters geschätzten Trendwerts \hat{g}_t minimal ist.⁹⁷

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{g}_t - g_t^*)^2 \rightarrow \text{minimal} . \quad (33)$$

⁹⁷ vgl. Pedersen, 2001, S. 1090 und Whittle, 1983, S. 9.

Auf diese Weise haben die zeitreihenindividuellen Charakteristika einen Einfluss auf das optimale λ . Je nach Zeitreihe ist also λ so zu bestimmen, dass der mit seiner Hilfe geschätzte Trend dem „wahren“ möglichst nahe kommt.

Um allerdings den „wahren“ Trend zu ermitteln, benötigt Pedersen Annahmen über den – in der Praxis unbekannt und allenfalls zu schätzenden – „wahren“ Daten generierenden Prozess. Von daher ist die Bestimmung eines einheitlichen, optimalen λ für eine lange Reihe mit phasenweise wechselnden Charakteristika wie die deutsche Industrieproduktion nicht unproblematisch (siehe Abschnitt 7.1). Deshalb wird der Ansatz von Pedersen nicht weiter verfolgt.

Insgesamt gesehen weisen die verschiedenen Ansätze zur Bestimmung eines optimalen Glättungsparameters λ Mängel auf, die gegen eine Anwendung in der praktischen Wirtschaftsanalyse sprechen. Ferner sind auch optimale Filter verzerrend, wie Ehlgen bei seinen Untersuchungen über den optimalen Hodrick-Prescott-Filter zeigte.⁹⁸ Daher werden bei den folgenden empirischen Untersuchungen in Abschnitt 7 verschiedene λ -Werte verwendet und ihre Auswirkungen analysiert, auch um die Bedeutung der λ -Wahl für die Ergebnisse abschätzen zu können.

4.6 Zur Frage der Scheinzyklen

In der Konjunkturanalyse wird der Hodrick-Prescott-Filter häufig für die Trendbereinigung von Zeitreihen eingesetzt, um den Konjunkturzyklus zu extrahieren. Genau hier setzt ein oft am Hodrick-Prescott-Filter geäußelter Kritikpunkt an: Dieser Filter könnte – wie andere Ad-hoc-Filter auch – Scheinzyklen („spurious cycles“) erzeugen.⁹⁹ Es könnten rein rechnerisch Konjunkturzyklen ermittelt werden, selbst wenn die Ausgangsreihe rein zufällig zu Stande kam.

Betrachten wir zu diesem Zweck ein einfaches Random-Walk-Modell:¹⁰⁰

$$\nabla x_t = a_t \quad . \quad (34)$$

⁹⁸ vgl. Ehlgen, 1998, S. 347f.

⁹⁹ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 77.

¹⁰⁰ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 108.

Es zeichnet sich durch einen Trend aus, dessen Änderung zufällig ist. Die zyklische Komponente des Random-Walks wird mit Hilfe des Hodrick-Prescott-Filters geschätzt durch

$$\hat{c}_t = v_{HP}^c(B, F) \cdot x_t \quad . \quad (35)$$

Sei $\tilde{v}_{HP}^c(\omega)$ die Fouriertransformation von $v_{HP}^c(B, F)$, so kann das Spektrum der geschätzten zyklischen Komponente ermittelt werden aus

$$\hat{g}_{HP}^c(\omega) = \left(\tilde{v}_{HP}^c(\omega) \right)^2 \cdot g_x(\omega) \quad (36)$$

mit $g_x(\omega)$ als dem Spektrum von x_t .¹⁰¹

Das Spektrum der Random-Walk-Zeitreihe strebt im Niederfrequenzbereich (Zyklen von langer Zeitdauer) gegen unendlich. Auch besitzt das Spektrum der zyklischen Komponente im Bereich der Zyklen mit einer Länge von über 8 Jahren einen ausgeprägten Scheitelpunkt (siehe Schaubild 12).¹⁰²

Anhand des Random-Walk-Modells kann sehr gut der Einfluss des gewählten λ -Werts des Hodrick-Prescott-Filters auf die geschätzte zyklische Komponente gezeigt werden. Das Spektrum des Random-Walks sei gegeben durch

$$g_x(\omega) = \frac{1}{2(1 - \cos \omega)} \cdot V_a \quad \text{mit} \quad V_a = \text{Var}(a_t) = 1 \quad . \quad (37)$$

Mit der Gainfunktion

$$\tilde{v}_{HP}^c(\omega) = \frac{4(1 - \cos \omega)^2}{\lambda^{-1} + 4(1 - \cos \omega)^2} \quad (38)$$

erhält man als Spektrum der mit Hilfe des Hodrick-Prescott-Filters ermittelten zyklischen Komponente:

¹⁰¹ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 108.

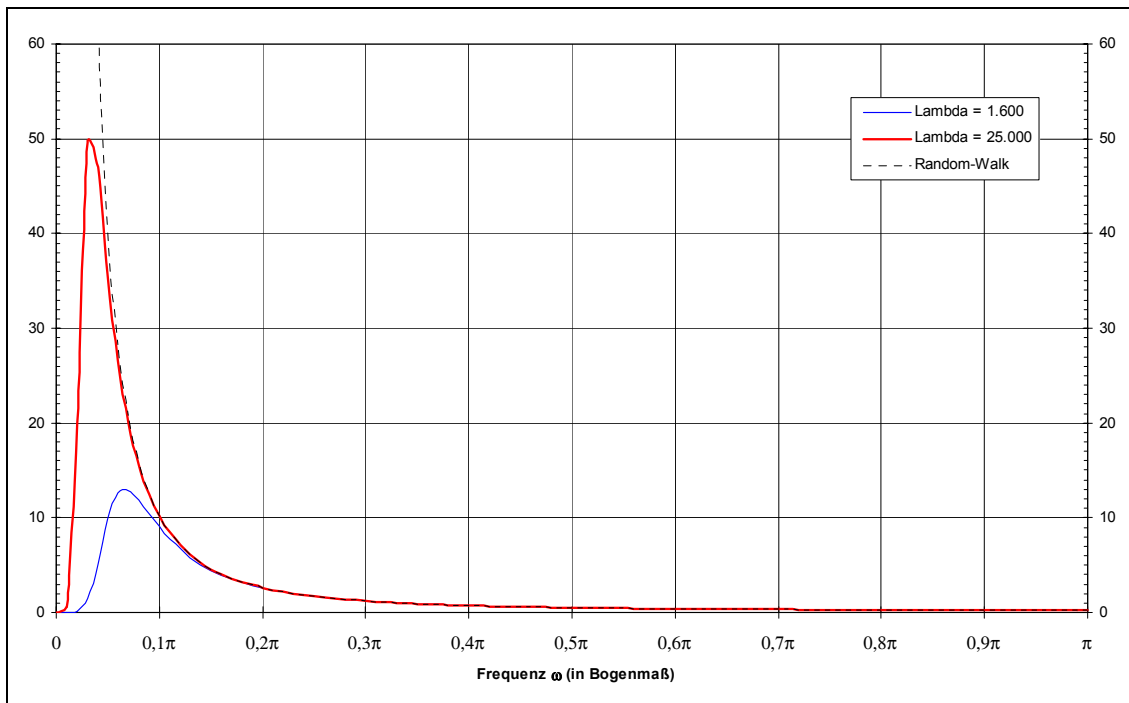
¹⁰² vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 108.

$$g_{HP}^c(\omega) = \frac{8(1 - \cos \omega)^3}{(\lambda^{-1} + 4(1 - \cos \omega)^2)^2} \cdot V_a \quad (39)$$

Dieses Spektrum besitzt sein einziges Maximum innerhalb des Intervalls $0 \leq \omega \leq \pi$ bei¹⁰³

$$\lambda = \frac{3}{4(1 - \cos \omega)^2} \quad (40)$$

Schaubild 12: Spektrum des Zyklus in einem Random-Walk-Modell



Quelle: vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 113.

Der Ort des Maximums im Spektrum der zyklischen Komponente ist alleine vom gewählten λ -Wert des Hodrick-Prescott-Filters abhängig, wie aus Schaubild 12 für die λ -Werte 1.600 und 25.000 ersichtlich ist. Dabei entsprechen die λ -Werte einer Referenzzykluslänge von 8 bzw. 15 Jahren.

In der Tat können also je nach λ -Wert unterschiedliche Konjunkturzyklen aus rein zufällig erzeugten Ausgangsreihen ermittelt werden. Kaiser und Maravall kommen vor

¹⁰³ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 111.

diesem Hintergrund zu dem Schluss, dass der Anwender sich über diese Konsequenzen im Klaren sein und deshalb vor der Filterung der Zeitreihe entscheiden muss, welche Zykluslänge er aus einer Zeitreihe extrahieren möchte und dementsprechend „seinen“ λ -Wert für den Hodrick-Prescott-Filters festlegt.¹⁰⁴

Zudem sollte sich der Anwender bei der Wahl „seines“ λ -Werts vor Augen führen, dass – wie in Abschnitt 4.4 gezeigt – dieses λ nur 50 % der gewünschten Frequenz eliminiert. Des Weiteren ist zu beachten, dass der Hodrick-Prescott-Filter auch Leakage- und Compression-Effekte aufweist.

Die Verzerrung eines Filters und die damit verbundene Gefahr der Erzeugung von Scheinzyklen ist abhängig vom Daten generierenden Prozess, welcher der zu filternden Zeitreihe zu Grunde liegt.¹⁰⁵ So zeigte Pedersen, dass Scheinzyklen im Spektrum einer mit Hilfe des Hodrick-Prescott-Filters extrahierten zyklischen Komponente nicht allein auf den Filter zurückzuführen seien, da die Frequenzantwortfunktion des Hodrick-Prescott-Filters keine zyklischen Schwankungen enthalte. Vielmehr seien diese Scheinzyklen, die bei einer Hodrick-Prescott-Filterung von integrierten Zeitreihen entstünden, eine Kombination der Effekte aus der Filterung einer integrierten Zeitreihe mit einem idealen Filter und den Leakage- und Compression-Effekten des Hodrick-Prescott-Filters.¹⁰⁶

Daneben führt nach Ehlgen die Anwendung des Hodrick-Prescott-Filters selbst dann zu quantifizierbaren Verzerrungen, wenn der Hodrick-Prescott-Filter der optimale Filter für die zu filternde Zeitreihe ist, d.h. derjenige Filter mit der kleinsten mittleren quadratischen Abweichung für die Schätzung der zyklischen Komponenten von ihren „wahren“ Werten ist.¹⁰⁷

¹⁰⁴ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 113.

¹⁰⁵ vgl. Tödter, 2002, S. 228.

¹⁰⁶ vgl. Pedersen, 2001, S. 1088ff.

¹⁰⁷ vgl. Ehlgen, 1998, S. 346ff.

4.7 Endpunktprobleme

Wie in Abschnitt 4.2 ausführlich dargestellt, gewichtet der Hodrick-Prescott-Filter in der Reihenmitte die gleich weit links und rechts vom zu schätzenden Trendwert liegenden Angaben annähernd gleich. Am aktuellen Ende der zu filternden Zeitreihe stellt sich die Situation vollkommen anders dar: Für die Berechnung der letzten Trendwerte fehlen die eigentlich benötigten zukünftigen Werte. Um dennoch den Trend bis zum Reihenende berechnen zu können, bietet sich daher an, am Reihenende entweder den Hodrick-Prescott-Filter mit asymmetrischen Gewichten zu verwenden – der im Gegensatz zur Reihenmitte zu Phasenverschiebungen führen kann¹⁰⁸ – oder die Zeitreihe mit prognostizierten Werten in die Zukunft zu verlängern.

Eine Möglichkeit, optimale Vorausschätzungen der Ursprungswerte bei gleichzeitiger minimaler quadratischer Abweichung der prognostizierten Werten von den später auftretenden „wahren“ Werten zu erhalten, bietet der Einsatz von ARIMA-Modellen.¹⁰⁹

Erwartungsgemäß dürften deshalb Zeitreihen, die unter Verwendung von ARIMA-Modellen fortgeschrieben und anschließend mit symmetrischen Filtern bereinigt werden, im Durchschnitt geringere Revisionen erfahren und somit zu einer treffenderen Trendschätzung am Reihenende führen als Reihen ohne ARIMA-Prognosen.¹¹⁰

Viele wirtschaftsstatistische Zeitreihen lassen sich mit Hilfe des sogenannten „Airline-Modells“ beschreiben, das Box und Jenkins 1970 entwickelt haben.¹¹¹

Das Airline-Modell hat die Form:¹¹²

$$(1 - B)(1 - B^s)x_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_s B^s)a_t \quad (41)$$

mit x_t = (logarithmierter) Zeitreihenwert zum Zeitpunkt t

a_t = Störvariable zum Zeitpunkt t ; die Störvariablen sind voneinander unabhängig mit Erwartungswert Null und konstanter Varianz σ_a^2

θ_1 = durchschnittliche Auswirkung der Störung der Vorperiode auf x_t

¹⁰⁸ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 30.

¹⁰⁹ vgl. Box und Jenkins, 1970, S. 126-170.

¹¹⁰ vgl. Kirchner, 1999, S. 37f.

¹¹¹ vgl. Fischer/Planas, 1998, S. 6.

¹¹² vgl. Kirchner, 1999, S. 43.

Θ_s = durchschnittliche Auswirkung der Störung vor s Perioden auf x_t

s = Länge des saisonalen Abstands ($s = 12$ für Monatswerte und $s = 4$ für Quartalswerte)

B = Backshift-Operator, d.h. $B^n x_t = x_{t-n}$.

Ersetzt man die Backshift-Operatoren und löst Gleichung (41) nach x_t auf, so ergibt sich:

$$x_t = (x_{t-s} - \Theta_s a_{t-s}) + [(x_{t-1} - \theta_1 a_{t-1}) - (x_{t-s-1} - \theta_1 \Theta_s a_{t-s-1})] + a_t . \quad (42)$$

Den Wert zum Zeitpunkt t erhält man somit als Summe aus dem um die durchschnittlichen Auswirkungen von Störungen bereinigten Vorjahreswert, dem entsprechend bereinigten Vorjahresabstand der Vorperiode sowie dem aktuellen Störterm.¹¹³

Auch für die Schätzung zukünftiger Werte x_{t+n} greift man auf Gleichung (42) zurück: dabei ist $E(a_{t+n}) = 0$ für $n > 0$.¹¹⁴ Somit werden bis zur Prognoseperiode $n = s + 1$ die durchschnittlichen Auswirkungen der bis zur Periode t aufgetretenen Störungen a_t bei der Schätzung der Prognosewerte direkt berücksichtigt. Ab der Prognoseperiode $n \geq s + 2$ ergibt sich schließlich:¹¹⁵

$$\hat{x}_{t+n} = \hat{x}_{t-s+n} + [\hat{x}_{t-1+n} - \hat{x}_{t-s-1+n}] . \quad (43)$$

Gruppiert man die Variablen in Gleichung (43) um, so erhält man:

$$\hat{x}_{t+n} = [\hat{x}_{t-s+n} - \hat{x}_{t-s-1+n}] + \hat{x}_{t-1+n} = \nabla \hat{x}_{t-s+n} + \hat{x}_{t-1+n} . \quad (44)$$

Somit wird bei der Prognose durch das Aufsetzen auf den Wert der Vorperiode und der anschließenden Addition der Veränderung gegenüber der Vorperiode im Vorjahr ein linearer (logarithmischer) Trend fortgeschrieben. Zwar erscheint dieser Ansatz für die Kurzfristprognose gangbar. Längerfristig impliziert er aber, dass konjunkturelle Schwankungen vernachlässigt werden können. Diese Unterstellung ist freilich empirisch falsch.

¹¹³ vgl. Kirchner, 1999, S. 43.

¹¹⁴ vgl. Box/Jenkins, 1970, S. 130f.

¹¹⁵ vgl. Kirchner, 1999, S. 44.

Allerdings liefert der mit den Gleichungen (42) bis (44) beschriebene so genannte Differenzgleichungsansatz Prognosen für zukünftige Werte \hat{x}_{t+n} , die besonders von den letzten Werten der Zeitreihe $\{x_t\}$ beeinflusst sind (Basis der Vorhersage).¹¹⁶ Auch basiert das ARIMA-Modell und die Schätzung seiner Parameter nur auf vergangenen Werten.¹¹⁷ Somit hat sich das Problem der Phasenverschiebung vom asymmetrischen Hodrick-Prescott-Filter auf die ARIMA-Prognose verlagert. Letztlich sind beide Ansätze (mit beziehungsweise ohne ARIMA-Modell) am Reihenende asymmetrisch.

Die beiden Verfahren können aber zu unterschiedlichen Ergebnissen am Reihenende führen. Um dies zu verstehen, wird auf die Unobserved-Components-Modelle (siehe Abschnitt 3.3) zurückgegriffen, wonach sich der Trend bei der Hodrick-Prescott-Filterung als Sonderfall des lokalen linearen Trendmodells – dessen Daten generieren-der Prozess folgt einem ARIMA(0,2,2)-Modell – darstellen lässt als:¹¹⁸

$$\nabla^2 g_t = g_{t+1} - 2g_t + g_{t-1} = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2}, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2). \quad (45)$$

Somit erhält man die implizite Trendprognose aus:¹¹⁹

$$g_{t+i+1} = 2g_{t+i} - g_{t+i-1}, \quad i \geq 2, \quad (46)$$

da $E(\varepsilon_t) = 0$.

Die so erhaltene Prognose ist zum Trend konsistent. Verlängert man die zu filternde Zeitreihe mit dieser Trendextrapolation, so erhält man die gleichen Trendschät-

¹¹⁶ vgl. Box/Jenkins, 1976, S. 306f.

¹¹⁷ Für die Güte der Schätzung ist entscheidend, ob die ARIMA-Prognose auf der Basis von Ursprungswerten oder auf der von saisonbereinigten Werten vorgenommen wird. Eine ARIMA-Modellierung auf der Grundlage nicht saisonbereinigter Reihen ist vorteilhaft, da als Folge einer Saisonbereinigung unter Umständen für den stochastischen Prozess, aus dem vorstellungsgemäß die saisonbereinigte Reihe hervorgeht, sogenannte Moving-Average-Einheitswurzeln zu unterstellen sind (vgl. Ooms /Hassler, 1996, S. 4; für die theoretische Begründung verweisen Ooms und Hassler auf Maravall, 1993, S. 23). Für die Parameterschätzung solcher Prozesse sei nach McCabe und Leybourne der „klassische“ Maximum-Likelihood-Ansatz nicht mehr adäquat. Vielmehr sollten spezielle Schätztechniken angewandt werden, wie sie beispielsweise von ihnen für den Fall einer einfachen Moving-Average-Einheitswurzel entwickelt worden seien, die jedoch in Standard-Software-Programmen nicht zur Verfügung stehen (vgl. McCabe/Leybourne, 1998, S. 326f.). Dennoch kann man zuverlässige Schätzergebnisse für die Parameter eines ARIMA-Prozesses erzielen, wenn die saisonale Komponente stattdessen auf der Grundlage der unbereinigten Reihe explizit modelliert wird.

¹¹⁸ vgl. Tabelle 2 sowie Harvey/Koopman, 2000, S. 98.

¹¹⁹ vgl. Kaiser/Maravall, 2002, S. 6f.

zungen am Reihenende wie bei Anwendung des asymmetrischen Hodrick-Prescott-Filters.¹²⁰

Da in die ARIMA-Vorhersage noch andere Informationen aus der zu verlängern- den Zeitreihe einfließen, ist das ARIMA-Modell für die Ursprungswerte nicht notwendigerweise konsistent zum reinen Trendmodell.¹²¹ Im Vergleich zur impliziten Trendprognose des Hodrick-Prescott-Filters kann man somit mit der ARIMA-Prognose einen anderen Trendverlauf am Reihenende erhalten.

Für die praktische Anwendung hat das Procedere, mit der ARIMA-Prognose aus der Saisonbereinigung die Zeitreihe am aktuellen Rand zu verlängern, um anschließend die Trendschätzung mit Hilfe des Hodrick-Prescott-Filters vorzunehmen, den Vorteil, dass für eine Zeitreihe nur einmal im Jahr die Trendschätzung vorgenommen werden müsste. Andernfalls wäre diese bei jedem hinzukommenden Wert durchzuführen, wodurch Monat für Monat revidierte Angaben anfielen, die sich nicht signifikant von den bislang berechneten unterschieden. Für die Wirtschaftsbeobachtung am aktuellen Rand wären solche Revisionen praktisch ohne Bedeutung. Es entstünde aber erheblicher zusätzlicher Arbeitsaufwand, sowohl auf der Seite der „Trendeschätzer“ als auch auf der Seite der Benutzer, die laufend ihre Datenbank anzupassen hätten.¹²² Eine unterjährige Überprüfung der ARIMA-Vorhersage wäre dagegen nur bei einer deutlichen Änderung der aktuellen Zeitreiheneigenschaften notwendig.

Abschließend bleibt festzustellen, dass am Reihenende der Anwender des Hodrick-Prescott-Filters im Prinzip die Wahl zwischen zwei Übeln hat: entweder die Anwendung des asymmetrischen Hodrick-Prescott-Filters oder aber den Einsatz von ARIMA-Prognosen. In den Abschnitten 7.2.4, 7.2.6 und 7.2.7 werden diese Alternativen empirisch näher beleuchtet und beurteilt werden.

¹²⁰ vgl. Mohr, 2004, S. 20 sowie Tödter, 2002, S. 227.

¹²¹ Andererseits ist das ARIMA-Modell konsistent zur Saisonbereinigung (vgl. Kirchner, 1999, S. 98.).

¹²² vgl. Kirchner, 1999, S. 31.

5 Erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter)

5.1 Eigenschaften der erweiterten exponentiellen Glättung

Wie in Kapitel 3.3 bereits erwähnt, kann mit der erweiterten exponentiellen Glättung aus einer Zeitreihe y_t die Trendkomponente g_t extrahiert werden.

Dabei nimmt Tödter an, dass eine trendstationäre oder differenzenstationäre Zeitreihe y_t in die beiden unbeobachtbaren Komponenten Trend g_t und Zyklus c_t zerlegt werden könne:¹²³

$$y_t = g_t + c_t, \quad t = 1, \dots, T \quad . \quad (47)$$

Für die Trendschätzung ist das folgende Minimierungsproblem zu lösen:

$$\min_{\{g_t, \beta\}_{t=1}^T} \left(\lambda \sum_{t=2}^T (g_t - g_{t-1} - \beta)^2 + \sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 \right) . \quad (48)$$

Dieses Optimierungsproblem vereint zwei gegenläufige Effekte in sich: Zum einen soll der Trend möglichst glatt sein, da die Summe der quadrierten Abweichungen der Trendänderung ∇g_t von einer Konstanten β minimiert wird. Dabei ist dieser erste Teil des obigen Minimierungsproblems genau dann null, wenn der Trend einer Geraden mit der Steigung β entspricht. Auf der anderen Seite soll der Trend möglichst in der Nähe der zu filternden Reihe verlaufen, d.h. die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen Trend g_t und Reihenwert y_t soll möglichst klein sein. Diese beiden Ansprüche verrechnet der frei wählbare Parameter λ , der eine positive Zahl ist. Dabei wird der Glattheit des Trends in Relation zur Anpassungsgüte ein umso größeres Gewicht eingeräumt, je höher λ ist.¹²⁴

Bildet man die erste Ableitung von Gleichung (48) nach β und setzt diese gleich null, so erhält man die durchschnittliche Änderung der Trendsteigung und gleichzeitig eine Schätzung für die Konstante β :

¹²³ vgl. Tödter, 2002, S. 224f.

¹²⁴ vgl. Tödter, 2002, S. 225.

$$\beta = \frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T \nabla g_t = \frac{g_T - g_1}{T-1} . \quad (49)$$

Zur Lösung des Optimierungsproblems wird Gleichung (49) in (48) eingesetzt und dann die Nullstellen der ersten Ableitung nach g_t bestimmt. Mit den sich ergebenden gleitenden Durchschnitten lassen sich später die Filtergewichte für die Trendschätzung ableiten.¹²⁵

$$t = 1: \quad y_1 = (1 + \lambda [1 - \kappa]) g_1 - \lambda g_2 + \lambda \kappa g_T \quad (50a)$$

$$t = 2, \dots, T-1: \quad y_t = -\lambda g_{t-1} + (1 + 2\lambda) g_t - \lambda g_{t+1} \quad (50b)$$

$$t = T: \quad y_T = \lambda \kappa g_1 - \lambda g_{T-1} + (1 + \lambda [1 - \kappa]) g_T \quad (50c)$$

mit $\kappa = (T-1)^{-1}$.

5.2 Ableitung der Gewichte im Zeitbereich

Falls die zu filternde Zeitreihe y_t eine endliche Länge aufweist, können die Filtergewichte mit Hilfe der inversen \mathbf{A} -Matrix bestimmt werden. Dazu ist es notwendig, die Lösung des obigen Optimierungsproblems (siehe Gleichungen (50a) bis (50c)) in Matrixnotation zu schreiben. Es ergibt sich:¹²⁶

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{g} \quad (51)$$

mit

$$\mathbf{A}_{(T \times T)} = \begin{bmatrix} 1 + \lambda(1 - \kappa) & -\lambda & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \lambda \kappa \\ -\lambda & 1 + 2\lambda & -\lambda & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 + 2\lambda & -\lambda & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -\lambda & 1 + 2\lambda & -\lambda \\ \lambda \kappa & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -\lambda & 1 + \lambda(1 - \kappa) \end{bmatrix} \quad (52)$$

und $\kappa = (T-1)^{-1}$.

¹²⁵ vgl. Tödter, 2002, S. 225.

¹²⁶ vgl. Tödter, 2002, S. 225.

Da die quadratische Matrix \mathbf{A} invertierbar ist, ergeben sich die Filtergewichte des EEG-Filters für die Trendkomponente g_t aus \mathbf{A}^{-1} , denn:¹²⁷

$$\mathbf{g} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{y} \quad (53)$$

Der EEG-Filter ist Mittelwert erhaltend, d.h. die Trendabweichungen summieren sich zu Null. Ferner gehen in jeden berechneten Trendwert alle Beobachtungen der zu filternden Zeitreihe als gewichteter Durchschnitt ein. Dabei ändern sich die Gewichte von Periode zu Periode: Während der EEG-Filter in der Reihenmitte eine symmetrische Gewichtsverteilung besitzt, wird er zum Reihenanfang bzw. -ende hin immer mehr zu einem asymmetrischen Filter.¹²⁸ Die Gewichtsverteilung für jeden einzelnen Trendwert können aus den entsprechenden Zeilen der inversen \mathbf{A} -Matrix abgelesen werden.

Anhand einer Zeitreihe mit $T = 50$ Beobachtungen soll die Gewichtsverteilung des EEG-Filters in einem dreidimensionalen Schaubild (siehe Schaubild 13) gezeigt werden. Ferner wird in den Schaubildern 14a bis 14c die Gewichtsverteilung für die Berechnung der Trendwerte g_t zu den Zeitpunkten $t = 25, 40$ und 50 dargestellt.

¹²⁷ vgl. Tödter, 2002, S. 226.

¹²⁸ vgl. Tödter, 2002, S. 226.

Schaubild 13: Erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter): Filtergewichte aus inverser A-Matrix für T = 50 ($\lambda = 7$)

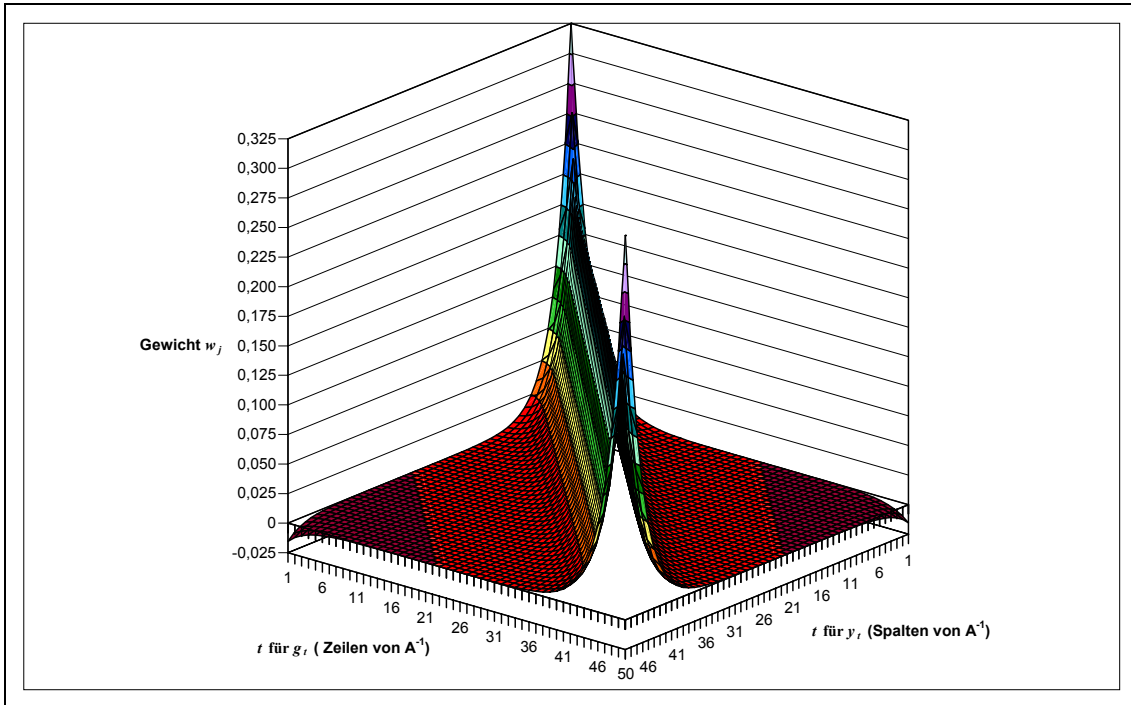


Schaubild 14a: EEG-Filter ($\lambda = 7$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{25}

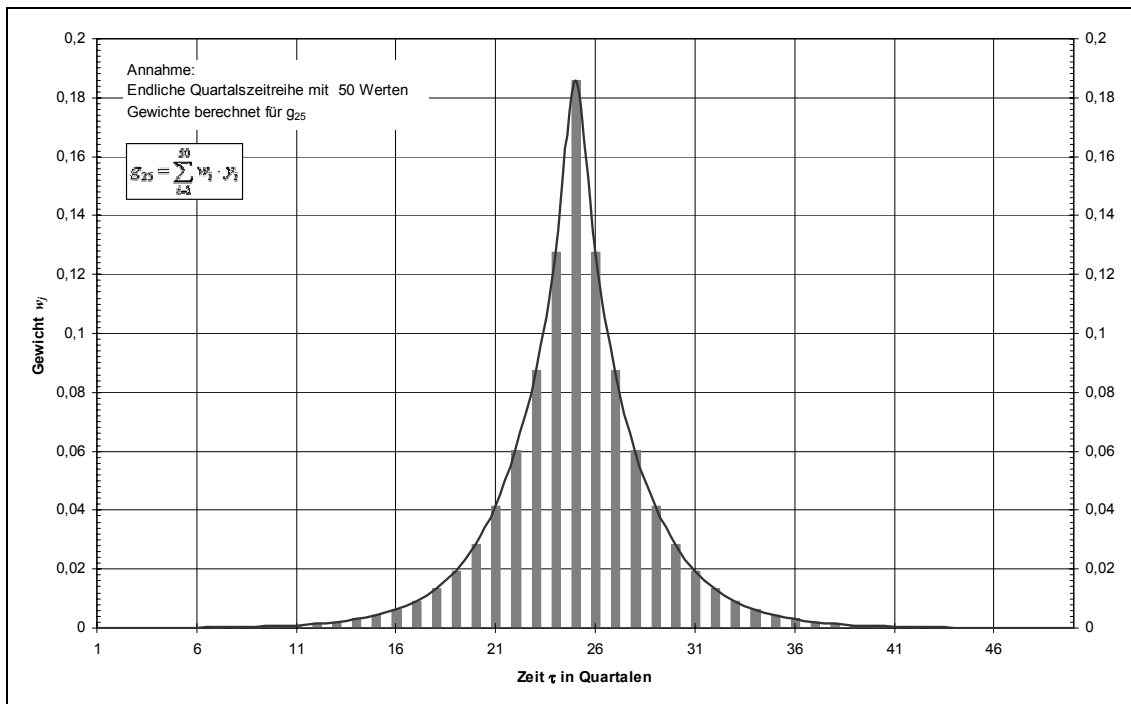


Schaubild 14b: EEG-Filter ($\lambda = 7$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{40}

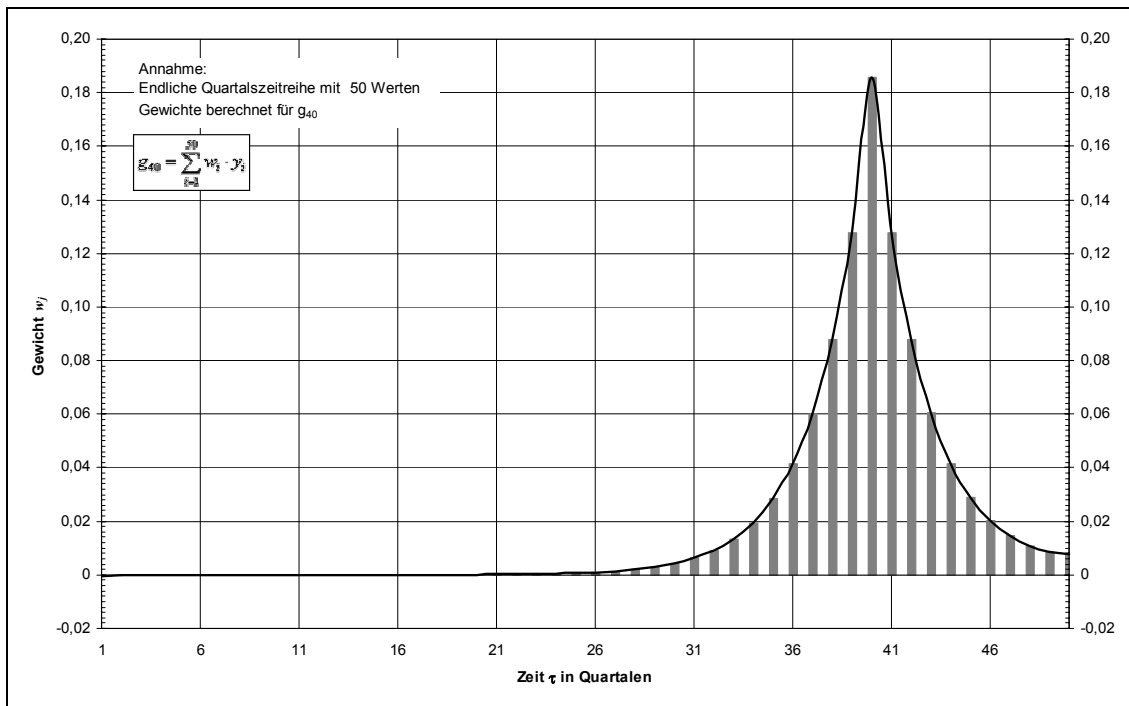
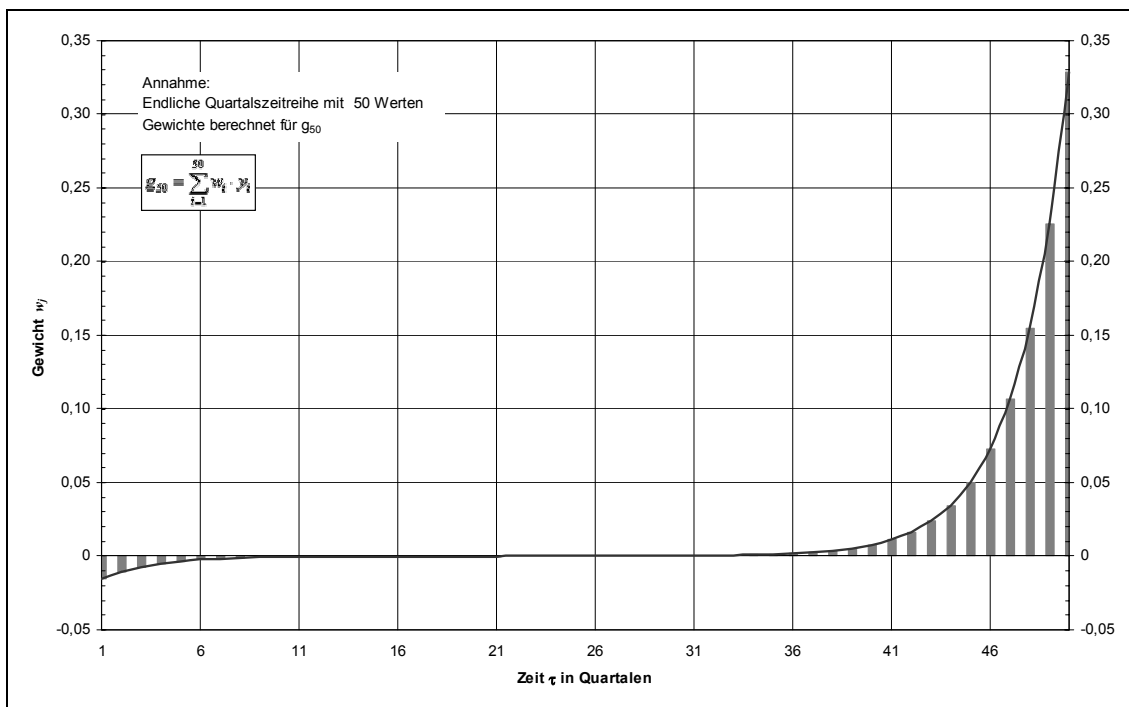


Schaubild 14c: EEG-Filter ($\lambda = 7$): Gewichte w_i zur Ermittlung von g_{50}

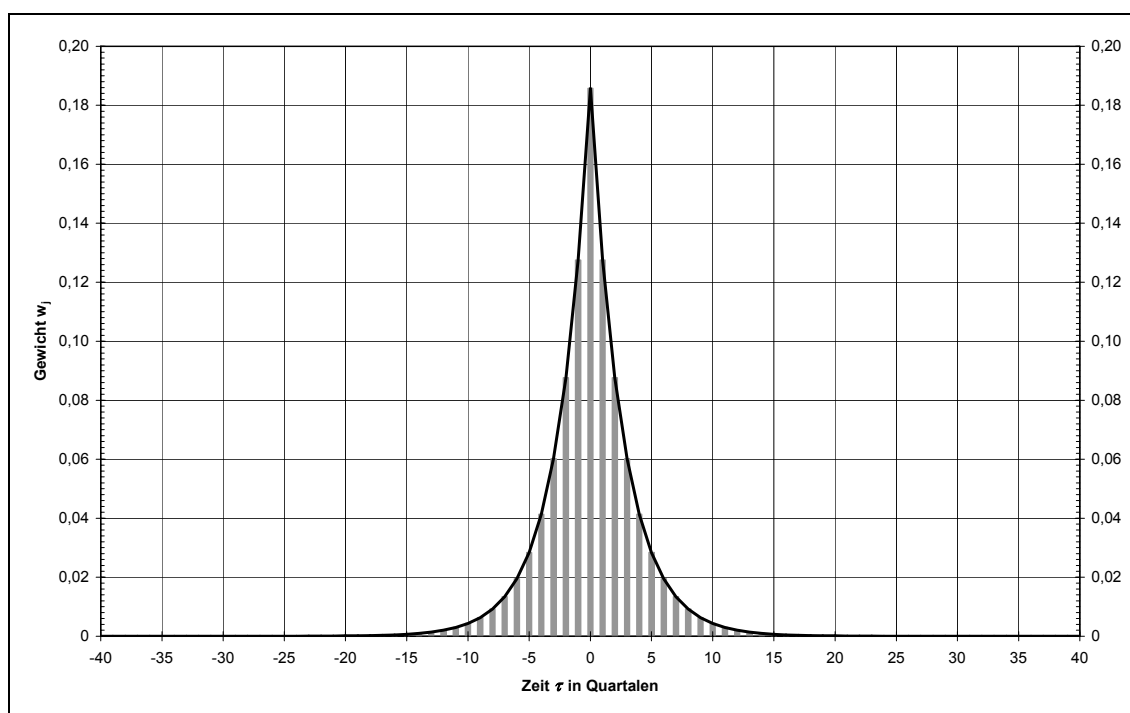


Für eine unendliche Zeitreihe zeigten Harvey und Trimbur, dass sich beim exponentiellen Glättungsfilter – wie generell bei symmetrischen, für I(1)-Prozesse optimalen Filtern – die Filtergewichte w_j zu eins aufsummieren, während sie gleichzeitig zum Rand hin exponentiell abnehmen (vgl. Schaubild 15).¹²⁹

$$w_j = \frac{1-\theta}{1+\theta} \cdot \theta^{|j|}, \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (54)$$

mit $\theta = \left(1/\lambda + 2 - \sqrt{1/\lambda^2 + 4/\lambda}\right)/2$.

Schaubild 15: Gewichte w_j des EEG-Filters ($\lambda = 7$) im Zeitbereich



Die modellbasierte Darstellung von Harvey, Koopman und Trimbur zeigt Folgendes: Der exponentielle Glättungsfilter basiert auf dem lokalen Niveaumodell und ist damit ein angemessener Filter für Zeitreihen, die nach einmaligem Differenzieren stationär werden. Der Hodrick-Prescott-Filter lässt sich dagegen mit Hilfe des lokalen line-

¹²⁹ vgl. Harvey/Trimbur, 2003a, S. 245.

ren Trendmodells modellieren. Mit ihm sollten Zeitreihen gefiltert werden, die erst nach zweimaligem Differenzieren stationär werden.¹³⁰

5.3 Eigenschaften im Spektralbereich

Im Spektralbereich lassen sich manche Filtereigenschaften einfacher untersuchen als im Zeitbereich. Für diesen Zweck wird die Gainfunktion des Filters benötigt (siehe auch Abschnitt 4.3).

Die Gainfunktion des EEG-Filters lässt sich mit Hilfe der Fouriertransformation herleiten. Bei einer unendlichen Länge der zu filternden Zeitreihe y_t kann die erste Ableitung des Minimierungsproblems des EEG-Filters (Gleichungen (50a) bis (50c)) im Zeitbereich allgemein geschrieben werden als

$$F_{EEG}(B) \cdot g_t = y_t \quad (55)$$

mit B als Backshift-Operator mit $B^n y_t = y_{t-n}$ für $n \in \mathbb{Z}$. Damit ergibt sich für die Optimierungsbedingung (50b) des EEG-Filters:

$$F_{EEG} = -\lambda B^{-1} + (1 + 2\lambda) - \lambda B = 1 + \lambda(1 - B)(1 - B^{-1}) \quad (56)$$

Die Trendkomponente g_t kann nun mit Hilfe des Filters $G(B) = [F(B)]^{-1}$ aus der Zeitreihe y_t extrahiert werden:

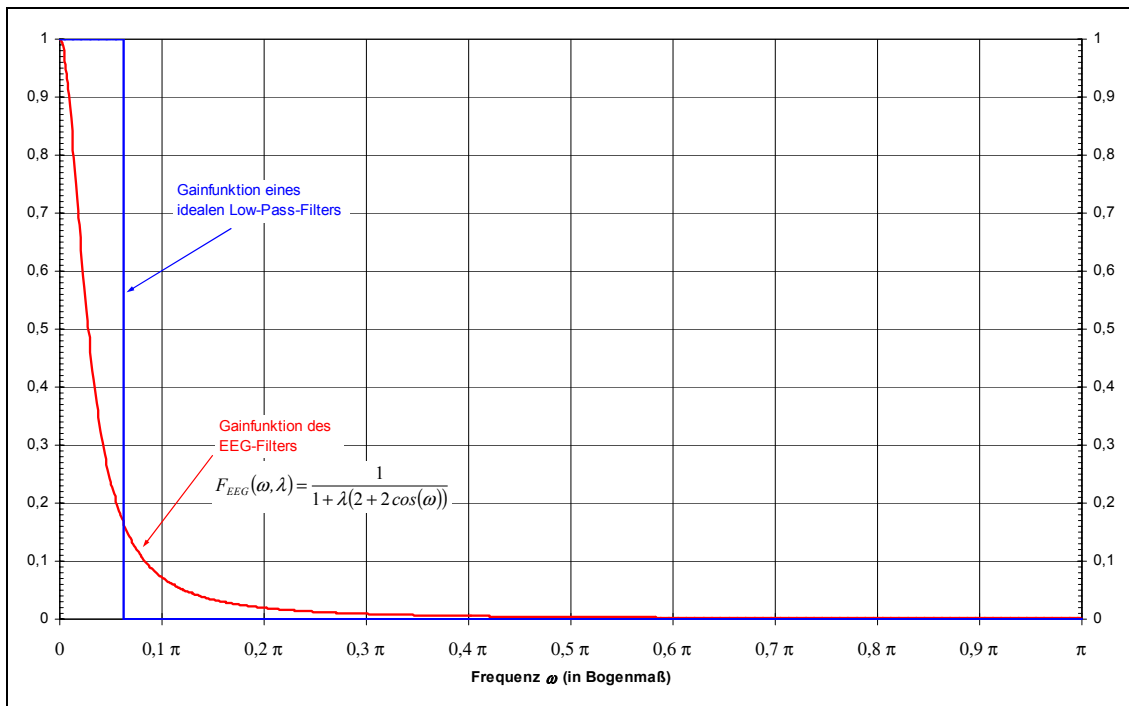
$$g_t = G_{EEG}(B) \cdot y_t = \frac{1}{1 + \lambda(1 - B)(1 - B^{-1})} \cdot y_t \quad (57)$$

Für die Fouriertransformation wird der Backshift-Operator B in Gleichung (57) durch die komplexe Zahl $e^{-i\omega}$, $\omega \in [0, \pi]$, ersetzt. Unter Berücksichtigung der trigonometrischen Beziehung $2\cos(j\omega) = e^{ji\omega} + e^{-ji\omega}$ erhält man die folgende Gainfunktion für die Trendkomponente des EEG-Filters:

$$F_{EEG}(\omega, \lambda) = \frac{1}{1 + \lambda(1 - e^{-i\omega})(1 - e^{i\omega})} = \frac{1}{1 + \lambda(2 - 2\cos(\omega))} \quad (58)$$

¹³⁰ vgl. Harvey/Koopman, 2000, S. 85ff. und 98 f. sowie Harvey/Trimbur, 2003, S. 7.

Schaubild 16: Gainfunktion des EEG-Filters für $\lambda = 132$



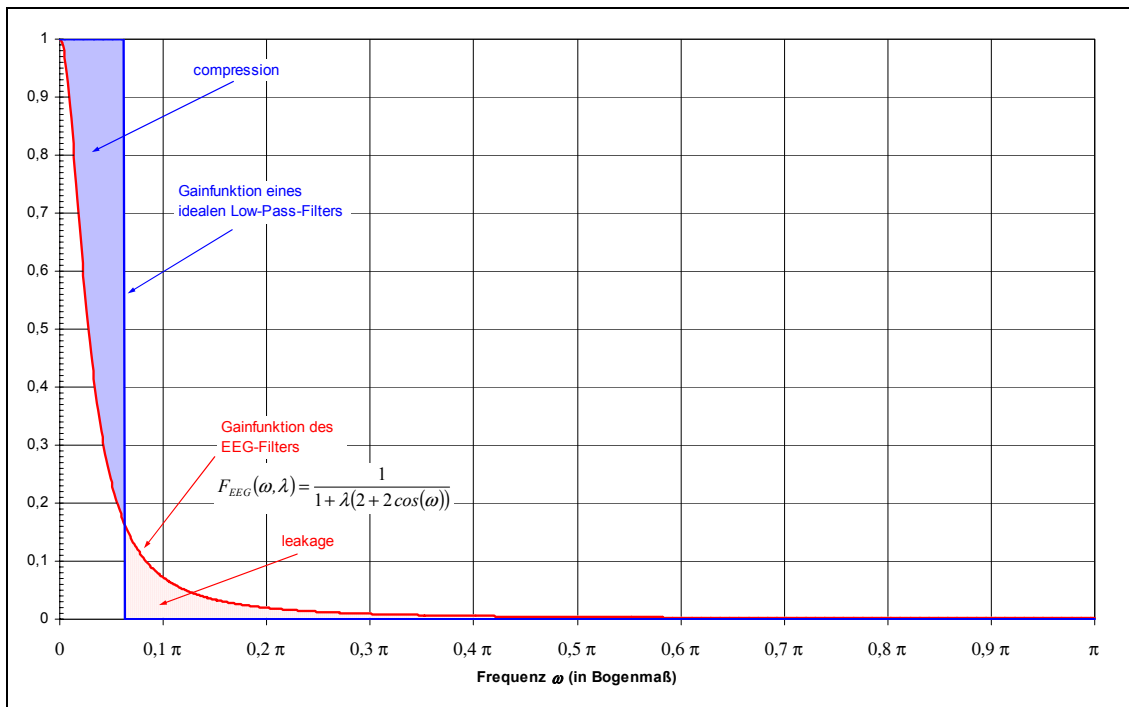
Wie aus Schaubild 16 ersichtlich, ist der EEG-Filter mit einem λ -Wert von 132 eine Approximation an einen idealen Low-Pass-Filter für Quartalswerte bei der Cut-off-Frequenz von $\omega^* = \pi/16$. Diese Frequenz entspricht 32 Quartalen, die gemäß der Definition von Baxter und King die zeitliche Untergrenze für die Trendkomponente sind.

Im Folgenden soll dargestellt werden, wie der EEG-Filter an einen idealen Low-Pass-Filter angepasst werden kann: Der ideale Low-Pass-Filter habe die Cut-off-Frequenz $\varphi = 2\pi/sp$, wobei s die Periodizität der zu filternden Zeitreihe und p die Anzahl der Jahre bezeichne. Der EEG-Filter ist genau dann eine optimale Approximation, wenn der Glättungsparameter λ so gewählt wird, dass folgendes Minimierungsproblem gelöst wird:¹³¹

$$\min_{\lambda} \left(\int_0^{\varphi} (1 - F(\omega, \lambda)) d\omega + \int_{\varphi}^{\pi} F(\omega, \lambda) d\omega \right). \quad (59)$$

¹³¹ vgl. Tödter, 2002, S. 231f.

Schaubild 17: EEG-Filter: Bestimmung des optimalen λ -Werts



Dabei misst das erste Integral die langwelligeren Schwingungskomponenten, die fälschlicherweise herausgefiltert wurden („compression“). Das zweite Integral hingegen beinhaltet die kurzwelligen Schwingungskomponenten, die fälschlicherweise den Filter passieren konnten („leakage“) (siehe Schaubild 17). Der optimale Glättungsparameter λ hängt nur von der Cut-off-Frequenz φ ab.¹³²

Die optimalen Glättungsparameter λ für Jahres-, Quartals- und Monatsreihen sind für bestimmte Cut-off-Frequenzen in der folgenden Tabelle 6 aufgelistet.

Weiter lässt sich im Spektralbereich untersuchen, ob ein Filter im Spektrum der gefilterten Reihe zu Verzerrungen oder „spurious results“ führt. Wie bereits in Abschnitt 4.6 ausgeführt, ist ein häufig am Hodrick-Prescott-Filter geäußertes Kritikpunkt – wie bei anderen Ad-hoc-Filtern auch – die mögliche Erzeugung von Scheinzyklen.¹³³ Daher soll im Folgenden untersucht werden, ob auch der EEG-Filter möglicherweise Scheinzyklen erzeugt.

¹³² vgl. Tödter, 2002, S. 232.

¹³³ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 77.

Tabelle 6: EEG-Filter: Optimale λ -Werte für unterschiedliche Periodizitäten

$\lambda_{\text{Jahreswerte}} (\lambda_A)$	$\lambda_{\text{Quartalswerte}} (\lambda_Q)$	$\lambda_{\text{Monatswerte}} (\lambda_M)$	Zeitlänge der Cut-off-Frequenz (in Jahren)
3,60	74	672	6
5,28	101	915	7
7,22	132	1.196	8
9,43	167	1.514	9
11,89	207	1.869	10

Quelle: vgl. Tödter, 2002, S. 232.

Nach Tödter können durch einen Filter hervorgerufene mögliche Verzerrungen nur anhand eines konkreten Daten generierenden Prozesses beurteilt werden. Dazu verwendet er folgendes einfache Modell, bei dem sich die Zeitreihe y_t in den Trend g_t und die zyklische Komponente c_t zerlegen lässt:¹³⁴

$$y_t = g_t + c_t = (1 - L)^{-1}(\beta + A(L) \cdot \varepsilon_t) + A(L) \cdot u_t \quad (60)$$

mit $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$ und $u_t \sim WN(0, \sigma_u^2)$, die miteinander unkorreliert sind.

$A(L)$ sei ein Lag-Polynom, für das gilt: $A(L) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j L^j$ mit $\sum_{j=0}^{\infty} a_j^2 < \infty$. Ferner sei die zyklische Komponente stationär, während der Trend integriert vom Grade 1 sei, d.h. der Trend wird nach einmaligem Differenzieren stationär.

f_g bzw. f_c bezeichne das Spektrum des Trends bzw. der zyklischen Komponente. Das Spektrum von y_t lässt sich damit schreiben als:¹³⁵

$$f_y = f_g + f_c = \frac{\sigma_\varepsilon^2 \cdot A(\omega)}{2\pi \cdot (2 - 2\cos(\omega))} + \frac{\sigma_u^2 \cdot A(\omega)}{2\pi}, \quad -\pi \leq \omega \leq \pi, \quad (61)$$

wobei $A(\omega)$ im Spektralbereich für das Lag-Polynom $A(L)$ aus dem Zeitbereich steht.

¹³⁴ vgl. Tödter, 2002, S. 228.

¹³⁵ vgl. Tödter, 2002, S. 228.

Der EEG-Filter ist der optimale Filter für den mit Gleichung (61) beschriebenen Prozess, der den mittleren quadratischen Fehler zwischen dem „wahren“ Trend g_t und der geschätzten Trendkomponente \hat{g}_t minimiert, wenn für seinen Glättungsparameter λ gilt:¹³⁶

$$\lambda = \sigma_u^2 / \sigma_\varepsilon^2 . \quad (62)$$

Somit lässt sich Gleichung (61) unter Berücksichtigung von Bedingung (62) umformen zu:¹³⁷

$$f_y = f_g [1 + \lambda(2 - 2\cos(\omega))] = f_c \frac{1 + \lambda(2 - 2\cos(\omega))}{\lambda(2 - 2\cos(\omega))} . \quad (63)$$

Das Spektrum der Trendkomponente \hat{g}_t , die mit Hilfe des EEG-Filters extrahiert wurde, ist damit gegeben durch:

$$f_{\hat{g}, EEG}(\omega, \lambda) = f_y \cdot F_{EEG}^2(\omega, \lambda) = \frac{f_g}{1 + \lambda(2 - 2\cos(\omega))} \quad (64)$$

mit F^2 als der quadrierten Gainfunktion des EEG-Filters aus Gleichung (58).

Wie sich aus Gleichung (64) ergibt, verzerrt auch der optimale EEG-Filter das Spektrum der geschätzten Trendkomponente \hat{g}_t . Denn deren Spektrum entspricht dem der wahren Trendkomponente g_t nur bei der Frequenz $\omega = 0$. Bei allen anderen Frequenzen wird das Spektrum der geschätzten Trendkomponente mit einem Faktor gedämpft, der mit steigender Frequenz größer wird. Wichtig ist nach Tödters Ansicht, dass der optimale EEG-Filter keine Scheinzyklen in dem Sinne erzeugt, dass er bestimmte Frequenzen verstärkt, während er andere dämpft.¹³⁸

Würde nun der Hodrick-Prescott-Filter auf den oben beschriebenen I(1)-Prozess angewandt, so führte dies nach Tödter zu den suboptimalen Ergebnissen:

$$f_{\hat{g}, HP}(\omega, \lambda) = f_y \cdot F_{HP}^2(\omega, \lambda) = f_{\hat{g}, EEG}(\omega, \lambda) \cdot H_g^2(\omega, \lambda) \quad (65)$$

¹³⁶ vgl. Tödter, 2002, S. 228.

¹³⁷ vgl. Tödter, 2002, S. 228f.

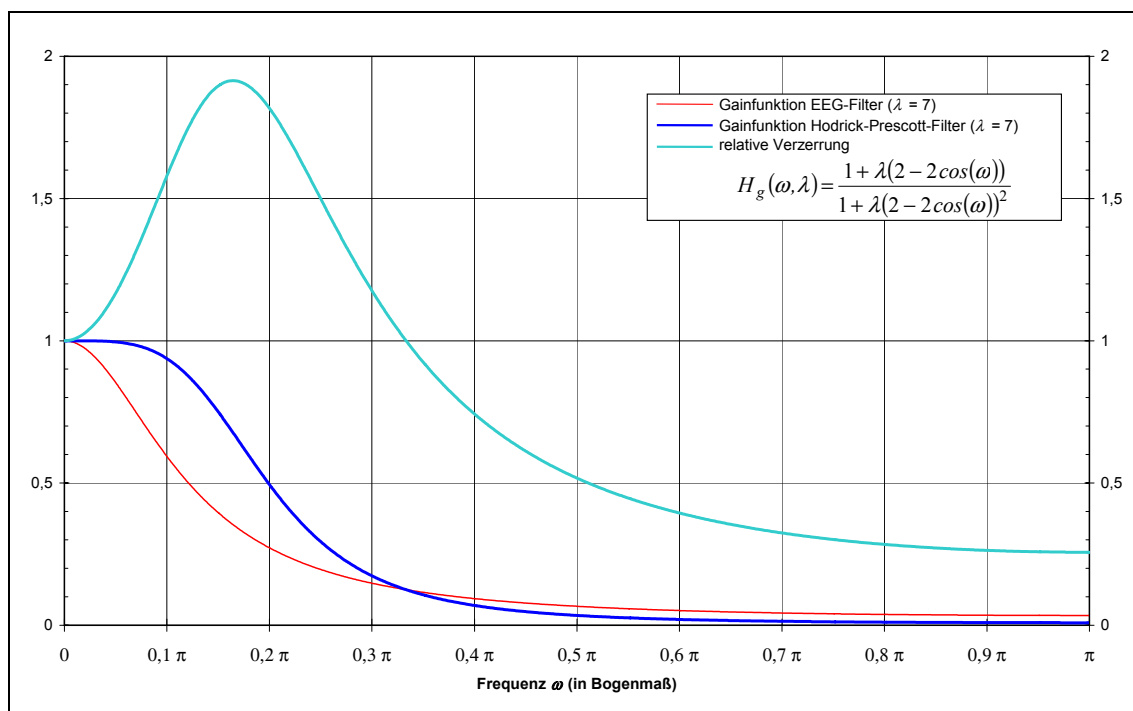
¹³⁸ vgl. Tödter, 2002, S. 229.

mit F^2 als der quadrierten Gainfunktion des Hodrick-Prescott-Filters in Gleichung (24) aus Abschnitt 4.3.

Die rechte Seite in Gleichung (65) zeigt, dass der Trend, der mit dem Hodrick-Prescott-Filter geschätzt wurde, genau dem Output des linearen Filters $H_g(\omega, \lambda)$ entspricht, wenn dieser auf den EEG-Trend als zu filternde Reihe angewandt wird. Der dabei verwendete lineare Filter $H_g(\omega, \lambda)$ ist gegeben durch:¹³⁹

$$H_g(\omega, \lambda) = \frac{1 + \lambda(2 - 2\cos(\omega))}{1 + \lambda(2 - 2\cos(\omega))^2} \quad (66)$$

Schaubild 18: EEG-Filter und Hodrick-Prescott-Filter im Vergleich: Gainfunktion und relative Verzerrung



Quelle: vgl. Tödter, 2002, S. 230.

Dieser Filter verstärkt unabhängig vom gewählten λ -Wert alle Schwingungen mit einer Länge von über 6 Perioden ($1 + 2\lambda[1 - \cos(\omega)] = 0$, wenn $\omega = \pi/3 = 2\pi/6$), während kürzere Schwingungen gedämpft werden. Wie aus Schaubild 18 ersichtlich ist, erzeugt bei $\lambda = 7$ der Hodrick-Prescott-Filter einen Trend, der im Vergleich zum opti-

¹³⁹ vgl. Tödter, 2002, S. 229.

malen EEG-Filter im langwelligen Bereich verzerrt ist. Die relative Verzerrung H_g^2 besitzt in diesem Fall ein Maximum bei $\omega \approx 2\pi/12$.

Im Folgenden soll gezeigt werden, in welcher Beziehung die Glättungsparameter des EEG-Filters und des Hodrick-Prescott-Filters zueinander stehen. Dazu wird Gleichung (66) unter Berücksichtigung der Gleichungen (24) und (58) modifiziert zu

$$H_g(\omega, \lambda_{EEG}, \lambda_{HP}) = \frac{1 + \lambda_{EEG}(2 - 2\cos(\omega))}{1 + \lambda_{HP}(2 - 2\cos(\omega))^2} = \frac{F_{HP}(\omega, \lambda_{HP})}{F_{EEG}(\omega, \lambda_{EEG})} . \quad (67)$$

Für H_g ungleich eins „verzerrt“ der Hodrick-Prescott-Filter das Filterergebnis im Vergleich zum EEG-Filter bezogen auf den vorausgesetzten I(1)-Prozess. Nur bei $H_g = 1$ sind beide Filter identisch. In diesem Fall besteht zwischen den Glättungsparametern λ der beiden Filter folgende Beziehung:

$$H_g \stackrel{!}{=} 1: \quad \lambda_{HP} = \frac{\lambda_{EEG}}{2 - 2\cos(\omega)} = \delta(\omega) . \quad (68)$$

Da λ_{HP} eine von der Frequenz ω abhängige Funktion ist, kann λ_{HP} nicht mit einem konstanten Faktor in λ_{EEG} umgerechnet werden. λ_{HP} und λ_{EEG} stimmen nur überein, wenn in Gleichung (68) der Nenner „ $2 - 2\cos(\omega)$ “ den Wert 1 annimmt. Somit ergibt sich:

$$2 - 2\cos(\omega) = 1 \Leftrightarrow \cos(\omega) = 0,5 , \quad (69)$$

d.h. $\omega = 2\pi/6$. Eine exakte Übereinstimmung besteht also nur bei einer Zykluslänge von 6 Perioden.

Dies lässt folgenden Schluss zu: Zwar lassen sich die Glättungsparameter des EEG-Filters und des Hodrick-Prescott-Filters einander annähern; letztendlich besitzen aber beide Filter grundsätzlich verschiedene Eigenschaften.

5.4 Endpunktproblematik und Revisionslänge

Datenrevisionen oder das Hinzufügen neuer Werte zur Ausgangszeitreihe führen im Allgemeinen dazu, dass sich die geschätzten Trendwerte verändern. Nach Tödter ändern sich bei der Revision des letzten Werts die am Reihenende liegenden, mit Hilfe des EEG-Filters geschätzten Trendwerte weniger stark als die mit dem Hodrick-Prescott-Filters berechneten (siehe Tabelle 7).

Tabelle 7: Relative Veränderung der Trendwerte bei Revision des Reihenendwerts für $\lambda = 7$ ($\partial \hat{g}_\tau / \partial x_T$)

Zeit τ	EEG-Filter ($T = 20$)	EEG-Filter ($T = 40$)	Hodrick-Prescott- Filter
T	0,36	0,33	0,59
$T - 1$	0,25	0,23	0,34
$T - 2$	0,17	0,16	0,16
$T - 3$	0,12	0,11	0,04
$T - 4$	0,08	0,07	- 0,01
$T - 5$	0,05	0,05	- 0,03

Quelle: vgl. Tödter, 2002, S. 227.

Anders sieht es dagegen bei den weiter vom Reihenende entfernt liegenden Trendwerten aus: Hier unterliegen die mit dem Hodrick-Prescott-Filter ermittelten Werte geringeren Änderungen als die mit dem EEG-Ansatz berechneten. Insgesamt ergibt sich bei Datenrevisionen folgendes Bild: Beim Hodrick-Prescott-Filter unterliegen vor allem die Trendwerte am Reihenende größeren Veränderungen, während sich die Revisionen beim EEG-Filter stärker auf alle berechneten Werte verteilen.¹⁴⁰

Die empirischen Auswirkungen werden im Abschnitt 7 näher dargelegt.

¹⁴⁰ vgl. Tödter, 2002, S. 227.

6 Baxter-King-Filter als Low-Pass-Filter

6.1 Eigenschaften des Baxter-King-Filters als Low-Pass-Filter

Wird der Baxter-King-Filter als reiner Low-Pass-Filter verwendet, so lässt sich aus einer – in der Regel logarithmierten, saisonbereinigten – Reihe y_t die Trendkomponente g_t schätzen. Dabei soll, ausgehend von der NBER-Definition des Konjunkturzyklus, die Cut-off-Frequenz einem mindestens achtjährigen Zyklus entsprechen.

Grundidee des Baxter-King-Filters ist, dass mit Hilfe eines symmetrischen gleitenden Durchschnitts die interessierende Komponente – in diesem Fall der Trend – aus einer Zeitreihe y_t extrahiert wird:¹⁴¹

$$g_t = \sum_{k=-K}^K a_k \cdot y_{t-k} = a(L) \cdot y_t \quad (70)$$

mit
$$a(L) = \sum_{k=-K}^K a_k L^k$$

und
$$a_k = a_{-k} \quad \text{für } k = 1, \dots, K \quad .$$

Dabei sei L^k der Lag-Operator, für den für positive und negative Werte von k gelte: $L^k x_t = x_{t-k}$.

Eine wichtige Nebenbedingung für die Trendschätzung ist ferner, dass sich die Filtergewichte a_k zu eins aufsummieren:

$$\sum_{k=-K}^K a_k = 1 \quad . \quad (71)$$

Baxter und King adjustierten ihren Filter so, dass dieser für die Trendbereinigung von I(2)-Zeitreihen geeignet ist.¹⁴²

¹⁴¹ vgl. Baxter/King, 1995, S. 5.

¹⁴² vgl. Baxter/King, 1995, S. 3 und S. 8.

6.2 Ableitung der Gewichte im Zeitbereich

Wie bereits erwähnt, entwarfen Baxter und King ihren Low-Pass-Filter als eine optimale Approximation an einen idealen Low-Pass-Filter, der nur Frequenzen im Bereich $-\underline{\omega} \leq \omega \leq \underline{\omega}$ passieren lässt. Die Frequenzantwortfunktion dieses idealen Low-Pass-Filters sei gegeben durch $\beta(\omega) = 1$ für $|\omega| \leq \underline{\omega}$ und $\beta(\omega) = 0$ für $|\omega| > \underline{\omega}$.

Die Filtergewichte b_h des idealen Low-Pass-Filters können aus der inversen Fouriertransformation der Frequenzantwortfunktion abgeleitet werden:

$$b_h = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \beta(\omega) \cdot e^{i\omega h} d\omega \quad . \quad (72)$$

Nach der Lösung des obigen Integrals ergibt sich für die Filtergewichte b_h .¹⁴³

$$b_0 = \underline{\omega}/\pi \quad (73a)$$

und
$$b_h = \frac{1}{h\pi} \cdot \sin(h\underline{\omega}) \quad \text{für } h = 1, 2, \dots \quad . \quad (73b)$$

Die Filtergewichte a_h für den optimalen approximierten Low-Pass-Filter lassen sich aus den Filtergewichten b_h des idealen Low-Pass-Filters ableiten.¹⁴⁴

$$a_h = b_h + \theta \quad . \quad (74)$$

Dabei ist θ eine Konstante, die von der gewählten maximalen Anzahl der Lag-Operatoren K abhängt. Da sich die Filtergewichte a_h des approximierten Filters zu eins aufaddieren ($\sum_{h=-K}^K a_h = 1$), ist die Adjustierungskonstante θ gegeben durch:

$$\theta = \frac{1 - \sum_{h=-K}^K b_h}{2K + 1} \quad . \quad (75)$$

Nach Baxter und King gibt es keinen „besten“ Wert K für die maximale Länge der Lags. Ein größeres K führt zwar zu einer besseren Approximation des Low-Pass-Filters an einen idealen Filter, ist aber mit einem größeren Verlust an Beobachtungen am Rei-

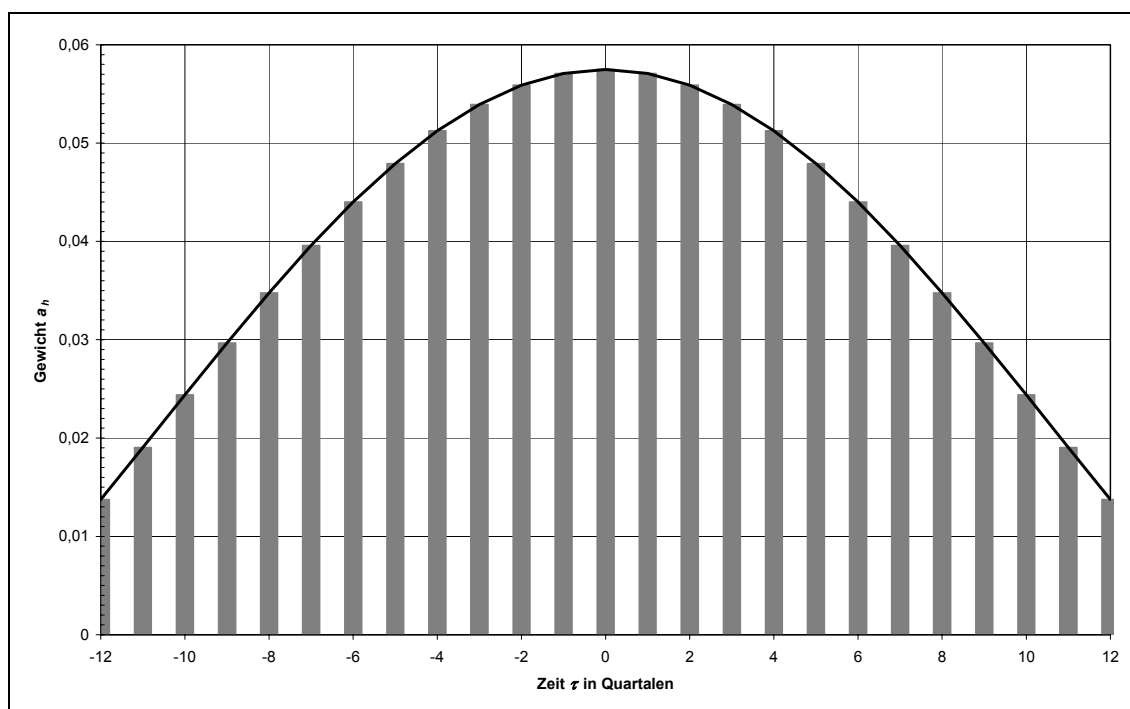
¹⁴³ vgl. Baxter/King, 1999, S. 577.

¹⁴⁴ vgl. Baxter/King, 1995, S. 8. Für die genaue Herleitung siehe Baxter/King, 1995, Appendix C.

henanfang und -ende verbunden: Da der Filter ein symmetrischer gleitender Durchschnitt ist, können daher für $2K$ Beobachtungen (K am Reihenanfang und K am Reihende) keine Trendwerte berechnet werden. Baxter und King stellen die Wahl von K ins Ermessen des Anwenders: Das für den Anwender „beste“ K hängt zum einen von der Länge der zu filternden Zeitreihe sowie der Anzahl der Werte, für die an den Reihenden keine Trendkomponente geschätzt wird, und zum anderen von der Notwendigkeit einer guten Approximation an einen idealen Filter ab.¹⁴⁵

Im weiteren Verlauf wird der Low-Pass-Filter von Baxter und King als $LP_K(p)$ bezeichnet, wobei K die maximale Anzahl der Lag-Operatoren und p die der Cut-off-Frequenz ω zu Grunde liegende Wellenlänge – abhängig von der Periodizität der zu filternden Reihe – bezeichnet ($\omega = 2\pi/p$).

Schaubild 19: Gewichte a_h des Low-Pass-Filters $LP_{12}(32)$ von Baxter und King



Die Cut-off-Frequenz des Filters in Schaubild 19 entspricht mit umgerechnet 32 Quartalen oder 8 Jahren nach NBER-Definition der Obergrenze für den Konjunkturzyklus. Den Wert $K = 12$ sehen Baxter und King für die Filterung von US-Quartalsreihen

¹⁴⁵ vgl. Baxter/King, 1995, S. 9

mit ihrem Band-Pass-Filter als ausreichend an, da dieser Wert ein guter Kompromiss zwischen der Stützbereichslänge des Filters ($2K + 1$) und der Güte der Approximation an einen idealen Band-Pass-Filter darstellt.¹⁴⁶

6.3 Eigenschaften im Spektralbereich

Manche Eigenschaften des Low-Pass-Filters von Baxter und King lassen sich im Spektralbereich leichter analysieren als im Zeitbereich. Dazu notwendig ist die Ableitung der Frequenzantwort- und der Gainfunktion des Filters.

Wie bereits in Abschnitt 6.1 beschrieben, extrahiert der Low-Pass-Filter von Baxter und King aus einer Zeitreihe y_t die Trendkomponente g_t :

$$g_t = a(L) \cdot y_t = \sum_{k=-K}^K a_k L^k y_t = \sum_{k=-K}^K a_k \cdot y_{t-k} \quad (76)$$

Ferner ist der Low-Pass-Filter von Baxter und King ein symmetrischer Filter ($a_k = a_{-k}$). Seine Frequenzantwortfunktion $F_{LP}(\omega, K)$ ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} F_{LP}(\omega, K) &= \sum_{k=-K}^K a_k \cdot e^{i\omega k} = a_0 + \sum_{k=1}^K a_k (e^{i\omega k} + e^{-i\omega k}) \\ &= a_0 + 2 \sum_{k=1}^K a_k \cdot \cos(\omega k) \end{aligned} \quad (77)$$

unter Berücksichtigung der trigonometrischen Eigenschaft: $2\cos(x) = e^{ix} + e^{-ix}$.

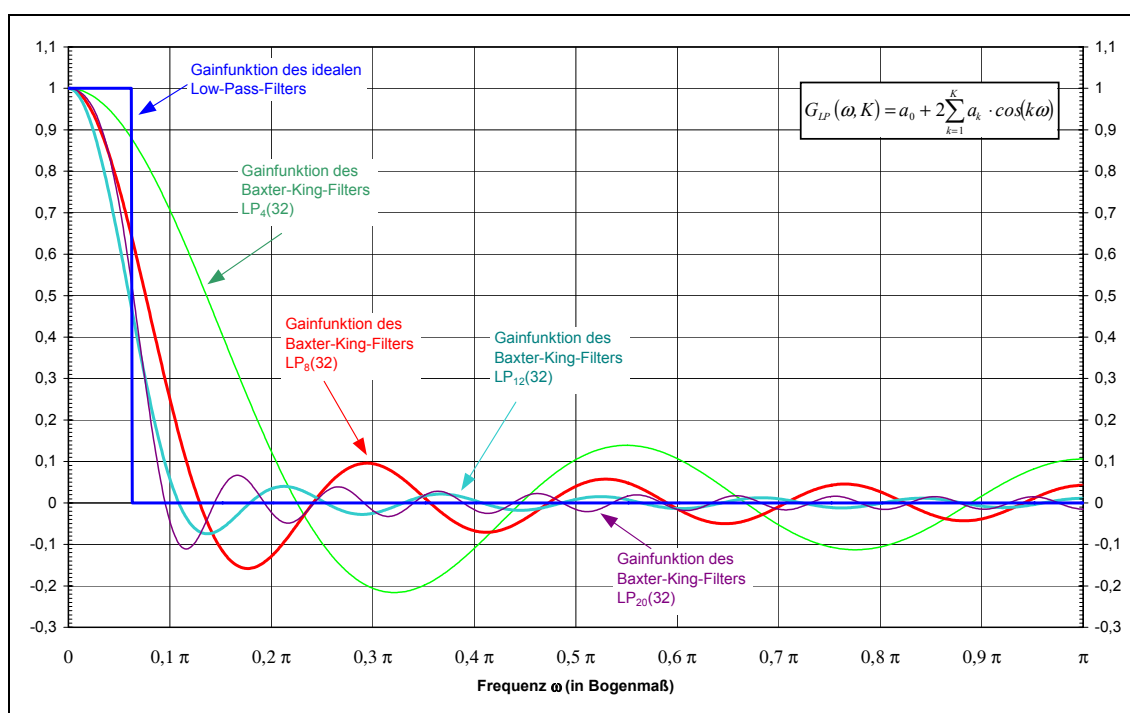
Diese Symmetrieeigenschaft hat zur Folge, dass der Low-Pass-Filter von Baxter und King keine Phasenverschiebung besitzt und seine Frequenzantwortfunktion mit seiner Gainfunktion übereinstimmt.

In Schaubild 20 wird beispielsweise die Gainfunktion des Baxter-King-Low-Pass-Filters für die Cut-off-Frequenz $\underline{\omega} = \pi/16$ gezeigt. Diese Frequenz entspricht bei der Filterung von Quartalsdaten einer Zeitdauer von 32 Quartalen und somit der Obergrenze für die zyklische Komponente. Die Anzahl der Lags K wurde auf 4, 8, 12 bzw. 20 festgesetzt.

¹⁴⁶ vgl. Baxter/King, 1995, S. 12.

Ein größeres K und damit ein weiterer Stützbereich führt dazu, dass die Leakage- und Compression-Effekte des Filters geringer werden (siehe Schaubild 20). Der besseren Approximation an einen idealen Filter bei einem höheren K steht allerdings – wie erwähnt – der Nachteil gegenüber, dass durch die Filterung am Reihenanfang und -ende mehr Trendwerte „verloren“ gehen. Nach Baxter und King ist es eine empirische Frage, ob die Verbesserung der Approximation an einen idealen Filter (höherer K -Wert) zu signifikanten Veränderungen in der gefilterten Reihe oder in den aus ihr abgeleiteten Momenten führt.¹⁴⁷

Schaubild 20: Gainfunktion des Low-Pass-Filters von Baxter und King für $\omega = 2\pi/32$



Die Auswirkungen von verschiedenen K -Werten ihres Band-Pass-Filters auf die gefilterte Reihe untersuchten Baxter und King zunächst anhand des folgenden AR(1)-Prozesses:¹⁴⁸

$$x_t = 0,95 \cdot x_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{mit} \quad \sigma_\varepsilon^2 = 1 \quad . \quad (78)$$

¹⁴⁷ vgl. Baxter/King, 1999, S. 580.

¹⁴⁸ vgl. Baxter/King, 1999, S. 581.

Dabei kamen sie zu folgendem Ergebnis: Wenn K sehr klein ist, d.h. der gleitende Durchschnitt eine nur geringe Stützbereichslänge besitzt, dann ist die Varianz der gefilterten Reihe kleiner als die Varianz der Zeitreihe, die mit dem idealen Band-Pass-Filter gefiltert wurde. Dagegen liegt die Varianz der gefilterten Reihe in der Nähe der mittels dem idealen Band-Pass-Filter gefilterten Reihe, wenn $K \geq 12$ ist. Um an den Reihenenenden nicht zu lange auf Trendwerte verzichten zu müssen, empfahlen Baxter und King für die Filterung von Quartalszeitreihen schließlich einen K -Wert von 12.

Da der Band-Pass-Filter von Baxter und King aus zwei hintereinander geschalteten Filtern besteht, sind diese Ergebnisse über die Variation des K -Werts auch auf den Low-Pass-Filter für die Filterung von Quartalsreihen übertragbar.

6.4 Endpunktproblematik

Der Preis für die Symmetrieeigenschaft des Baxter-King-Filters ist das Fehlen von Trendwerten an den Reihenenenden. Baxter und King brachten dieses Problem bei der Filterung des US-Bruttoinlandsprodukt auf den Punkt: „... , but since we use $K = 12$ we lose three years of data at each end of the plots for the band-pass and high-pass filters.“¹⁴⁹

Um den Trend nun bis zum Reihenende zu schätzen, müsste die Zeitreihe beispielsweise mit ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert werden. Die Mindestlänge des Prognosehorizonts ist dabei abhängig vom K -Wert und der Periodizität der zu filternden Zeitreihe. Für die Filterung einer Quartalszeitreihe mit $K = 12$ wäre somit eine ARIMA-Vorhersage mit wenigstens dreijährigem Prognosehorizont notwendig.

Wie bereits in Abschnitt 4.7 ausführlich beschrieben, ist die Verlängerung einer Zeitreihe mit ARIMA-Prognosen allerdings nicht unproblematisch.

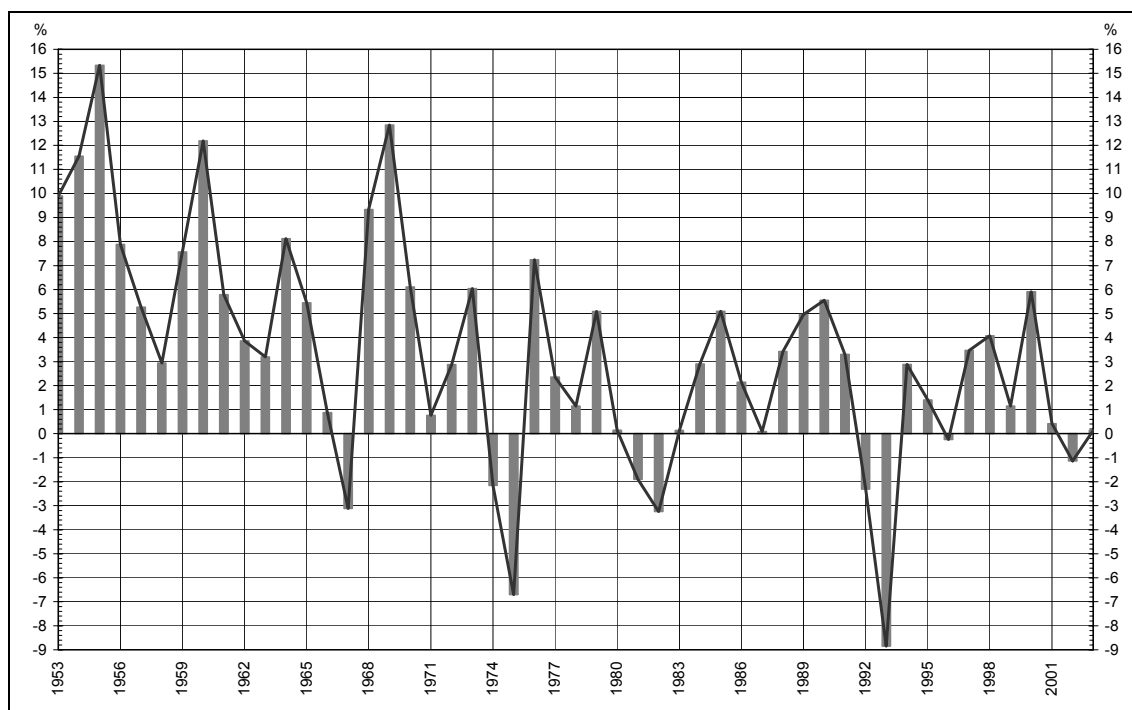
¹⁴⁹ Baxter/King, 1995, S. 12.

7 Empirische Ergebnisse

7.1 Eigenschaften der Zeitreihe „Industrieproduktion“

Im Folgenden werden die empirischen Konsequenzen der unterschiedlichen Filter exemplarisch an der deutschen Industrieproduktion geschildert. Sie ist der Kern der Konjunkturbewegung in Deutschland und viele ihrer Eigenschaften können auch bei anderen deutschen Konjunkturindikatoren angetroffen werden (siehe Abschnitt 7.2.8).

Schaubild 21: Industrieproduktion – Veränderung der Jahresdurchschnitte in %



Zunächst sei ein Blick auf den Integrationsgrad der Zeitreihe geworfen, der bei der Wahl des Filter eine wichtige Rolle spielt: Wie in Abschnitt 5.2 dargestellt, ist der EEG-Filter für $I(1)$ -Prozesse konzipiert, während der Hodrick-Prescott-Filter für $I(2)$ -Reihen besser geeignet ist. Da im Folgenden die Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters, des EEG-Filters sowie des Low-Pass-Filters von Baxter und King empirisch anhand der Industrieproduktion untersucht werden sollen, ist es notwendig, den Integrationsgrad der Produktionsreihe beispielsweise mit Hilfe des erweiterten Dickey-Fuller-Tests zu bestimmen. Denn die deutsche Industrieproduktion wuchs in den 1950er und

1960er Jahren – bedingt durch den Wiederaufbau nach dem Zweiten Weltkrieg und das deutsche „Wirtschaftswunder“ – mit hohen Wachstumsraten, die sich seit Beginn der 1970er Jahre nicht mehr beobachten lassen (siehe Schaubild 21).

Der Integrationsgrad der deutschen Industrieproduktion wurde mit Hilfe des erweiterten Dickey-Fuller-Tests geschätzt.¹⁵⁰ Dabei wurde der Test sowohl für die Indexwerte („level“) als auch für die logarithmierten Werte durchgeführt („logs“), die jeweils zu den selben Resultaten führten. Die Ergebnisse können der folgenden Tabelle 8 entnommen werden.¹⁵¹

Tabelle 8: Integrationsgrad der deutschen Industrieproduktion

Zeitraum	Integrationsgrad
1952 – 2004	I(1)-Prozess
1952 – 1969	I(2)-Prozess
1970 – 2004	I(1)-Prozess

Wie schwierig es ist, einen einheitlichen Daten generierenden Prozess für eine lange Reihe wie die Industrieproduktion zu bestimmen, zeigt Schaubild 22. Zu diesem Zweck wurde die Industrieproduktion in drei Abschnitte von je 20 Jahren zerlegt, um mit einer gewissen Sicherheit das jeweilige Spektrum schätzen zu können. Dabei zeigt jeder Abschnitt ein unterschiedliches Spektrum.

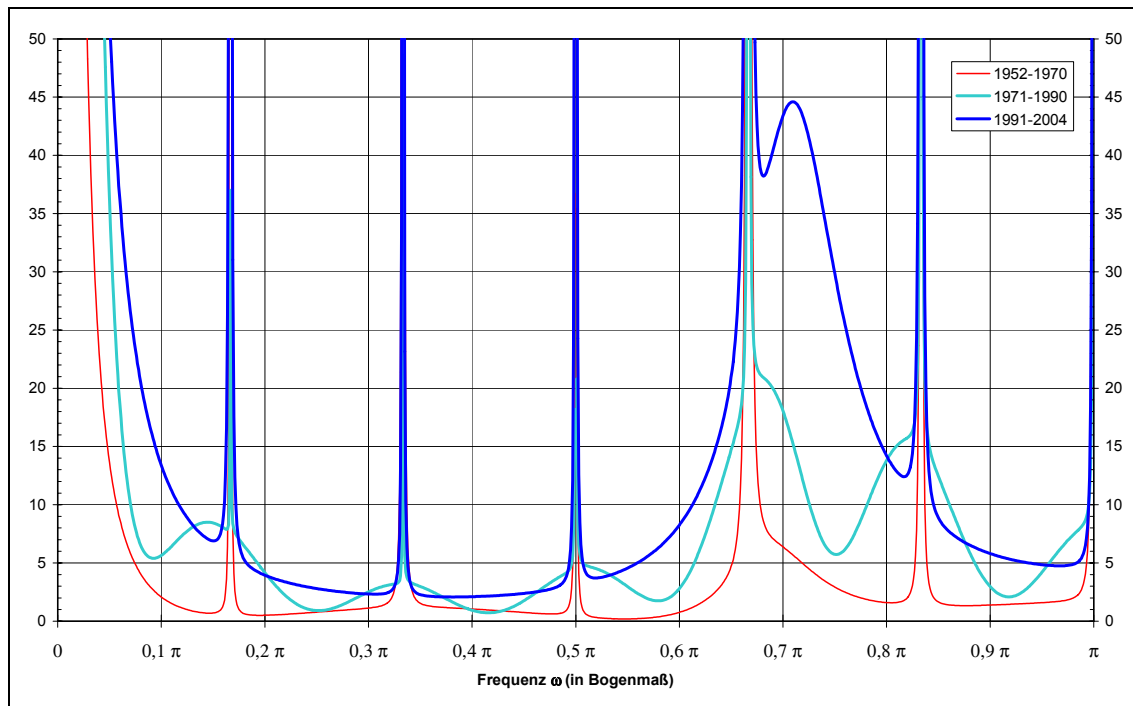
Demnach ist es problematisch, bei einer langen Reihe wie der Industrieproduktion einen einheitlichen Daten generierenden Prozess zu unterstellen, da sich das Spektrum dieser Reihe im Zeitablauf verändert. Dies hat aber zur Folge, dass eigentlich kein Filter gefunden werden kann, der für jeden Teilzeitraum der zu filternden Reihe gleich gut geeignet ist. Dies schließt aber nicht aus, dass in einem bestimmten Zeitbereich einer langen Reihe ein Filter für den hier zu Grunde liegenden Daten generierenden Prozess optimal ist.

¹⁵⁰ zu Einzelheiten vgl. Dickey/Fuller, 1979.

¹⁵¹ Ein anderer Test, der Phillips-Perron-Test, diagnostiziert für den Zeitraum 1952 – 1969 ebenfalls einen I(1)-Prozess. Dies zeigt aber auch die unter Umständen geringe Trennschärfe der Tests auf Nicht-Stationarität bei der Bestimmung des Integrationsgrads einer Zeitreihe.

Aus diesem Grund werden im Folgenden verschiedene Werte für den Glättungsparameter λ des Hodrick-Prescott-Filters bzw. des EEG-Filters verwendet, um die Auswirkungen auf den geschätzten Trendverlauf empirisch untersuchen zu können.

Schaubild 22: Industrieproduktion – Spektren für verschiedene Zeiträume



Verwendete ARIMA-Modelle:

Zeitraum 1952 bis 1970: ARIMA(2 1 6)(0 1 1)-Modell

Zeitraum 1971 bis 1990: ARIMA(2 1 2)(0 1 2)-Modell

Zeitraum 1991 bis 2004: ARIMA(2 1 2)(0 1 1)-Modell

7.2 Hodrick-Prescott-Filter

Nachdem im Abschnitt 4 die Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters ausführlich erörtert worden sind, werden in diesem Teil empirische Ergebnisse dargestellt. Wie erwähnt, steht die Industrieproduktion als Zentrum der konjunkturellen Schwankungen in Deutschland im Mittelpunkt der Betrachtung. Aus ihr wird ab dem Reihenbeginn im Jahr 1952 mit Hilfe des Hodrick-Prescott-Filters der Trend extrahiert. Zunächst gilt es, die Ergebnisse der Hodrick-Prescott-Filterung mit denen des bisherigen Bundesbank-Ansatzes zu vergleichen. Im Anschluss daran werden die Auswirkungen des Startjahres der Filterung und die des gewählten λ -Werts auf den Trendverlauf, die Lage der Wendepunkte sowie Probleme am Reihenende untersucht. In diesem Zusammenhang ist auch die Stabilität des ermittelten Trends im Zeitablauf zu beleuchten. Letztlich wird

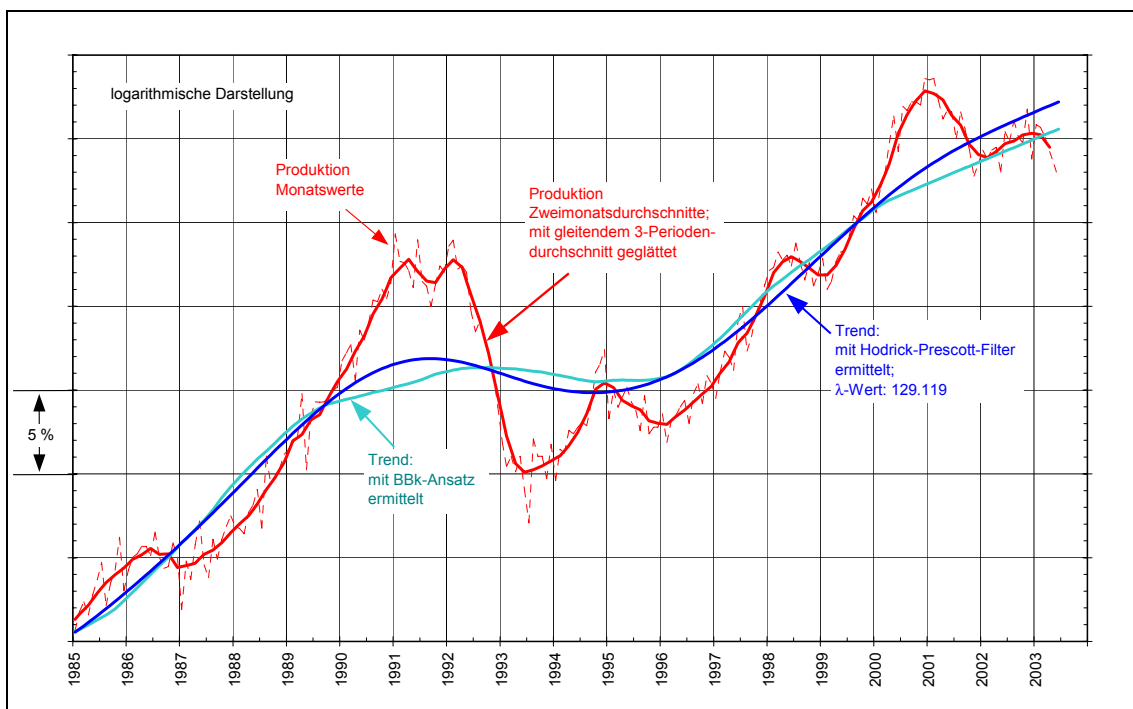
skizziert, inwiefern sich die Ergebnisse für die deutsche Industrieproduktion auf andere Konjunkturindikatoren – wie die Auftragseingänge und den Außenhandel – übertragen lassen.

7.2.1 Vergleich des Hodrick-Prescott-Filters mit dem Bundesbank-Ansatz

Wie bereits im Abschnitt 1 erwähnt, veröffentlicht die Bundesbank (BBk) im Statistischen Beiheft Reihe 4, Teil „IV. Trendbereinigte Indikatoren: 2. Industriekonjunktur – Produktion, Beschäftigung, Kosten“, den graphischen Verlauf der saisonbereinigten, geglätteten Industrieproduktion sowie den mit dem Bundesbank-Ansatz ermittelten Trend.

Zu diesen Ergebnissen zeigt Schaubild 23a auch die Trendkurve der Industrieproduktion, die sich aus der Hodrick-Prescott-Filterung der saisonbereinigten Monatswerte mit einem λ -Wert von 129.119 ergibt. Dieses λ entspricht, wie in Abschnitt 4.4 dargestellt, einem „Quartals- λ “ von 1.600, wie es Hodrick und Prescott (HP) in ihrer Veröffentlichung 1980 vorgeschlagen haben.

Schaubild 23a: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, BBk- und HP-Trend

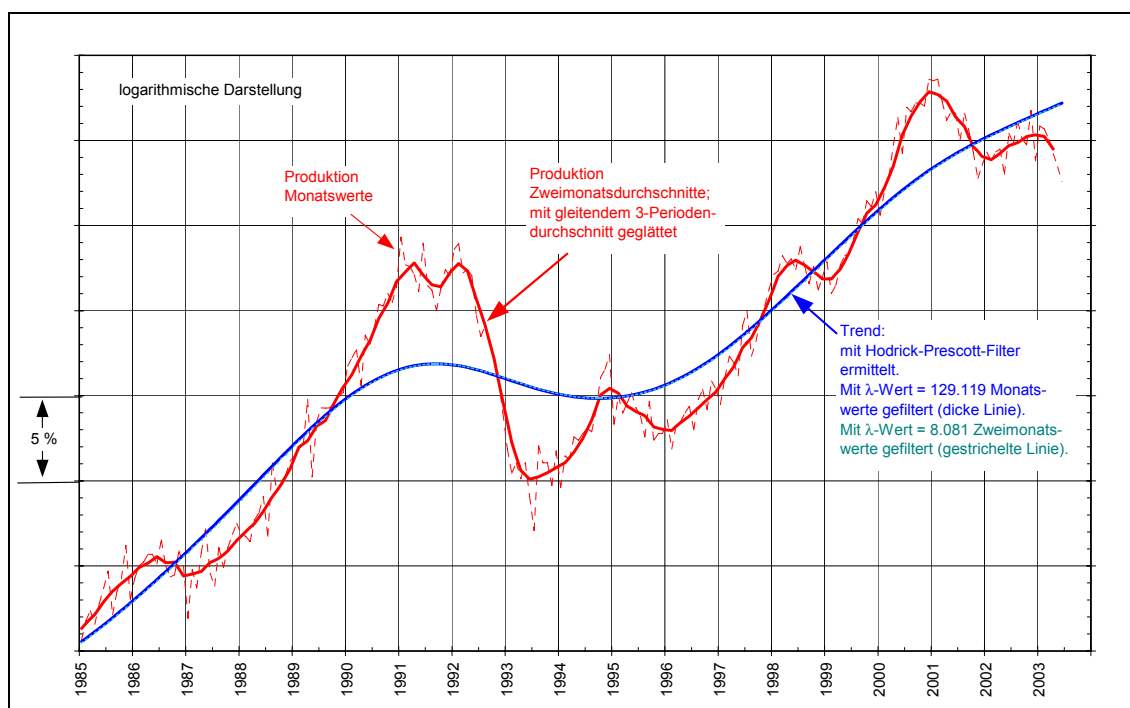


Die mit dem Bundesbank-Verfahren bzw. dem Hodrick-Prescott-Filter errechneten Trendkurven sind auf Grund der unterschiedlichen Berechnungsverfahren nicht deckungsgleich. Versucht man, die Bundesbank-Trend schätzung mittels des Hodrick-Prescott-Filters „nachzuzeichnen“, so liefert ein λ -Wert von 232.781 – dies entspricht einem Referenzzyklus von 11,5 Jahren – die beste Approximation. Denn die mit diesem λ berechneten Trendangaben besitzen die kleinste Standardabweichung zum Bundesbank-Trend. (Die Mittelwerte der durchschnittlichen Abweichung des Hodrick-Prescott-Trends vom Bundesbank-Trend sind für verschiedene λ -Werte annähernd gleich groß, siehe Tabelle 9.)

Tabelle 9: Abweichung des Hodrick-Prescott-Trends vom Trend des BBk-Ansatzes (in %)

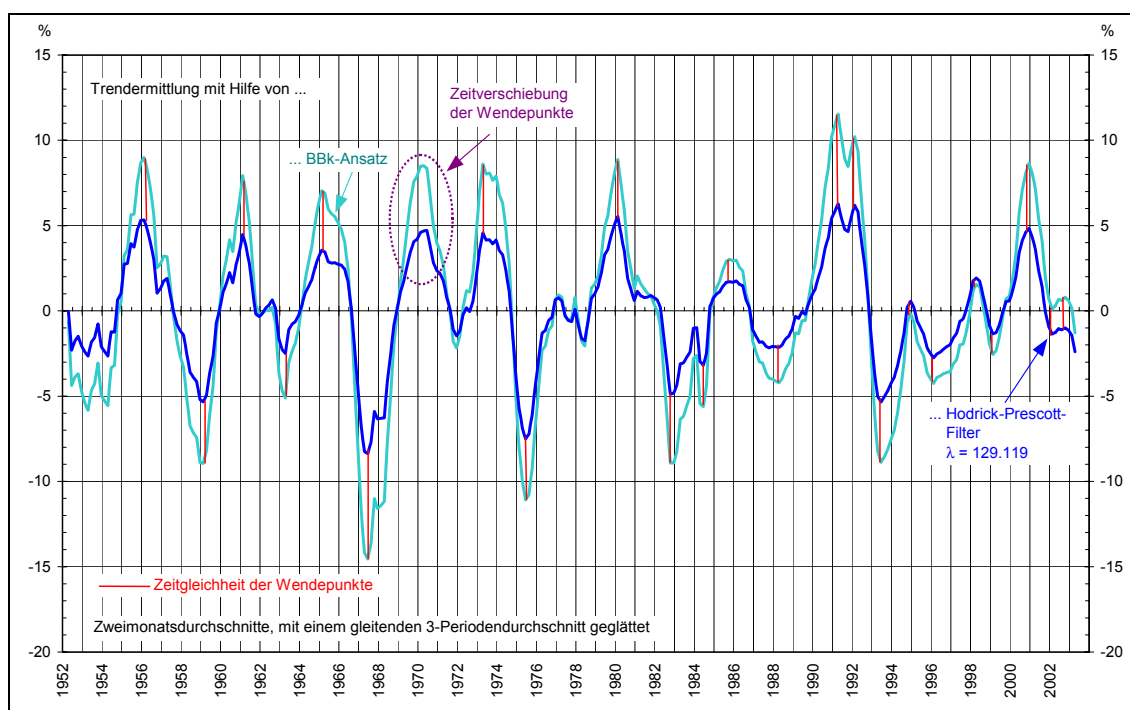
λ -Wert	54.535	129.119	196.474	232.781	275.974
Mittelwert $\varepsilon(x)$	$5,86 \cdot 10^{-3}$	$5,87 \cdot 10^{-3}$	$5,87 \cdot 10^{-3}$	$5,87 \cdot 10^{-3}$	$5,87 \cdot 10^{-3}$
Standardabweichung $\sigma(x)$	1,200	0,7920	0,6987	0,6902	0,6991

Schaubild 23b: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und HP-Trend



Das Bundesbank-Verfahren verwendet bei der Industrieproduktion Zweimonatsdurchschnitte als Ausgangswerte für die Trendschätzung. Dagegen macht es beim Hodrick-Prescott-Filter für den Verlauf der Trendkurve keinen Unterschied, ob als zu filternde Zeitreihe Monatswerte oder Zweimonatsdurchschnitte herangezogen werden, wenn die unterschiedliche Periodizität bei der Wahl des λ -Werts berücksichtigt wird; d.h. einem λ von 129.119 bei den Monatswerten entspricht ein λ von 8.081 bei Zweimonatsdurchschnitten (siehe Schaubild 23b).

Schaubild 24: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend

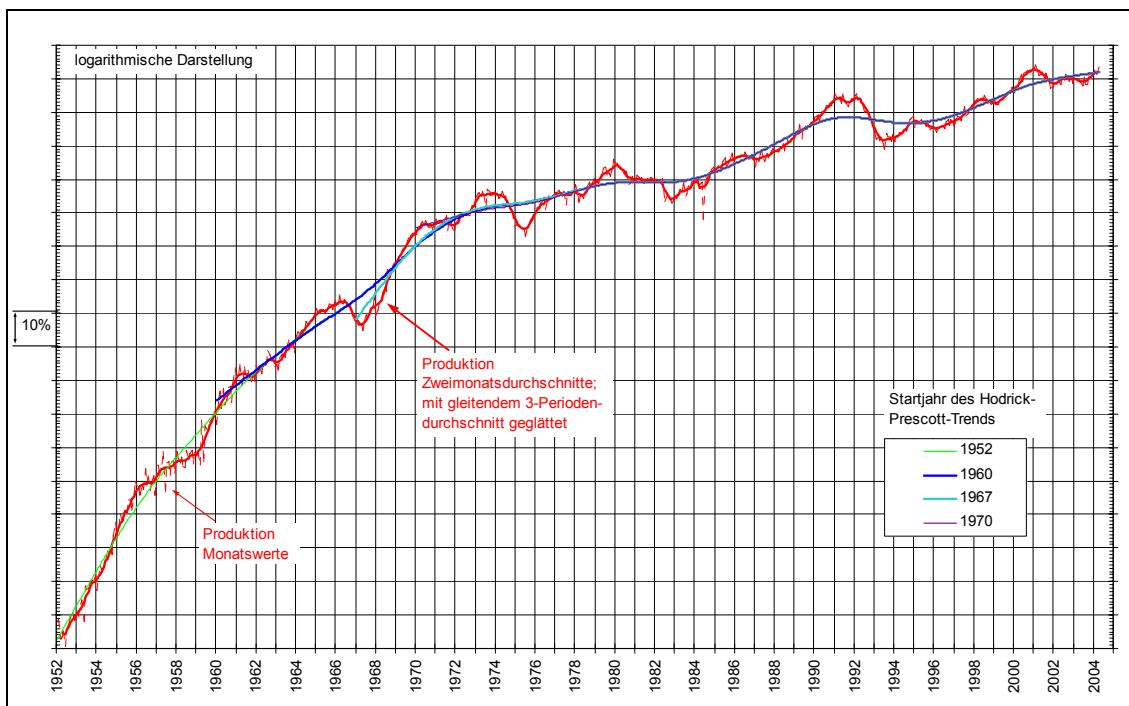


Die Wendepunkte der nach dem Bundesbank-Verfahren und dem Hodrick-Prescott-Filter ermittelten Wachstumszyklen, d.h. der Abweichung der saisonbereinigten Werte vom Trend, stimmen seit dem Reihenbeginn im Jahr 1952 exakt überein. Nur Anfang 1970 unterscheiden sich die Wendepunkte um zwei Monate (siehe Schaubild 24).

7.2.2 Auswirkung des Startjahrs auf den Trend

Nun soll untersucht werden, welche Auswirkungen die Wahl des Startjahres auf den Hodrick-Prescott-Trend hat. Dazu wird der Beginn der Filterung auf 1952, 1960, 1967 bzw. 1970 festgelegt. Der Glättungsparameter λ wird konstant gehalten und auf 129.119 festgelegt (siehe Schaubild 25).

Schaubild 25: Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$): Saisonbereinigte Industrieproduktion – Auswirkung des Startjahrs auf den Trend

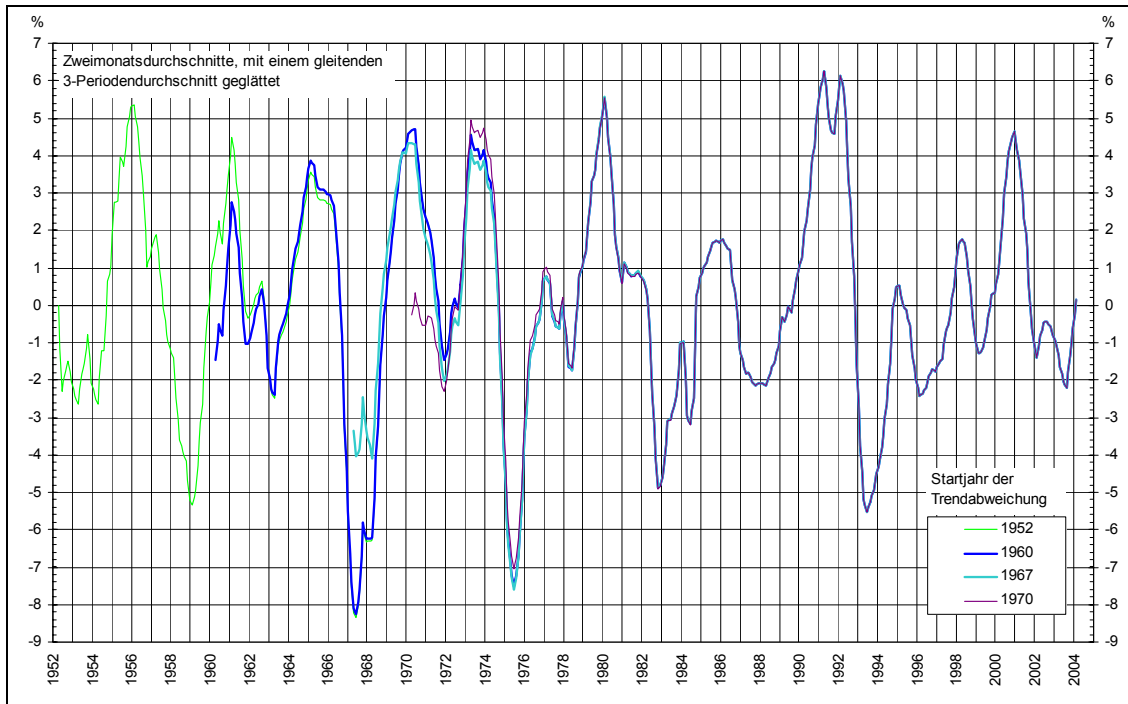


Der Hodrick-Prescott-Trend beginnt bzw. endet sehr nah an der zu filternden Zeitreihe. Dabei weichen die später beginnenden Trendverläufe zunächst vom 1952 startenden Trend ab, um dann nach ungefähr $2 \frac{1}{2}$ Jahren auf die lange Trendkurve einzuschwenken. Am Reihenende weisen alle Trends – unabhängig vom Startzeitpunkt – einen identischen Verlauf auf (siehe Schaubild 25).

Dieses Ergebnis zeigt sich auch in den prozentualen Abweichungen der saisonbereinigten Werte vom Trend (siehe Schaubild 26): Hier zeigen später beginnende Trendverläufe zunächst betragsmäßig zu geringe prozentuale Trendabweichungen. Rund $2 \frac{1}{2}$ Jahre nach dem Start weisen die später beginnenden Trendabweichungen die gleichen

Werte auf wie die ab einem früheren Zeitpunkt berechneten. Am Reihende stimmen – unabhängig vom Startjahr – alle Trendabweichungen überein.

Schaubild 26: Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$): Saisonbereinigte Industrieproduktion – Auswirkung des Startjahrs auf die Trendabweichung



7.2.3 Auswirkungen unterschiedlicher λ -Werte auf den Trendverlauf und die Trendabweichungen der Industrieproduktion

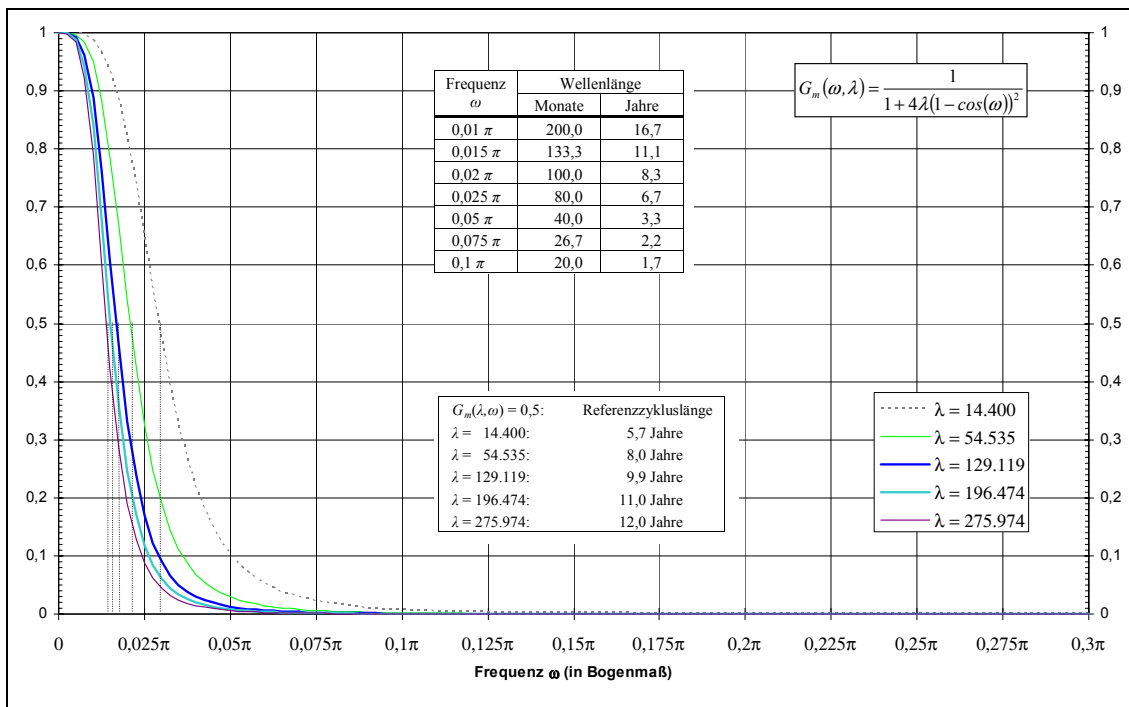
Um zu untersuchen, wie klar sich konjunkturelle Bewegungen vom Trend trennen lassen, werden verschiedene λ -Werte auf die saisonbereinigten, logarithmierten Monatsreihen bezogen:

- **$\lambda = 14.400$** : Dieses λ ist ein nicht selten gewählter Wert für die Filterung von Monatsreihen (siehe Tabelle 4 in Abschnitt 4.4). Allerdings beträgt die Zeitlänge seines Referenzzyklus nur 5,7 Jahre und liegt damit nach internationalem Verständnis im Bereich des Konjunkturzyklus. Als Referenzzyklus wird dabei diejenige Wellenlänge definiert, deren Schwingungen der Filter noch zu 50 % eliminiert (siehe Abschnitt 4.4).
- **$\lambda = 54.535$** : Dies entspricht einer Referenzwellenlänge von 8,0 Jahren. Da nach der Definition von Baxter und King ein Konjunkturzyklus maximal 8 Jahre (32

Quartale) dauert, stellt dieses λ eine Art „Untergrenze“ für die Trendschätzung dar.

- **$\lambda = 129.119$** : Dieses λ ist der zum „Quartals- λ “ $\lambda_q = 1.600$ korrespondierende Monatswert; seine Referenzwellenlänge beträgt 9,9 Jahre.
- **$\lambda = 196.474$** : Dieser λ -Wert entspricht dem weit verbreiteten „Jahres- λ “ von 10 mit einer Referenzwellenlänge von 11,0 Jahren (siehe Tabelle 4).
- **$\lambda = 275.974$** : Mit diesem λ -Wert kann aus einer Zeitreihe ein Trend mit einer Referenzlänge von 12,0 Jahren zur Hälfte herausgefiltert werden.

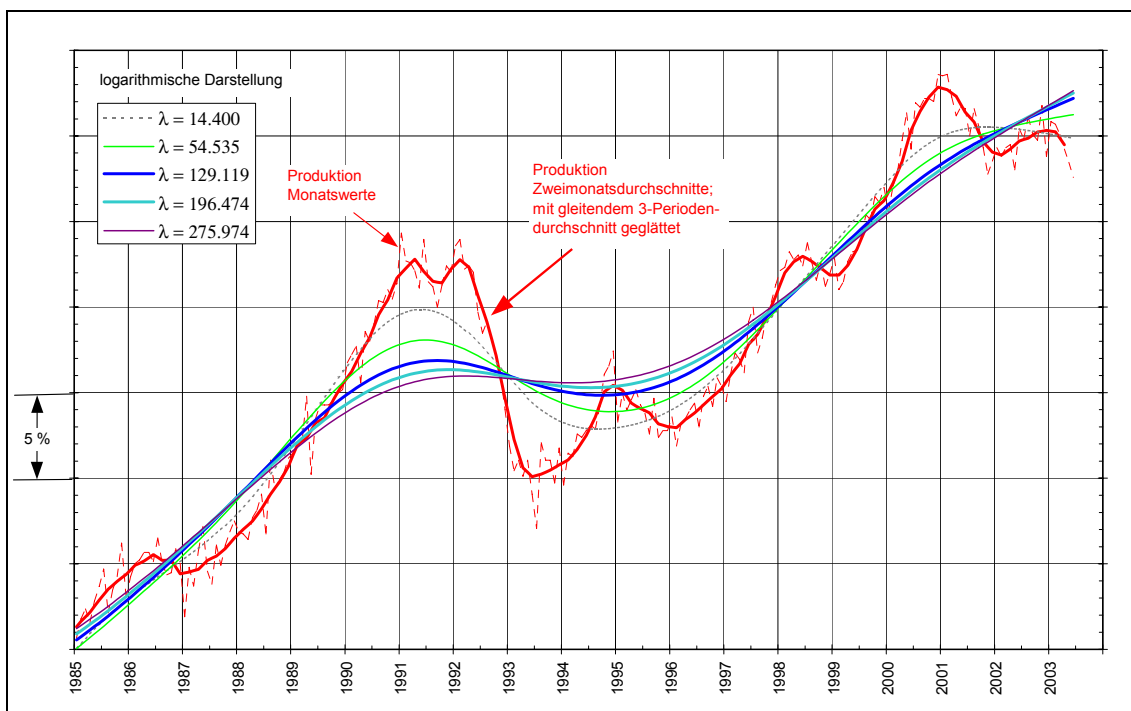
Schaubild 27: Hodrick-Prescott-Filter: Gainfunktion



Die Länge τ des Referenzzyklus lässt sich für jedes λ mit Hilfe der Gainfunktion unter Berücksichtigung von $G_m(\omega, \lambda) = 0,5$ als $\tau = 2\pi / \arccos(1 - 1/2\sqrt{\lambda})$ ermitteln (siehe Schaubild 27; für die mathematische Herleitung siehe Abschnitt 4.4). Ferner kann anhand der Gainfunktion abgelesen werden, mit welchem Anteil ein bestimmter λ -Wert Zyklen einer bestimmten Frequenz ω passieren lässt.

Bereits im Abschnitt 4.1 wurde erwähnt, dass die Glattheit des Trends vom gewählten λ -Wert und damit von der zu Grunde liegenden Wellenlänge τ des Referenzzyklus abhängt (siehe Schaubild 28): Je größer λ ist, desto ruhiger verläuft die Trendkurve. Daher haben bei einem höheren λ -Wert kürzerfristige Schwankungen einen geringeren Einfluss auf den Trendverlauf. Dies zeigt sich beim Vergleich des Trends für verschiedene λ -Werte. So zeichnet der „Trend“ bei $\lambda = 14.400$ die kürzeren Schwankungen im Produktionsindex mehr nach als beispielsweise der Trend für $\lambda = 54.535$ (entspricht einer Referenzwellenlänge von 8,0 Jahren).

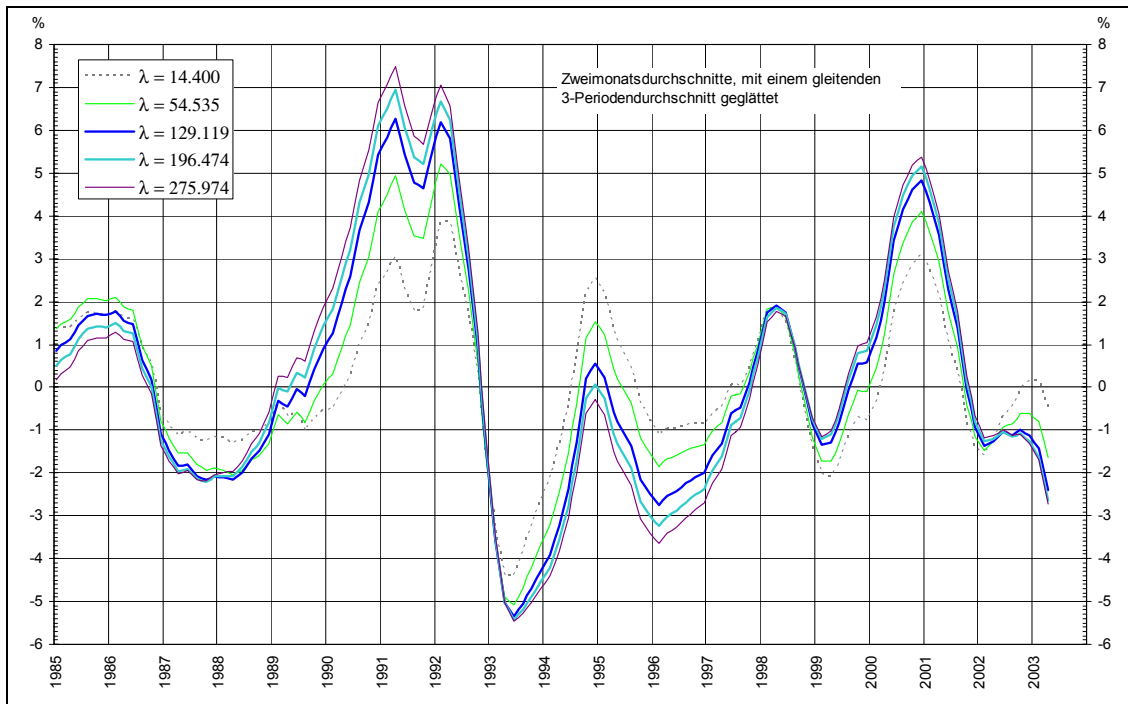
Schaubild 28: Hodrick-Prescott-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend



Wie Schaubild 29 zu entnehmen ist, treten Wendepunkte der Abweichungen vom Trend mit einem mindestens acht- und höchstens zwölfjährigen Referenzzyklus immer exakt zum selben Zeitpunkt auf. Somit sind sie innerhalb dieser Grenzen vom gewählten λ unabhängig. Das impliziert, dass in einer Zeitreihe wie der Industrieproduktion der Trend recht klar vom Konjunkturzyklus getrennt werden kann. Somit dürfte die Anwendung des Hodrick-Prescott-Filters auf die Industrieproduktion nicht zu Scheinzyklen (siehe Abschnitt 4.6) führen. Nur die Trendabweichung mit $\lambda = 14.400$ verläuft auf

Grund der höheren zyklischen Schwingungen des Trends nicht synchron zu den anderen Graphen: Ihre Wendepunkte unterscheiden sich im Vergleich zu den anderen oft um ein bis zwei Perioden.

Schaubild 29: Hodrick-Prescott-Filter: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



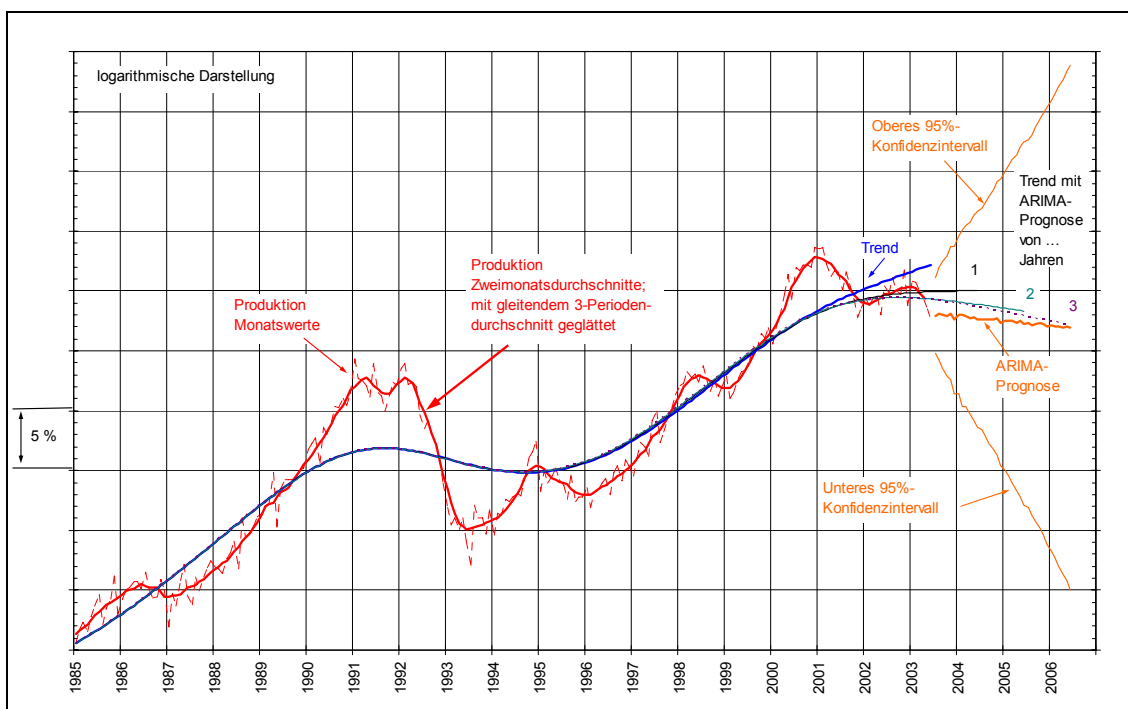
7.2.4 Trendermittlung am Zeitreihenende – Verlängerung mit ARIMA-Prognosen oder Verwendung asymmetrischer Filter?

Wie bereits in Abschnitt 4.7 beschrieben, lässt sich der Trend am Reihenende zum einen durch die Anwendung des asymmetrischen Hodrick-Prescott-Filters ermitteln, was allerdings zu einer Phasenverschiebung führen kann. Eine weitere Möglichkeit ist, die zu filternde Zeitreihe durch ARIMA-Prognosen in die Zukunft zu verlängern. Denn wie bereits in Abschnitt 4.7 erwähnt, haben ARIMA-Modelle aus theoretischer Sicht den Vorteil, optimale Vorausschätzungen zu liefern, wenn das „wahre“ Daten generierende Modell bekannt ist. Damit kann der Trendwert für den letzten beobachteten Wert noch mit Hilfe des symmetrischen (oder zumindest weniger asymmetrischen) Hodrick-Prescott-Filters geschätzt werden. Zwar wird hierdurch die Einseitigkeit des Hodrick-Prescott-Filters vermieden, aber freilich bilden auch ARIMA-Modelle ihre Prognosen nur auf Basis in der Vergangenheit festgestellter Muster, so dass der kombinierte

ARIMA-Hodrick-Prescott-Ansatz letztlich einseitig bleibt. Das Problem der Phasenverschiebung hat sich somit vom asymmetrischen Hodrick-Prescott-Filter auf die ARIMA-Prognose verlagert.

Im Folgenden werden diese beiden Möglichkeiten der Trendermittlung am Reihenende (ohne und mit ARIMA-Prognosen) anhand der Produktionszeitreihe näher untersucht.

Schaubild 30: Hodrick-Prescott-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, ARIMA-Prognosen und Trend ($\lambda = 129.119$)



Die Produktionsreihe, die im Juni 2003 endet, wurde mit ARIMA-Vorhersagen mit ein-, zwei- und dreijährigem Prognosehorizont in die Zukunft verlängert. (Da die Länge des Vorhersagezeitraums keinen Einfluss auf die ARIMA-Prognosewerte hat, sind nur die Werte des maximalen Prognosehorizonts in Schaubild 30 eingezeichnet worden.) Anschließend wurde sowohl auf die unverlängerte Zeitreihe als auch auf die drei mit den ARIMA-Prognosen verlängerten Reihen der Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$) angewandt. Dabei ist der Hodrick-Prescott-Filter zum jeweiligen – mit ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängerten – Reihenende hin freilich asymmetrisch.

Die vier Trendkurven verlaufen bis rund 2 ½ Jahre vor dem ursprünglichen Zeitreihenende (Juni 2003) kongruent, um sich dann in einzelne „Äste“ aufzuspalten. Dabei nähert sich der Trend umso mehr den ARIMA-Prognosewerten an, je mehr Prognosewerte in die Trendermittlung eingehen. Da die jüngsten Werte am Reihenende die Basis für die ARIMA-Prognosen bilden, kommt der Trend diesem Reihenende umso näher, je länger die ARIMA-Prognose in die Zukunft reicht.

Die Annäherung des Trends an die ARIMA-Prognose ist nicht unproblematisch, weil – wie Kaiser und Maravall gezeigt haben¹⁵² – der Hodrick-Prescott-Filter am Reihenende generell dazu neigt, die Amplitude der Trendabweichungen zunächst zu drücken. Andererseits fielen die Trendrevisionen bei mit ARIMA-Prognosen verlängerten Zeitreihen deutlich geringer aus als bei unverlängerten Reihen.

Auf Grund der Vielfalt der möglichen Trendverläufe am Reihenende stellt sich die Frage, welche dieser Alternativen verwendet werden sollte. Dabei fällt es schwer, eine pauschale Empfehlung zu Gunsten oder gegen die Verwendung von ARIMA-Prognosen zu geben: Zwar besitzen ARIMA-Modelle unter der Voraussetzung, dass das „wahre“ Daten generierende Modell bekannt ist, den Vorteil optimaler Ein-Schritt-Prognosen, in der Praxis ist diese Annahme aber nicht ohne Probleme. Insofern sollte die Plausibilität der ARIMA-Prognosewerte auch im Lichte zusätzlicher Informationen beurteilt werden.

Beispielsweise dürften schon jetzt bekannte zukünftige Änderungen der (wirtschaftlichen) Rahmenbedingungen (z.B. Steuerpolitik) die Erwartungen der Wirtschaftssubjekte beeinflussen und sich auf zukünftige Werte auswirken. So wurde nach dem Regierungswechsel Ende 1982 das langfristige Trendwachstum des deutschen Bruttoinlandsprodukts (siehe Schaubild 6) unter anderem deshalb positiv beeinflusst, weil die neue Regierung kurz nach Amtsübernahme zunächst umfassende Steuererleichterungen ankündigte und schließlich in drei Stufen 1986, 1988 und 1990 den Einkommensteuertarif grundlegend änderte.¹⁵³

¹⁵² vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 87 ff. und 117 ff.

¹⁵³ vgl. Bundesministerium der Finanzen, 2000, S. 44 – 49.

Ferner sollten die rein zeitreihenanalytisch abgeleiteten Vorhersagen nicht im klaren Widerspruch zu breiter fundierten Prognosen beispielsweise der Forschungsinstitute oder internationaler Organisationen (wie IWF, OECD, EU-Kommission) stehen.

Auch gilt es, eine Zeitreihe und ihren Trend nie völlig isoliert zu betrachten, sondern immer im Zusammenhang mit anderen Zeitreihen. Zwischen einigen Zeitreihen sind sogar enge Korrelationen vorhanden. Ein typisches Beispiel hierfür sind der Auftragseingang und die Produktion in der Industrie. Denn nach einem Anstieg des Auftragseingangs wird erfahrungsgemäß mit einer gewissen Zeitverzögerung auch die Produktion ausgedehnt.

Diese zusätzlichen Informationen engen den Ermessensspielraum bei der Bestimmung des Trendverlaufs am Reihenende (ARIMA-Modellbestimmung, Parameterschätzung, Wahl der Basis für die Prognose, λ -Wert des Hodrick-Prescott-Filters) ein.

Auf Grund der vielfältigen Möglichkeiten sollte ein hohes Maß an Transparenz im Hinblick auf die gewählten Parameter gewährleistet sein, damit eine Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse gewährleistet ist.

7.2.5 Revisionen der Trendwerte

Kaiser und Maravall untersuchten anhand von vier, 1970 beginnenden spanischen Quartalszeitreihen, nach welchem Zeitraum sich die geschätzten Trendwerte praktisch nicht mehr verändern, wenn am Zeitreihenende ein neuer Wert zugefügt wird. Sie kamen schließlich zu dem Ergebnis, dass innerhalb von neun Quartalen 95 % der Revisionen stattgefunden hätten und danach die ermittelten Trendwerte weitgehend stabil seien.¹⁵⁴

An diesem Punkt sei nochmals auf die Filtergewichte w_j des symmetrischen Hodrick-Prescott-Filters hingewiesen (siehe Abschnitt 4.2 und Schaubild 9). Werden der ursprünglich zum Zeitpunkt t endenden zu filternden Quartalszeitreihe jedes Vierteljahr neu auftretende Werte hinzugefügt, so gehen zum Zeitpunkt $t+10$, d.h. nach 2 ½ Jahren, Werte mit einem Gesamtgewicht von gut 95 % in die Berechnung des Trendwerts g_t ein (wenn man die weiter entfernten geringen negativen Gewichte vernachlässigt).

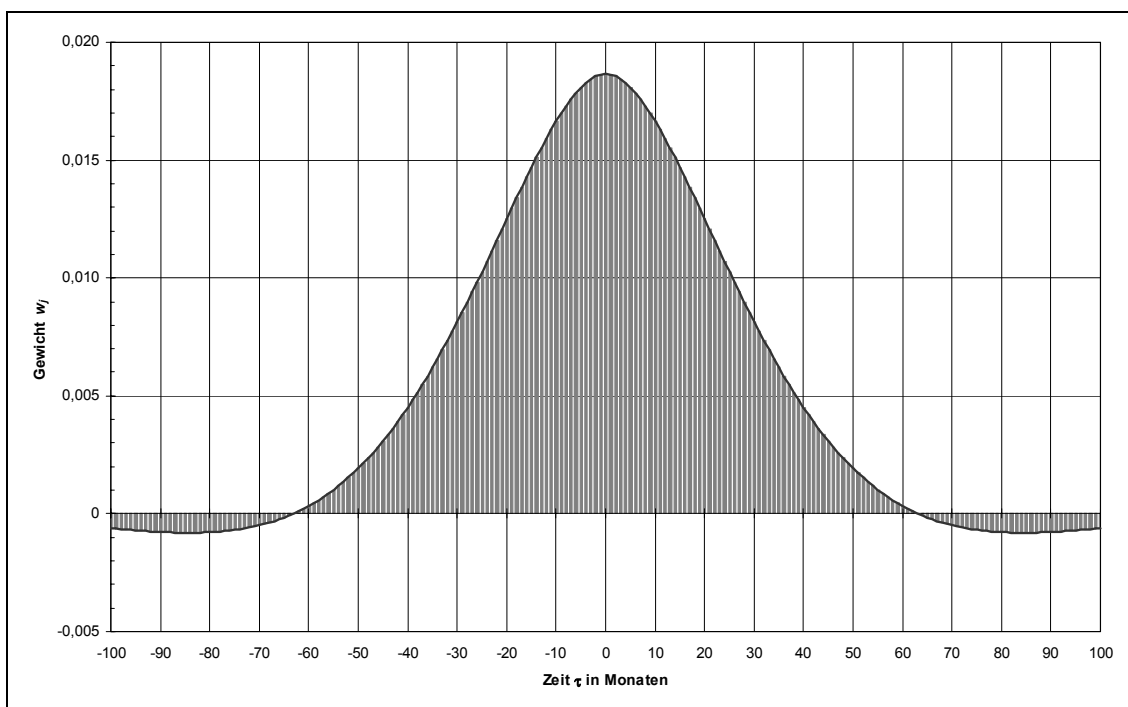
¹⁵⁴ vgl. Kaiser/Maravall, 2001, S. 91.

sigt). Diese theoretische Feststellung stimmt mit dem empirischen Ergebnis von Kaiser und Maravall überein.

Die Resultate lassen sich auf Monatsreihen übertragen. Betrachtet man die Gewichte w_j des (symmetrischen) Hodrick-Prescott-Filters für monatliche Angaben ($\lambda = 129.119$), so stehen (wieder unter Vernachlässigung der negativen Gewichte) für die Berechnung des Trendwerts g_t in $t+30$ Werte mit einem Gesamtgewicht von fast 95 % zur Verfügung (siehe Schaubild 31).

Mit der obigen Feststellung kann somit die „Abspaltung“ der auf der Grundlage von ARIMA-Prognosen ermittelten Trendkurven vom „normalen“ Trendverlauf 2 ½ Jahre vor Zeitreihenende in Schaubild 30 erklärt werden.

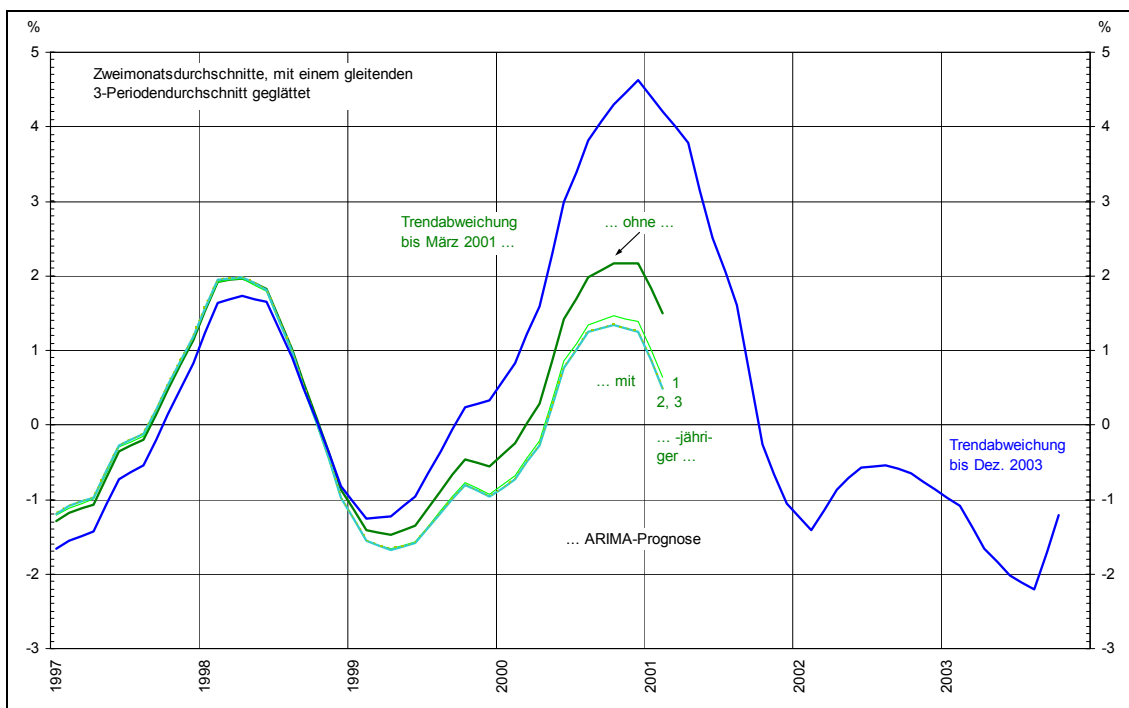
Schaubild 31: Gewichte w_j des Hodrick-Prescott-Filters ($\lambda = 129.119$) im Zeitbereich



7.2.6 Zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung

Im Folgenden soll anhand des Beispiels der Industrieproduktion empirisch untersucht werden, wie stark sich die Unsicherheit bei der Trendermittlung zum Zeitreihende hin auf die Bestimmung der konjunkturellen Wendepunkte auswirkt. Dabei wird für die nachstehenden Ausführungen vereinfachend unterstellt, dass sowohl die Ursprungswerte als auch die saisonbereinigten Werte keinen Revisionen unterliegen.

Schaubild 32a: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



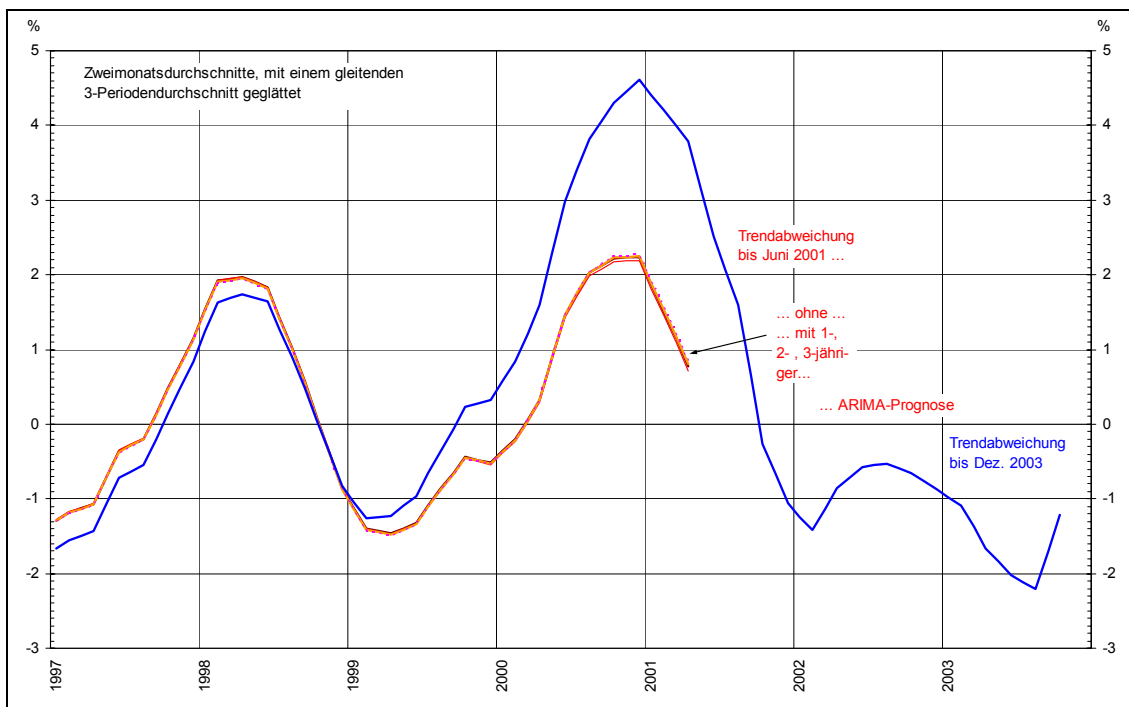
Beispielhaft wird die zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung am Umkehrpunkt Ende 2000 gezeigt. Die Produktionsreihe, die im März 2001 – also drei Monate nach dem Wendepunkt – endet, wurde mit ein-, zwei- und dreijährigen ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert und anschließend mit dem Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$) gefiltert (siehe Schaubild 32a). Nach Schätzung des Trendverlaufs werden die prozentualen Abweichungen der saisonbereinigten Werte vom jeweiligen Trend – entsprechend dem bisherigen Vorgehen der Bundesbank – als Zweimonatsdurchschnitte berechnet, die zum weiteren tendenziellen Ausgleich von Zufallsschwankungen mit einem gleitenden Dreiperiodendurchschnitt geglättet werden. Zu Vergleichszwe-

cken wurde in dieses Schaubild zusätzlich der Verlauf der Trendabweichung bis Dezember 2003 eingezeichnet.

Die im März 2001 endenden Trendabweichungen weisen in der zweiten Jahreshälfte 2000 einen signifikanten Wendepunkt auf. Allerdings stimmt dieser noch nicht mit dem endgültigen überein. Vielmehr zeigen die vorläufigen Resultate den Wendepunkt zwei Monate früher an als die finalen.

Dies ändert sich, sobald neue Werte auftreten (siehe Schaubild 32b): Endet die zu filternde Reihe im Juni 2001, so zeigen die Kurven bereits das endgültige relative Maximum Ende 2000. Dabei ist es für die Lage des Wendepunkts unerheblich, ob für die Trendermittlung die zu Grunde liegende, im Juni 2001 endende Zeitreihe mit ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert wurde oder nicht.

Schaubild 32b: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



Während also ein halbes Jahr vor Zeitreihenende die zeitliche Lage des Wendepunkts recht stabil ist, gibt zu diesem Zeitpunkt die prozentuale Trendabweichung nur sehr grob das Ausmaß der Abweichung an (siehe Schaubilder 32a und 32b). Sowohl bei der im März 2001 als auch bei der im Juni 2001 endenden Reihe signalisiert die Trend-

abweichung, dass die saisonbereinigte Reihe beim Wendepunkt Ende 2000 oberhalb des Trends verläuft und ein relatives Maximum vorliegt. Betragsmäßig weicht jedoch die zu diesem Zeitpunkt ermittelte Trendabweichung von der endgültigen ab. Gleichwohl liegt die bis Juni 2001 reichende Trendabweichung überwiegend näher am endgültigen Wert als die nur bis März 2001 reichende.

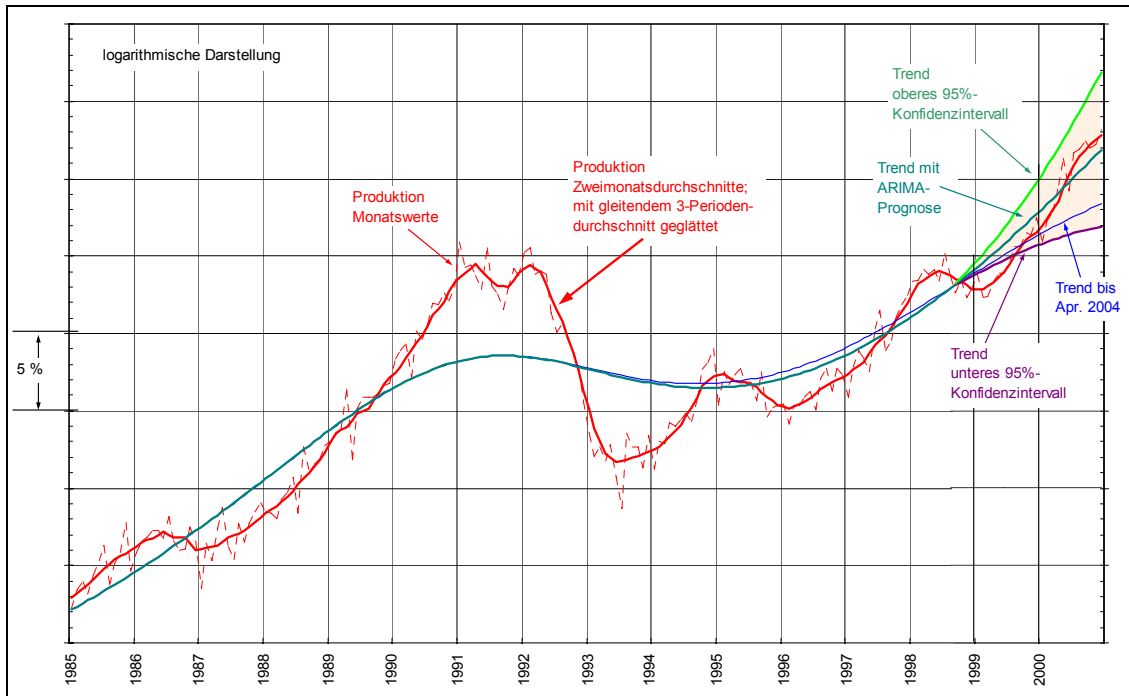
Die oben beschriebenen Ergebnisse haben sich bei der Untersuchung von anderen Wendepunkten (wie bei denen Anfang 1999 und Anfang 2002) bestätigt.

7.2.7 Quantifizierung der Trendunsicherheit am Reihenende

Der Hodrick-Prescott-Filter tendiert dazu, am Reihenende den Trendverlauf relativ nah an die saisonbereinigte Reihe anzupassen. Einerseits kann diese Anpassung zur Folge haben, dass die Höhe der Trendabweichung am Reihenende unterschätzt wird. Andererseits kann der geschätzte Trend mit dieser Anpassungsfähigkeit schnell auf Trendänderungen am Reihenende der zu filternden Reihe reagieren. Problematisch wird seine schnelle Anpassung aber dann, wenn die Änderung in der zu filternden Reihe nur eine vorübergehende Störung ist.

Eine Möglichkeit, die Unsicherheit im Trendverlauf am Reihenende zu quantifizieren, soll mit Hilfe von Schaubild 33 gezeigt werden. Dazu wurde die Produktionsreihe, die im Dezember 2000 endet, mit einer dreijährigen ARIMA-Prognose in die Zukunft verlängert und anschließend mit dem Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$) gefiltert. Das zugehörige Konfidenzintervall gibt die Grenze an, innerhalb derer sich die Prognose mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % befindet. Hierzu wurde die Produktionsreihe mit der oberen bzw. unteren Grenze des Konfidenzintervalls in die Zukunft verlängert und mit dem Hodrick-Prescott-Filter ($\lambda = 129.119$) gefiltert. Zu Vergleichszwecken ist der Hodrick-Prescott-Trend eingezeichnet worden, der sich bei der Filterung der im April 2004 endenden Industrieproduktionsreihe ergibt.

Schaubild 33: Hodrick-Prescott-Filter: Prognoseunsicherheit bei der Verwendung von ARIMA-Prognosen



Die drei Trendkurven fächern sich rund 2 ½ Jahre vor dem ursprünglichen Zeitreihenende (Dezember 2000) auf. Dabei wird sehr deutlich, wie groß die Unsicherheit der Trendschätzung am Reihenende ist (markierte Fläche).

Der Ausweis eines solchen Unsicherheitsintervalls wäre eine Möglichkeit, dem Statistiknutzer die Vorläufigkeit der Trendkurve in den letzten 2 ½ Jahren vor Zeitreihenende vor Augen zu führen. Zudem würde man signalisieren, dass man die Trendabweichungen kurz vor Reihenende mit angemessener Vorsicht zu interpretieren hat.

Vorsicht ist auch noch aus anderen Gründen geboten: So unterliegen sowohl die Ursprungswerte als auch die saisonbereinigten Werte einer Zeitreihe besonders im Bereich des Zeitreihenendes größeren Revisionen (z.B. der so genannten Jahreskorrektur), die sich auch auf den Trendverlauf und vor allem die Trendabweichungen auswirken können. Diesen Sachverhalt berücksichtigt beispielsweise das Business Cycle Dating

Committee des NBER bei der Bestimmung der Wendepunkte der US-Konjunktur, die es teilweise mit einer Zeitverzögerung von bis zu 1 ½ Jahren festlegt.¹⁵⁵

7.2.8 Trendverlauf und Trendabweichung bei anderen Konjunkturindikatoren

In den folgenden Schaubildern werden für den Auftragseingang in der Industrie, für die Investitionskonjunktur (Auftragseingang und Produktion) sowie für den Außenhandel die mit dem Hodrick-Prescott-Filter ermittelten Trends (ohne ARIMA-Prognosen) sowie die dazugehörigen Trendabweichungen gezeigt. Zusätzlich wurden in diesen Schaubildern die ab 1952 mit dem bisherigen Trendberechnungsverfahren der Bundesbank ermittelten Trendverläufe und Trendabweichungen eingezeichnet.

Das Ergebnis vorweg: Die für die Industrieproduktion gefundene Eigenschaft, dass unterschiedliche Trendschätzungen zwar die Höhe der Trendabweichungen, aber nicht die zeitliche Lage der Wendepunkte beeinflussen, lässt sich auch auf andere Konjunkturindikatoren für Deutschland übertragen.

¹⁵⁵ National Bureau of Economic Research, Business Cycle Dating Committee, 2003, S. 6ff. sowie „<http://www.nber.org/cycles/cyclesmain.html>“.

7.2.8.1 Auftragseingang in der Industrie (Volumen)

- Auftragseingang insgesamt

Schaubild 34a: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

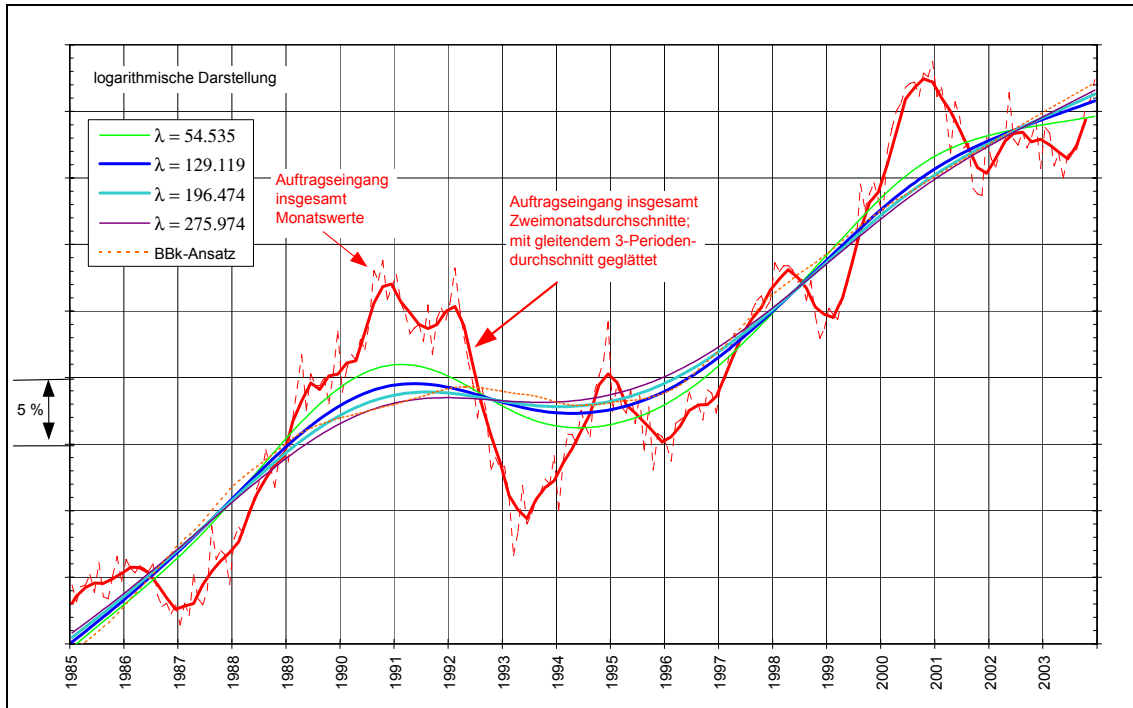
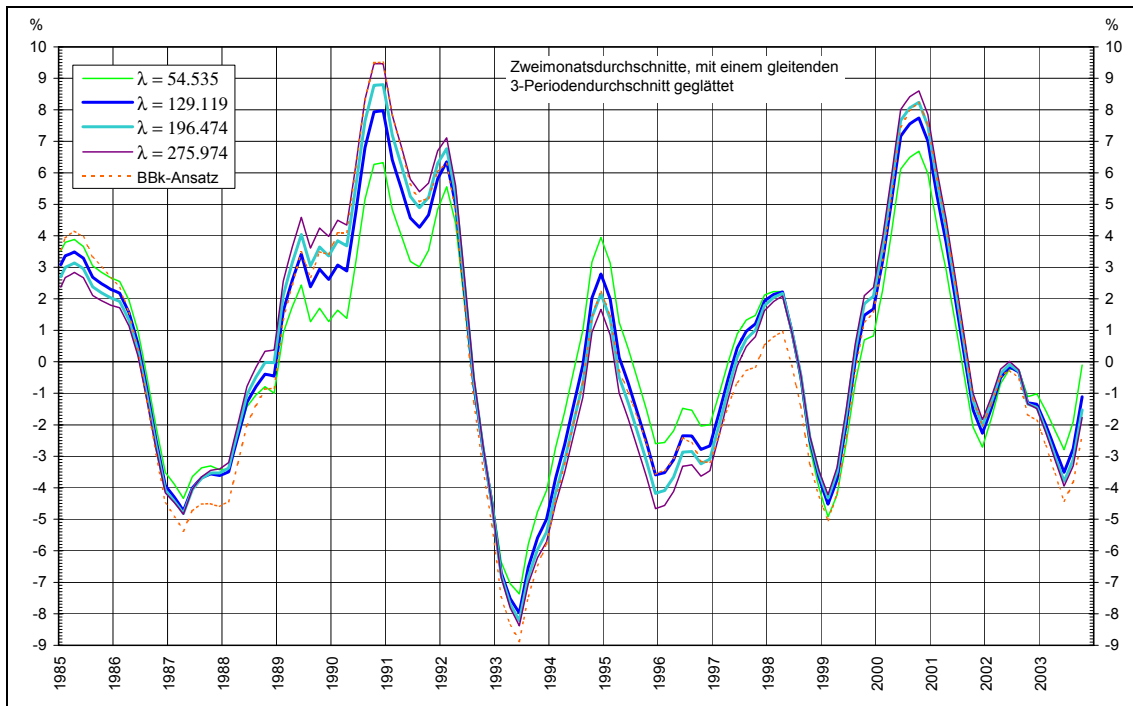


Schaubild 34b: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



- Auftragseingang aus dem Inland

Schaubild 34c: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

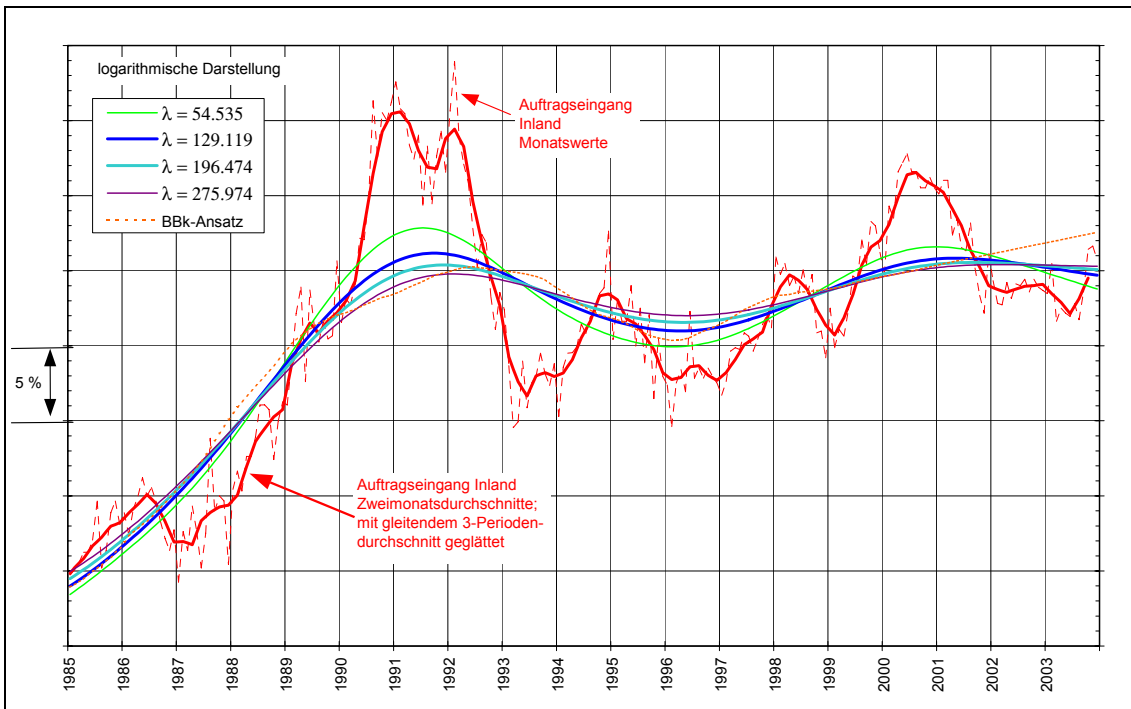
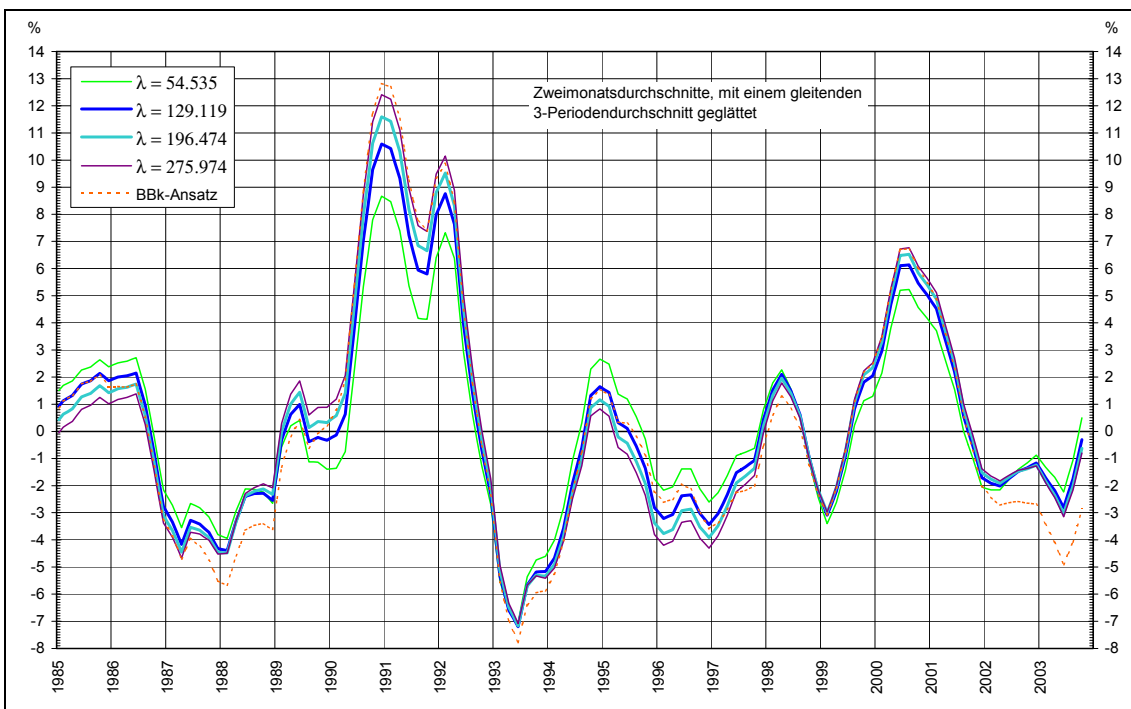


Schaubild 34d: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



- Auftragseingang aus dem Ausland

Schaubild 34e: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

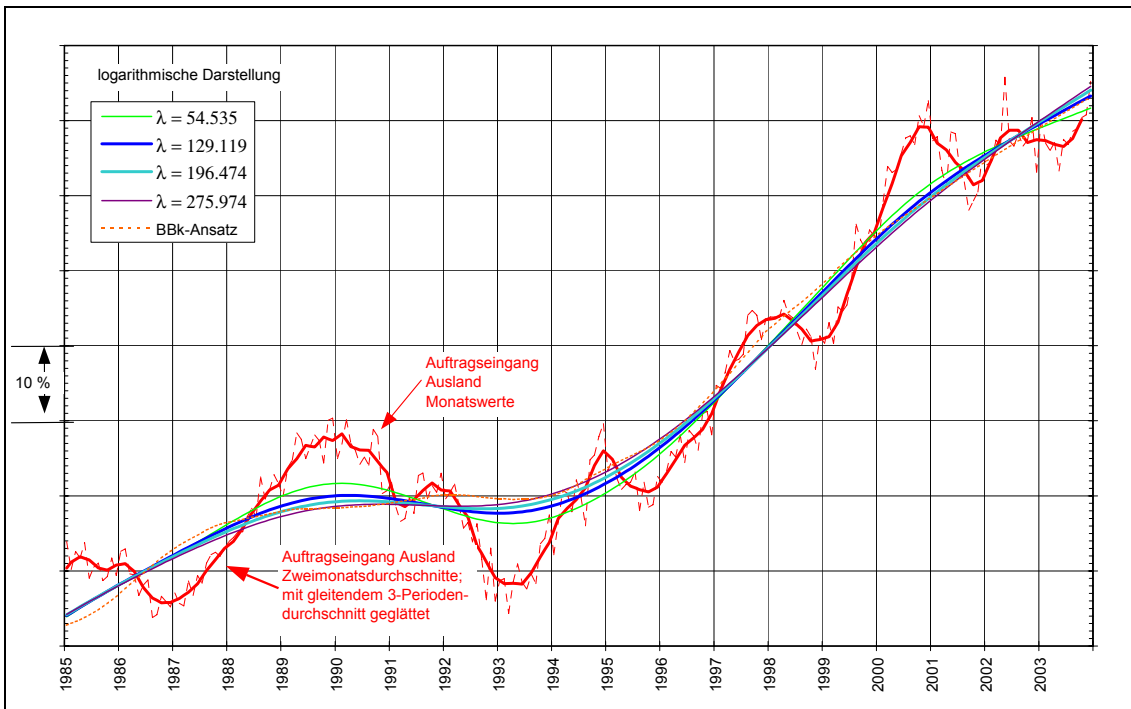
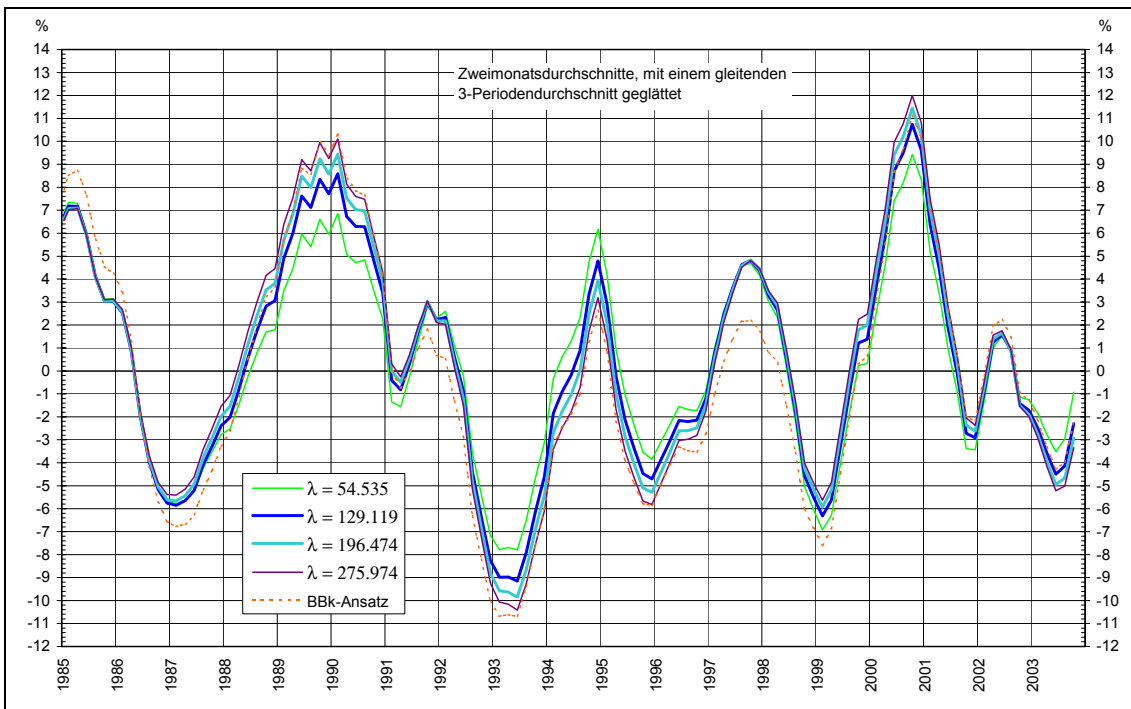


Schaubild 34f: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



7.2.8.2 Investitionskunktur

- Auftragseingang Investitionsgüterindustrie aus dem Inland (Volumen)

Schaubild 35a: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

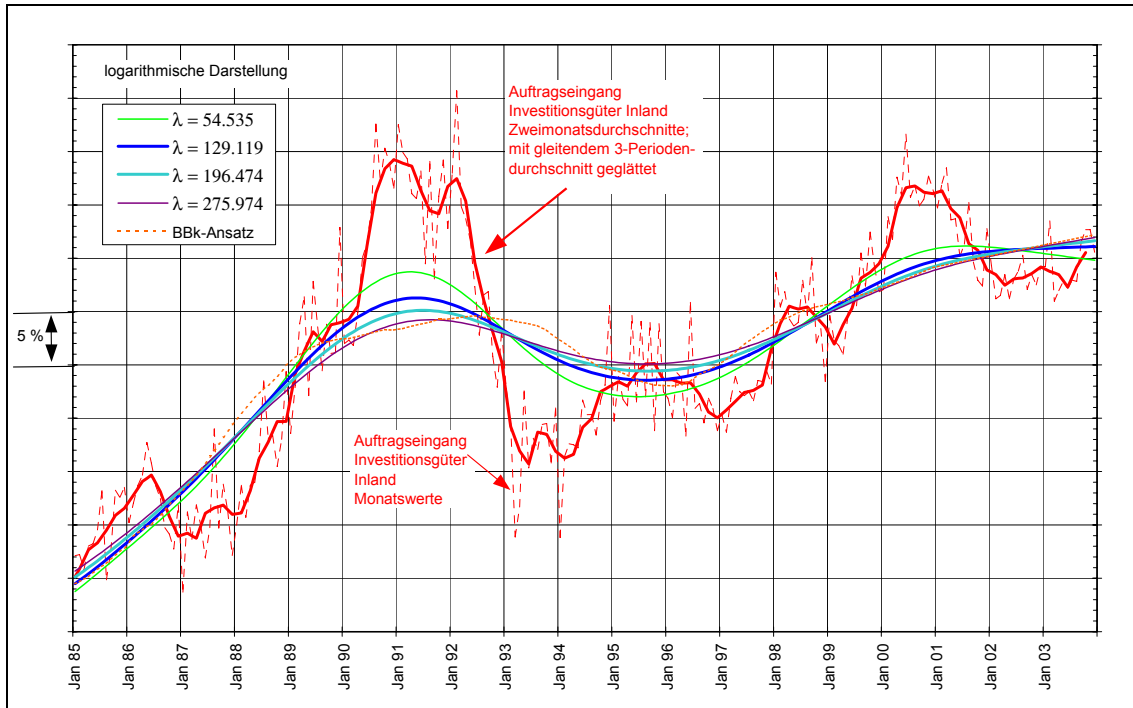
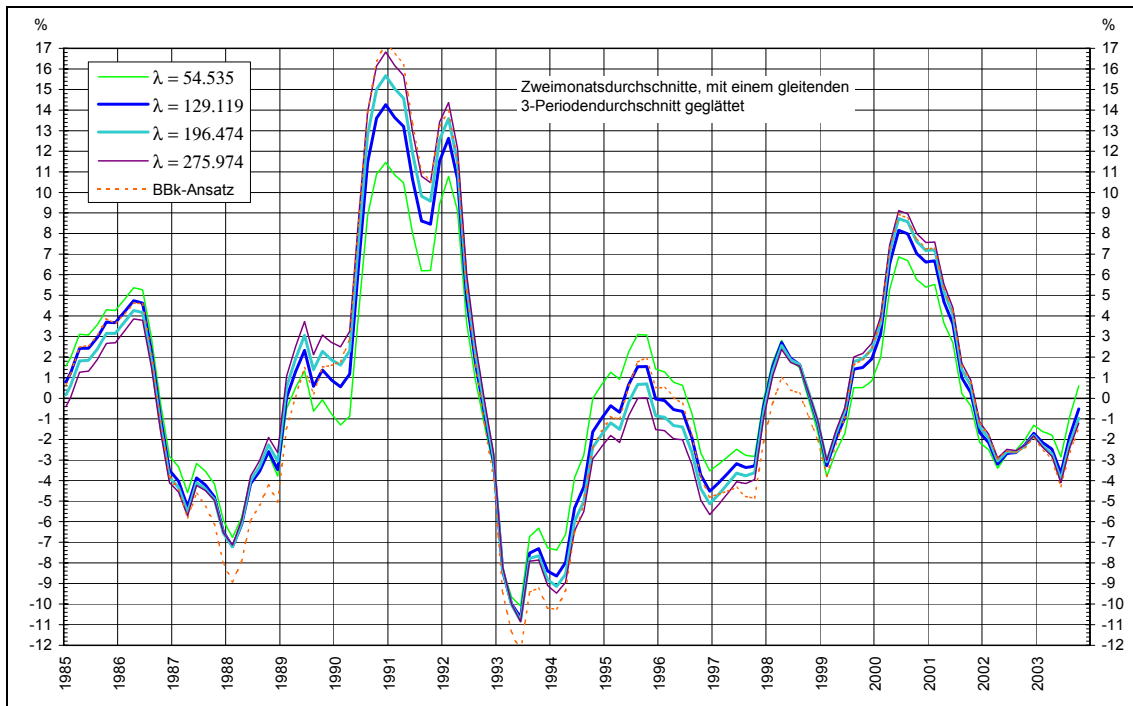


Schaubild 35b: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



- **Produktion Investitionsgüterindustrie**

Schaubild 35c: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

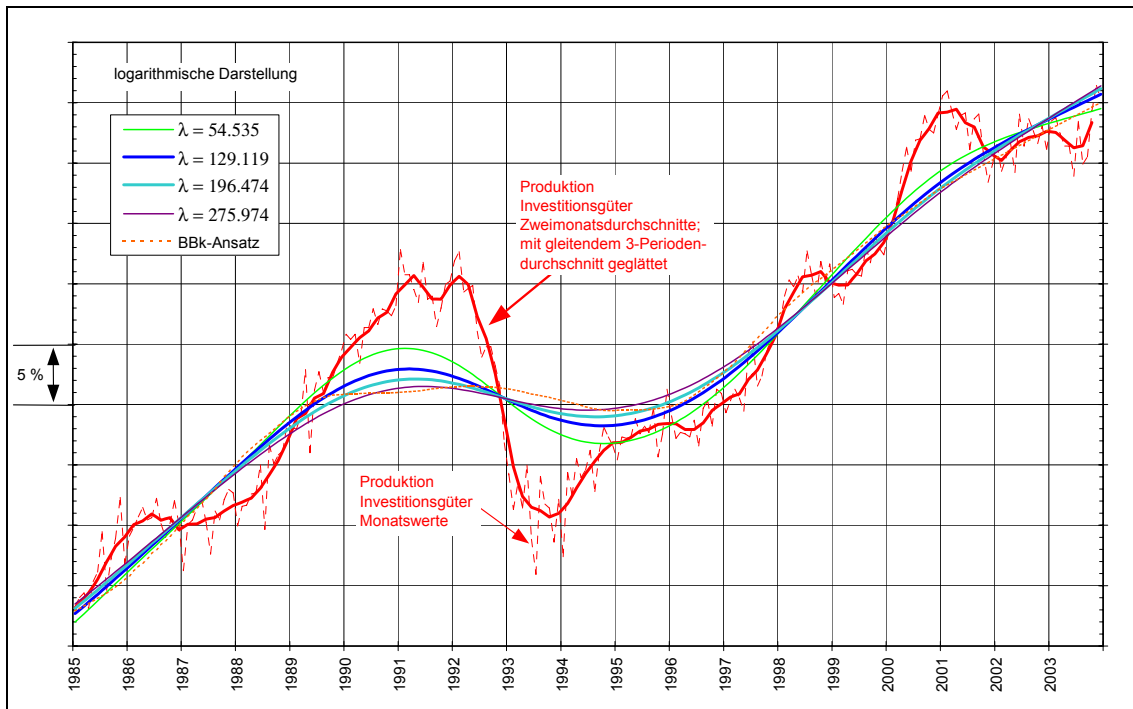
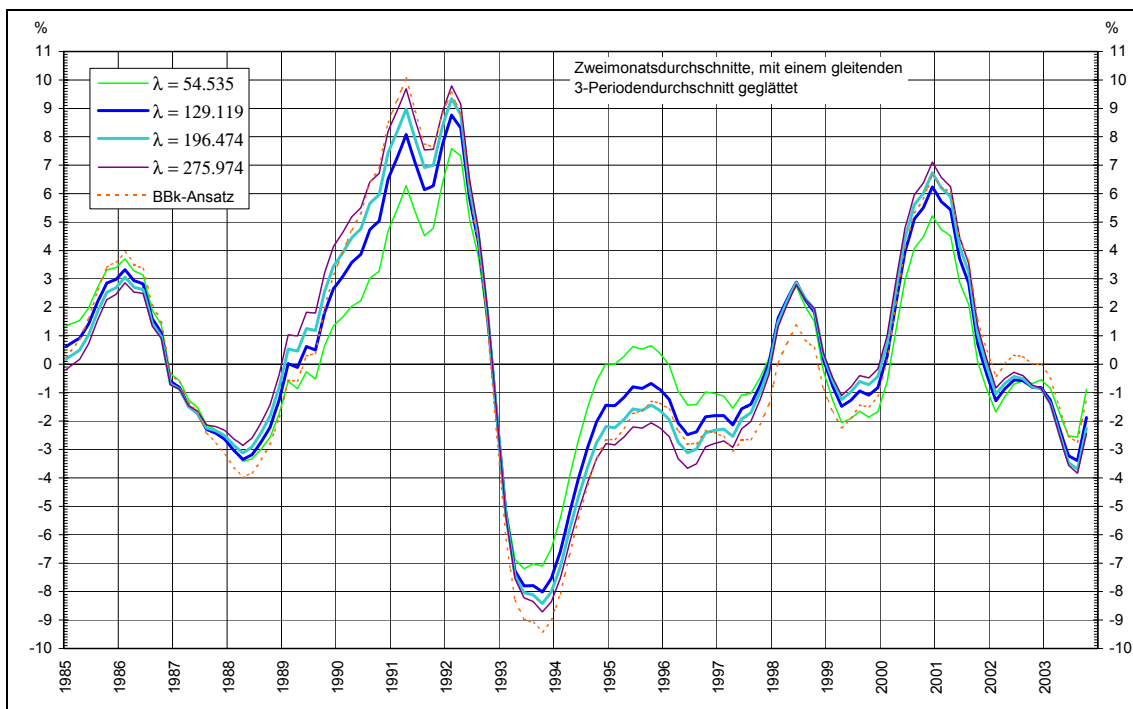


Schaubild 35d: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



7.2.8.3 Außenhandel

- **Ausfuhr (Volumen)**

Schaubild 36a: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

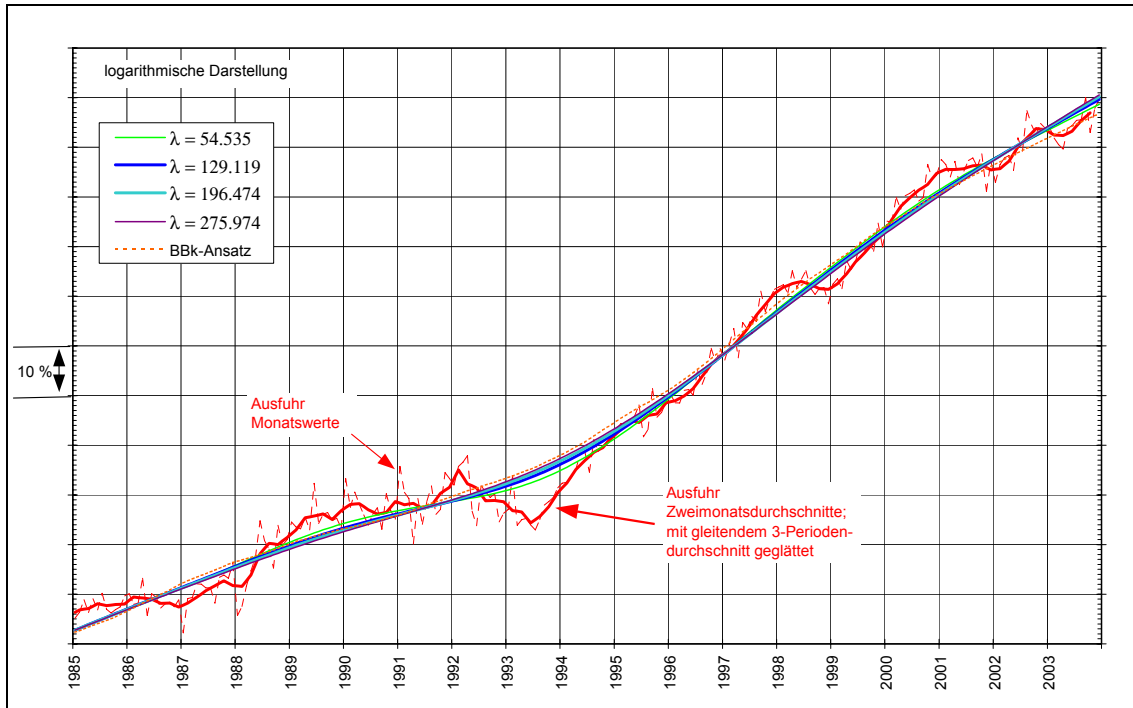
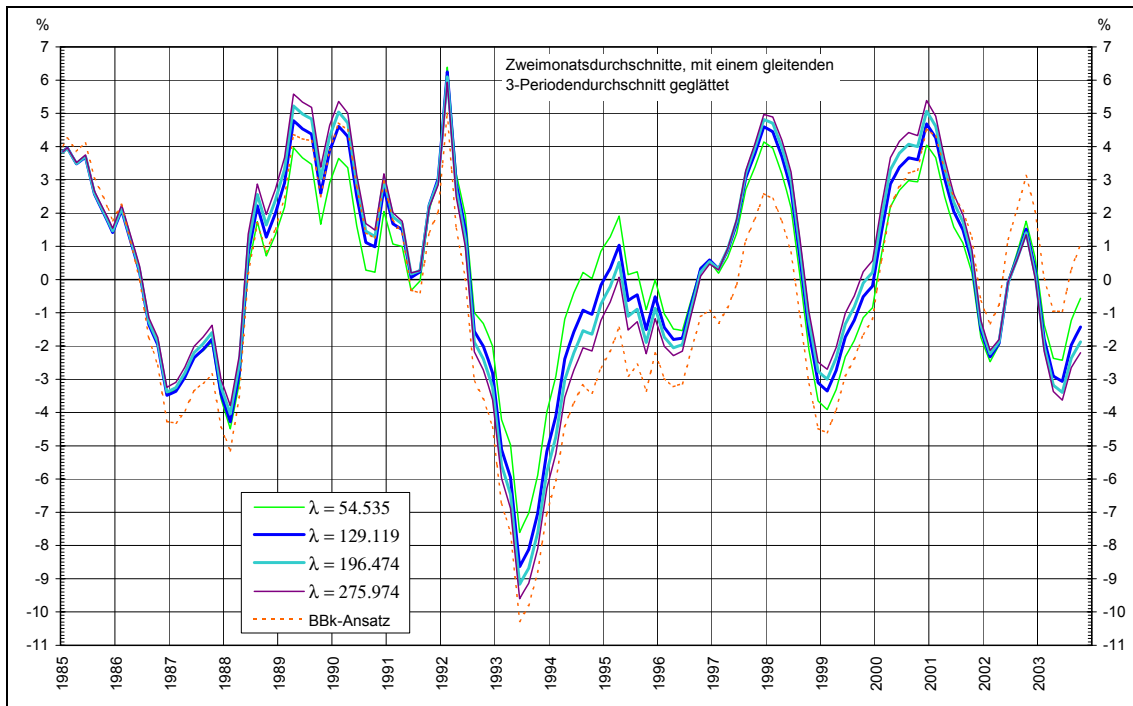


Schaubild 36b: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



- **Einfuhr (Volumen)**

Schaubild 36c: Hodrick-Prescott-Filter: Saisonbereinigte Werte und Trend

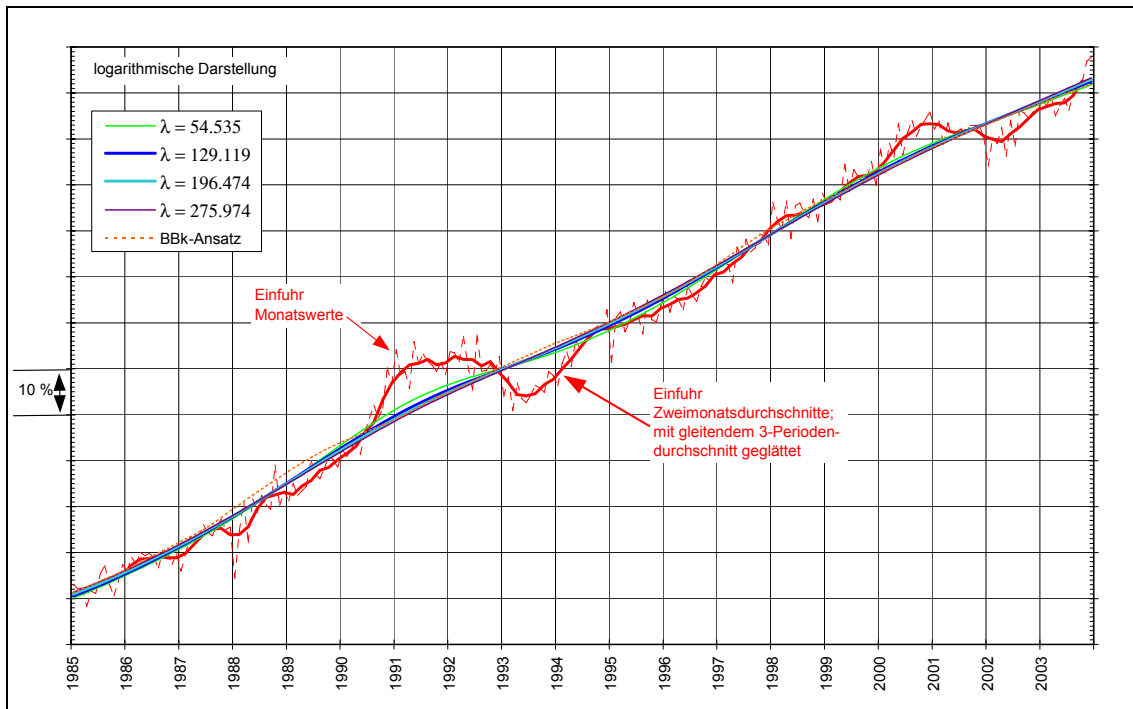
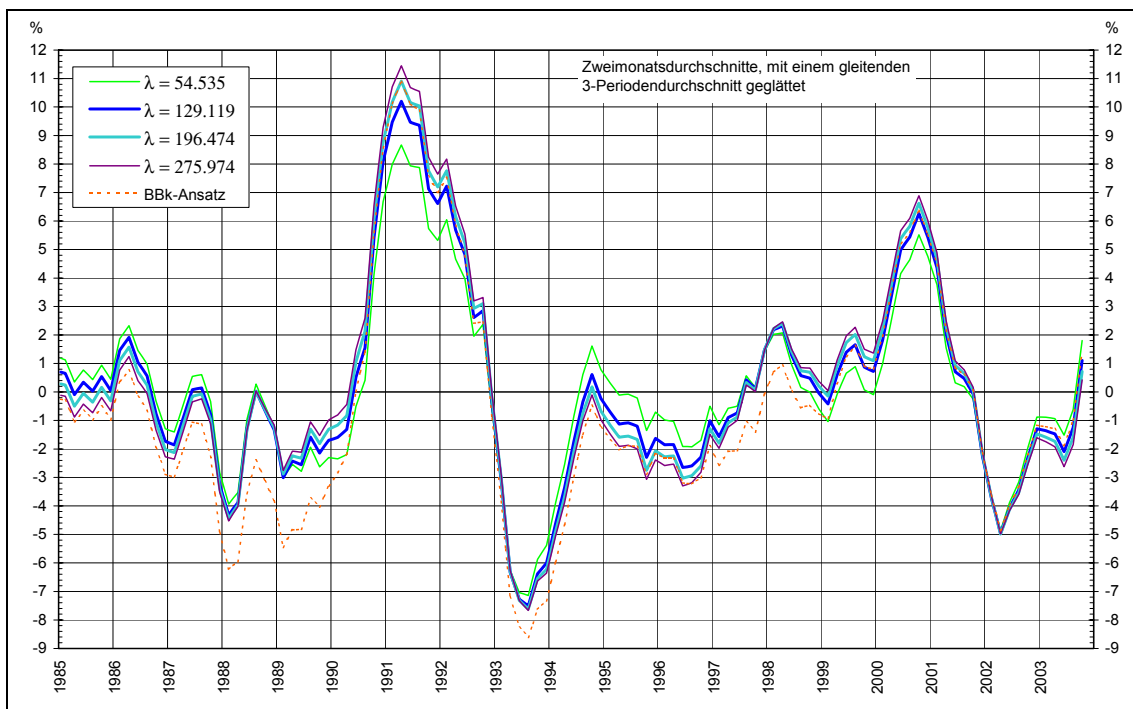


Schaubild 36d: Hodrick-Prescott-Filter: Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



7.3 Erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter)

Ähnlich wie beim Hodrick-Prescott-Filter werden im Folgenden die Eigenschaften des EEG-Filters empirisch anhand der Industrieproduktion untersucht. Da die Industrieproduktion in den 1950er und 1960er Jahren eher einem I(2)-Prozess zu folgen scheint, der EEG-Filter aber in erster Linie für I(1)-Prozesse konzipiert ist, wird im Folgenden geprüft, welche Auswirkungen die Verletzung dieser Annahme hat, insbesondere ob bzw. inwieweit der Startzeitpunkt der Filterung Einfluss auch auf den aktuellen Trendverlauf des EEG-Filters ausübt. Im Anschluss daran soll der EEG-Filter mit dem Hodrick-Prescott-Filter verglichen werden, wobei besonders auf die Auswirkungen des gewählten λ -Wertes auf den Trendverlauf, die Lage der Wendepunkte sowie die Probleme am Reihenende eingegangen wird.

7.3.1 Auswirkung des Startjahrs auf den Trend

Um zu untersuchen, ob die Wahl des Startjahrs auch aktuelle Trendschätzwerte beeinflusst, wird zunächst alternativ der Beginn der Filterung auf 1952, 1960, 1967 bzw. 1970 festgelegt (siehe Schaubild 37). Der Glättungsparameter λ wird dabei konstant gehalten und auf 1.196 festgesetzt.

Im Ergebnis weichen die Trendverläufe, die 1952, 1960 und 1967 beginnen, am Anfang und am Ende nach oben von der zu filternden Reihe ab. Dabei nähert sich der 1970 startende Trend an seinen beiden Enden am deutlichsten der zu filternden Reihe an. Dieser Sachverhalt wird noch klarer, wenn man die prozentuale Trendabweichung betrachtet (siehe Schaubild 38).

Somit wird der geschätzte Trend an den Reihenden sehr stark von dem durchschnittlichen Trendwachstum der gesamten Reihe bestimmt (Einfluss des Parameters β im EEG-Ansatz, siehe hierzu Abschnitt 5.1). Dies ist unproblematisch, solange es nicht zu deutlichen Änderungen des Trendwachstums über längere Zeitabschnitte kommt (Postulat des I(1)-Prozesses). Allerdings können schlagartige Änderungen des Trendwachstums einer Zeitreihe als Bruch im Rahmen des EEG-Filters berücksichtigt werden, so dass sich der modifizierte Filter auch über den gesamten Verlauf der Industrieproduktionsreihe seit 1952 anwenden lässt.¹⁵⁶

¹⁵⁶ vgl. Tödter, 2002, S. 226.

Schaubild 37: EEG-Filter ($\lambda = 1.196$): Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend

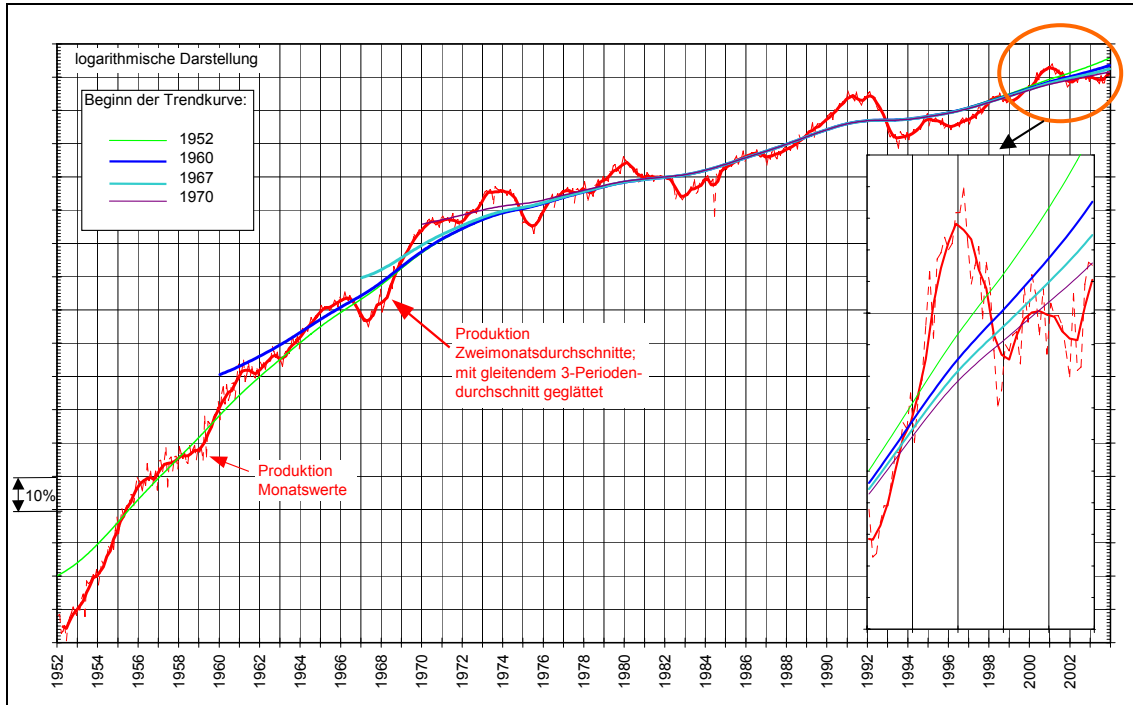
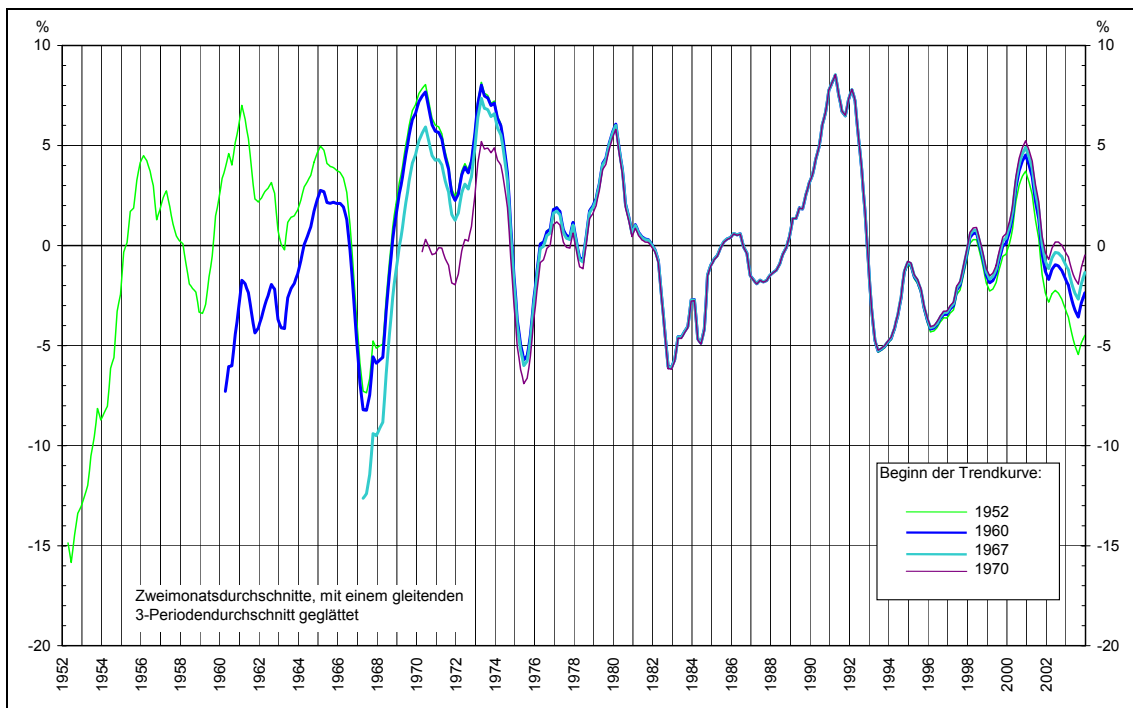


Schaubild 38: EEG-Filter ($\lambda = 1.196$): Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



Diese Modifikation des EEG-Filters hat jedoch zur Folge, dass der Trend an den Stellen, an denen in der zu filternden Reihe Brüche unterstellt werden, Knickstellen aufweist. Die Knickproblematik war bereits früher – im Zusammenhang mit dem Bundesbank-Verfahren – Gegenstand von eingehender Kritik (siehe Abschnitt 3.2). Deshalb wird der derart modifizierte EEG-Filter hier nicht weiter verfolgt.

Werden keine Bruchstellen angenommen, hängt die aktuelle Trendabweichung von der Wahl des Startjahres ab. So unterscheidet sich die Trendabweichung Ende 2003 des ab 1970 geschätzten Trends um vier Prozentpunkte von dem ab 1952 geschätzten Trend. Beim Hodrick-Prescott-Filter (siehe auch Abschnitt 7.2.2) treten solche Effekte hingegen nicht auf.

Ferner weisen alle EEG-Trendverläufe mit identischem λ -Wert – unabhängig vom jeweiligen Startzeitpunkt – die gleichen Wendepunkte auf. Außerdem besitzen die Trendabweichungen zwischen 1978 und 1997 nahezu identische Amplituden.

7.3.2 Vergleich des EEG-Filters mit dem Hodrick-Prescott-Filter

Entsprechend den Anforderungen für das Statistische Beiheft 4 „Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen“, den Trend für die Zeitreihen ab 1952 zu bestimmen, werden diese Angaben im Folgenden verwendet, auch wenn die Anwendung beider Filter über diesen langen Zeitraum wegen möglicher Änderungen im Daten generierenden Prozess der Reihen nicht unproblematisch ist.

Der Glättungsparameter λ_{HP} wurde auf 129.119 festgesetzt, entsprechend dem „Quartals- λ “ von 1.600 bzw. einem zehnjährigen Referenzzyklus. Als λ -Werte für den EEG-Filter wurden 1.196, 1.514 und 1.869 gewählt. Bei diesen λ_{EEG} -Werten ist der EEG-Filter eine optimale Approximation an einen linearen Filter mit der Cut-off-Frequenz von acht, neun bzw. zehn Jahren (siehe Schaubild 39a).

Im Vergleich zum Trend des Hodrick-Prescott-Filters verlaufen die mittels des EEG-Filters geschätzten Trendlinien deutlich glatter. Ferner liegen diese Trendverläufe sehr nah beieinander, obwohl jeder mit einem anderen λ_{EEG} aus der Produktionsreihe extrahiert wurde. Dieser Eindruck wird bestätigt beim Blick auf die Trendabweichungen (siehe Schaubild 39b): Die Abweichung untereinander beträgt oft weniger als ein Viertel Prozentpunkt. Allerdings gibt es auch Phasen, in denen die Trendverläufe bis zu zwei Prozentpunkte voneinander abweichen, so Anfang der 1950er und 1970er Jahre.

Schaubild 39a: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend

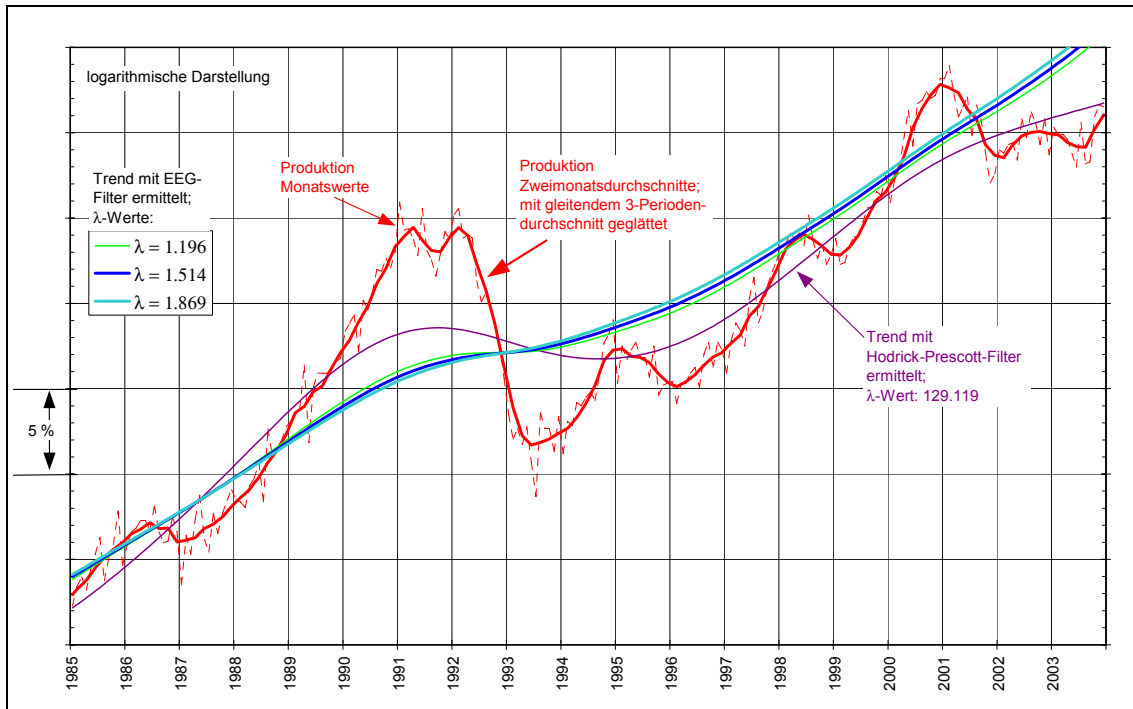
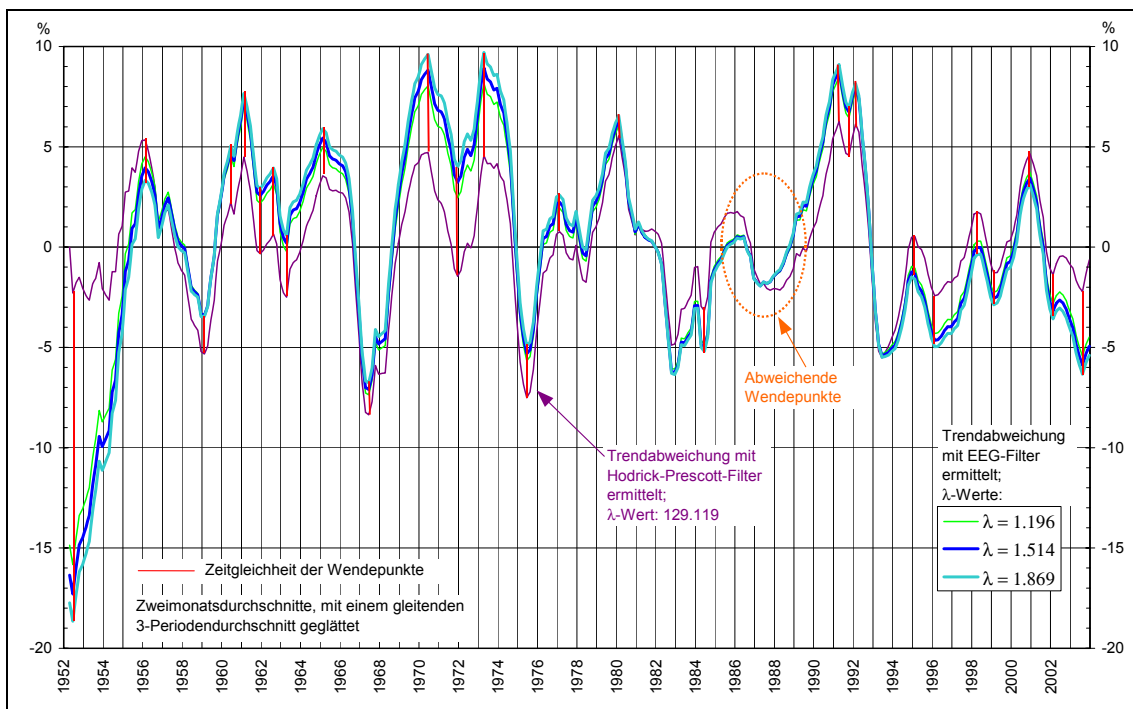


Schaubild 39b: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



Auch stimmen die Wendepunkte der Trendverläufe des EEG-Filters – unabhängig vom gewählten λ_{EEG} – immer überein. Somit lassen sich auch mit Hilfe des EEG-Filters recht klar die konjunkturellen von den Trend-Bewegungen unterscheiden. Des Weiteren haben der EEG-Trend und der Hodrick-Prescott-Trend weitgehend die gleichen Wendepunkte des Zyklus. Nur in der zweiten Hälfte der 1980er und zu Beginn der 1990er Jahre weisen der Hodrick-Prescott-Trend und der EEG-Trend unterschiedliche Verläufe auf; daher stimmen auch in diesem Zeitraum die Wendepunkte des Zyklus nicht überein.

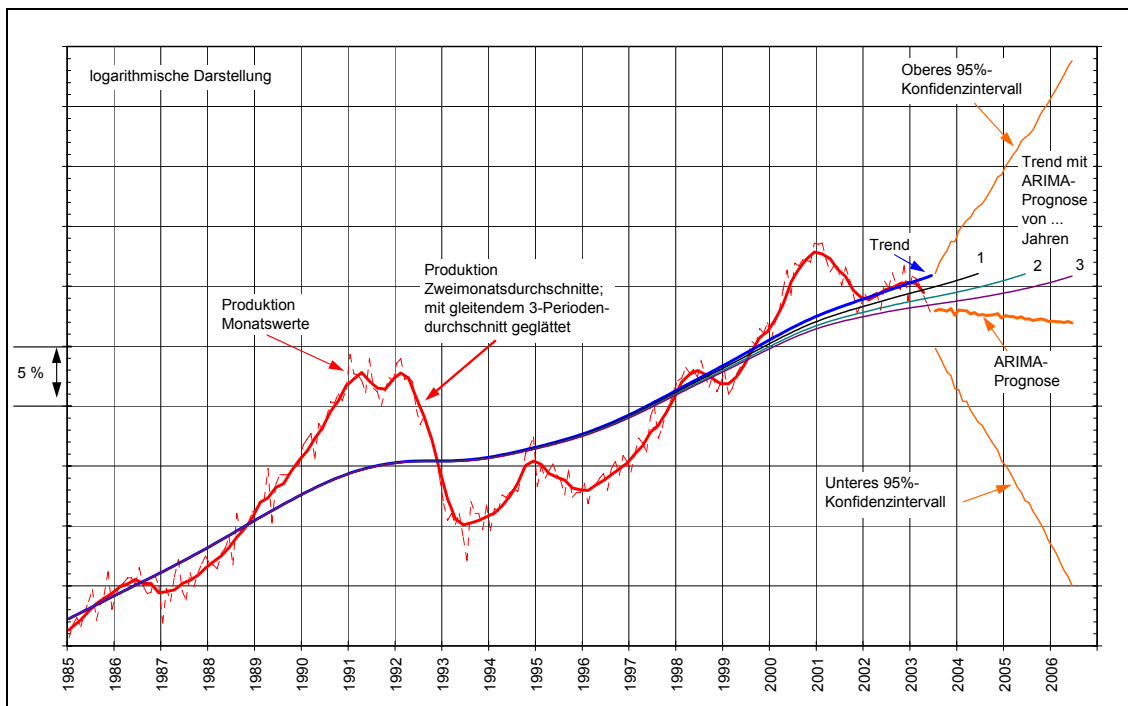
7.3.3 Trendermittlung am Reihenende – Verlängerung mit ARIMA-Prognosen oder Verwendung asymmetrischer Filter?

Der EEG-Filter ist wie jeder andere Filter auch von der Endpunktproblematik betroffen: Für die Berechnung der letzten Trendwerte fehlen die eigentlich benötigten zukünftigen Werte. Zum einen lässt sich am Reihenende der Trend durch den asymmetrischen EEG-Filter ermitteln, was aber zu einer Phasenverschiebung führen kann. Eine andere Möglichkeit wäre, die Zeitreihe mit ARIMA-Prognosen so in die Zukunft zu verlängern, dass die Trendwerte am Rand noch mit dem symmetrischen EEG-Filter geschätzt werden können. Allerdings bleibt auch der kombinierte ARIMA-EEG-Filter-Ansatz letztlich einseitig. Denn das Problem der Phasenverschiebung hat sich vom asymmetrischen EEG-Filter auf die ARIMA-Prognosen verschoben. Ausführlich wurden die ARIMA-Prognosen und die mit ihrer Verwendung verbundenen möglichen Probleme in den Abschnitten 4.7 und 7.2.4 behandelt.

Im Folgenden werden diese beiden Möglichkeiten der Trendermittlung am Reihenende (ohne und mit ARIMA-Prognosen) anhand der Produktionszeitreihe näher untersucht.

Zu diesem Zweck wurde die Produktionsreihe, die 1970 beginnt und im Juni 2003 endet, mit ein-, zwei- und dreijährigen ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert (in Schaubild 40 sind nur die Werte des maximalen Prognosehorizonts eingezeichnet). Anschließend erfolgt eine Filterung mit dem EEG-Filter ($\lambda = 1.196$) sowohl der unverlängerten Reihe als auch der mit den ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängerten Zeitreihen. Dabei wird der EEG-Filter zum jeweiligen – mit ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängerten – Reihenende hin asymmetrisch.

Schaubild 40: EEG-Filter: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, ARIMA-Prognosen und Trend ($\lambda = 1.196$)



In Schaubild 40 wird ersichtlich, wie beim EEG-Filter durch das Hinzufügen neuer Werte am Reiheneende auch der historische Trendverlauf von Revisionen betroffen ist: So verlaufen die einzelnen Trendkurven bis Anfang 1995 – also bis fast 9 Jahre vor dem ursprünglichen Reiheneende – „gebündelt“, um sich dann sehr langsam fächerförmig in einzelne „Äste“ aufzuspalten. Dabei ist die Abweichung vom unverlängerten Trend um so größer, je länger die Zeitreihe mit ARIMA-Prognosen in die Zukunft prolongiert wurde. Dieses empirische Ergebnis bestätigt die Revisionseigenschaften des EEG-Filters, wie sie in Abschnitt 5.4 beschrieben wurden.

Problematisch gestaltet sich der Verlauf der Trendextrapolation bei der Verwendung der dreijährigen ARIMA-Prognose. Mit diesen Werten sinkt die saisonbereinigte Reihe seit Ende 2001 tendenziell und seit Mitte 2003 klar bis Mitte 2006 ab. Gleichwohl nimmt das mit dem EEG-Filter geschätzte Trendwachstum ab 2005 wieder zu.¹⁵⁷

¹⁵⁷ Beginnt jedoch die Filterung der mit der dreijährigen ARIMA-Prognose verlängerten Zeitreihe im Jahr 1952, so lässt sich die in Graphik 40 dargestellte Beschleunigung des Trendwachstums (bei rückläufiger ARIMA-Vorhersage) nicht feststellen.

Auch wird in Schaubild 40 der Unterschied zum Hodrick-Prescott-Filter deutlich. Beim Hodrick-Prescott-Filter spalten sich die verschiedenen Trendverläufe nur rund 2 ½ Jahre vor dem ursprünglichen Zeitreihenende in einzelne Äste auf (siehe Schaubild 30): Während beim Hodrick-Prescott-Filter der Trend nur am aktuellen Rand (ca. 30 Monate) beim Hinzufügen neuer Werte von Datenrevisionen betroffen ist, verteilen sich beim EEG-Filter die Revisionen auf den weiter zurückliegenden Trendverlauf. Dies lässt sich mit der Gewichtsverteilung des EEG-Filters erklären: Betrachtet man die Gewichte w_j des (symmetrischen) EEG-Filters für monatliche Angaben ($\lambda = 1.196$), so stehen für die Berechnung des Trendwerts g_t in $t+105$ (also 8 ¾ Jahre nach t) Werte mit einem Gesamtgewicht von gut 95 % zur Verfügung. Während der Hodrick-Prescott-Filter bereits nach Ablauf von 2 ½ Jahren – also nicht einmal nach einem halben 5-Jahres-Zyklus – recht stabile Trendwerte anzeigt, benötigt der EEG-Filter einen gesamten längeren Zyklus.

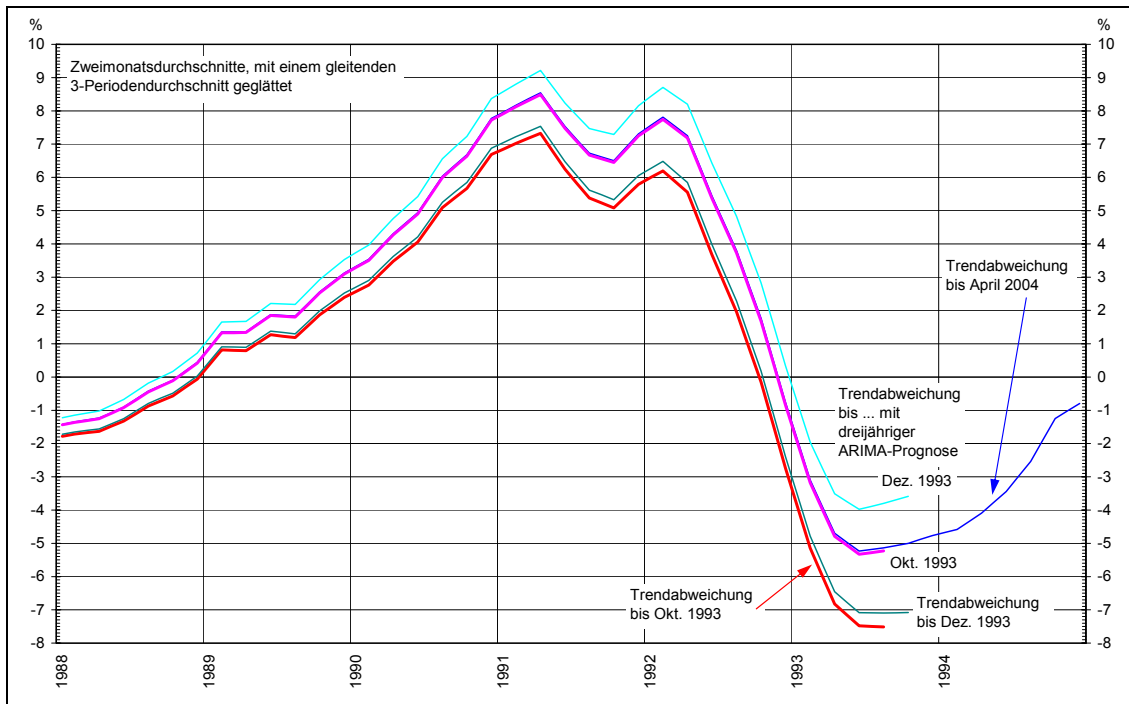
7.3.4 Zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung

Anhand der Industrieproduktion soll im Folgenden empirisch der Frage nachgegangen werden, wie stark sich der Revisionsbedarf des Trends beim Hinzufügen neuer Werte am aktuellen Rand auf die Bestimmung der konjunkturellen Wendepunkte auswirkt. Dabei wird für die nachstehenden Ausführungen vereinfachend unterstellt, dass sowohl die Ursprungswerte als auch die saisonbereinigten Werte keinen Revisionen unterliegen.

Der EEG-Filter verteilt Trendrevisionen, die durch das Hinzufügen neuer Werte bedingt sind, über einen längeren Zeitraum (siehe Abschnitt 5.4). Daher soll anhand des Wendepunkts Mitte 1993 untersucht werden, inwieweit die zeitliche Lage des Wendepunkts von Trendrevisionen beeinflusst wird.

Zunächst wird die Produktionsreihe betrachtet, die ein Vierteljahr nach dem Wendepunkt im Oktober 1993 endet (siehe Schaubild 41): Bereits drei Monate vor Zeitreihenende signalisieren die Trendabweichungen eine Richtungsänderung. Der Zeitpunkt des Richtungswechsels stimmt mit dem des „endgültigen“ Wendepunkts überein. Neu hinzugekommene Werte bestätigen dieses Ergebnis und signalisieren an dieser Stelle nun deutlich ein relatives Minimum.

Schaubild 41: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



Dagegen unterliegt die Höhe der Trendabweichung noch größeren Änderungen. Lediglich die Richtung der Amplitude ist mit der endgültigen Trendabweichung identisch.

7.4 Baxter-King-Filter als Low-Pass-Filter

Die empirischen Eigenschaften des Baxter-King-Low-Pass-Filters werden zu Vergleichszwecken mit den beiden anderen beschriebenen Filtern anhand der Industrieproduktion näher analysiert. Dabei sollen vor allem die Auswirkungen der Cut-off-Frequenz ω und des K -Werts auf den Trendverlauf und die Lage der Wendepunkte sowie mögliche Probleme am Reihenende untersucht werden.

7.4.1 Vergleich des Low-Pass-Filters von Baxter und King mit dem Hodrick-Prescott-Filter

Für den folgenden Vergleich der beiden Filter wird die Industrieproduktion seit ihrem Beginn im Jahr 1952 betrachtet. Der Glättungsparameter des Hodrick-Prescott-Filters λ_{HP} wurde auf 129.119 festgesetzt. Beim Baxter-King-Low-Pass-Filter (BK-Filter) entspricht die Cut-off-Frequenz ω einem 8-jährigen Zyklus. Als K -Werte wurden 8, 12, 16, 20, 24 und 36 gewählt, wobei die Produktionsreihe nicht mit entsprechenden ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert wurde. Der Übersichtlichkeit wegen werden die Kurvenverläufe in zwei Schaubildern eingezeichnet.

Wie aus den Schaubildern 42a und 42b ersichtlich ist, verläuft der mit dem BK-Filter geschätzte Trend umso ruhiger, je höher der K -Wert gewählt wurde.

Für $K = 36$ ist der Trendverlauf recht ähnlich mit dem Trend des Hodrick-Prescott-Filters. Für die Filterung von Quartalszeitreihen empfehlen Baxter und King $K = 12$; der gleitende Durchschnitt bezieht somit in die Berechnung des Trendwerts g_t Werte drei Jahre vor und nach dem Zeitpunkt t ein. Setzt man bei Monatswerten $K = 36$, so umfasst der Stützbereich denselben Zeitraum vor und nach dem Zeitpunkt t .

Auch wird in den beiden Schaubildern eine negative Folge der Symmetrieeigenschaften des Baxter-King-Filters sichtbar: Die Trendverläufe enden immer K Werte vor dem aktuellen Reihenende. Damit kann mit Hilfe des Baxter-King-Filters – hier als Low-Pass-Filter – nicht der auch interessierende Trendverlauf am Reihenende geschätzt werden. Um den Trend bis zum Reihenende ermitteln zu können, müsste die zu filternde Zeitreihe mit Prognosen in die Zukunft verlängert werden. Bei $K = 36$ wären hierzu z.B. ARIMA-Prognosen mit mindestens dreijährigem Prognosehorizont notwendig. Allerdings sind derart weit in die Zukunft reichende Vorhersagen mit einfachen Modellen bekanntlich sehr problembehaftet.

Schaubild 42a: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, HP- und BK-Trend

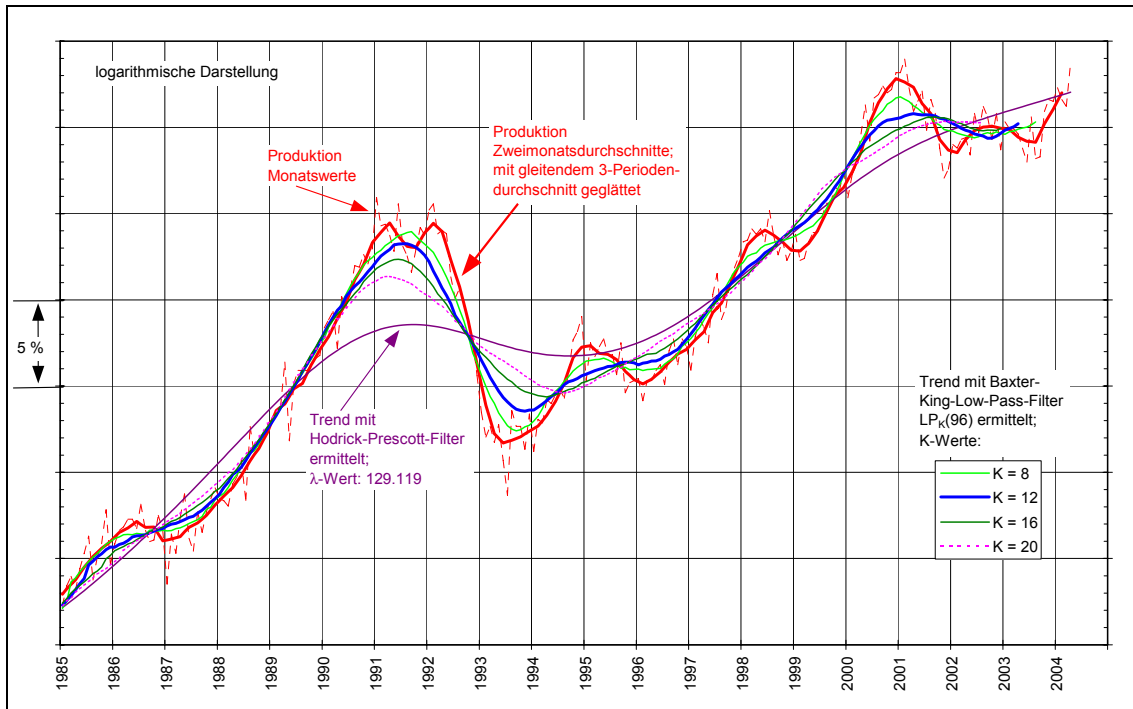
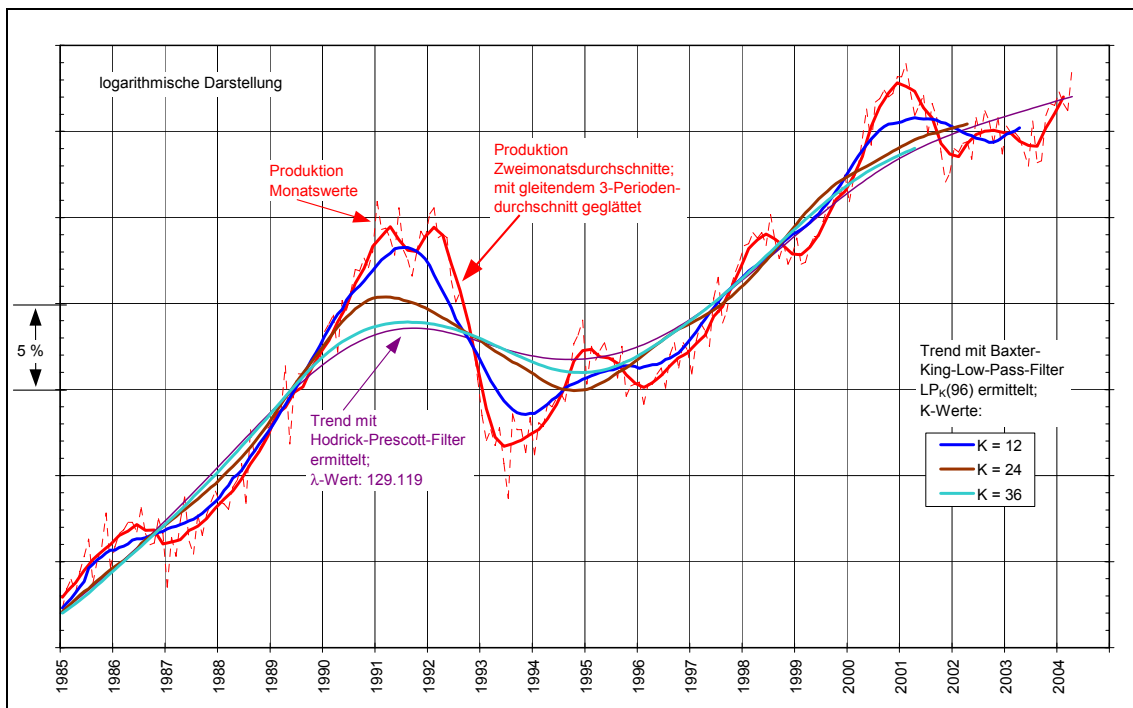
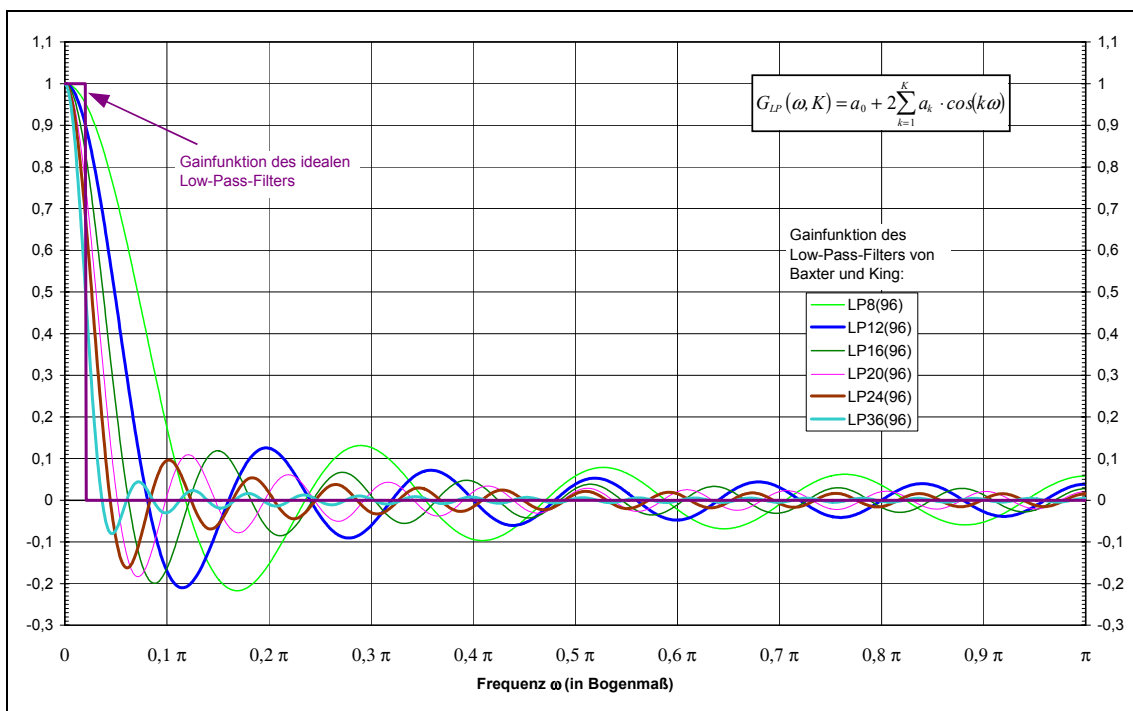


Schaubild 42b: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, HP- und BK-Trend



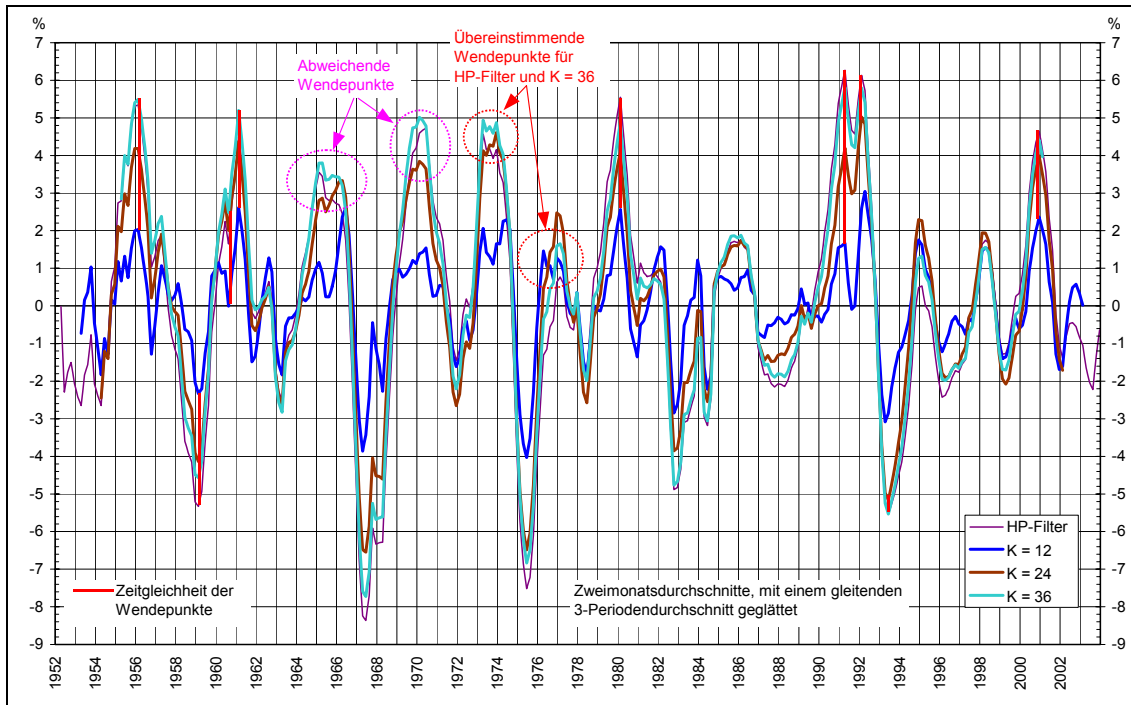
Die Gainfunktion für den Baxter-King-Low-Pass-Filter zeigt ganz deutlich, dass dieser Filter mit $K = 36$ bei Monatsreihen eine recht gute Approximation an einen idealen Low-Pass-Filter ist, dessen Cut-off-Frequenz einer Zeitdauer von acht Jahren entspricht (siehe Schaubild 43): Bei diesem K -Wert sind zum einen die Leakage- und Compression-Effekte des Filters gering, zum anderen schwankt der Filter im kurzwelligen Bereich kaum noch um die Nullachse („Nachschwingen“).

Schaubild 43: Gainfunktion des Low-Pass-Filters von Baxter und King für $\omega = 2\pi/96$



Vergleicht man die Wendepunkte des Hodrick-Prescott-Trends mit den Trendverläufen des Baxter-King-Low-Pass-Filters, so stimmen die Umkehrstellen für die K -Werte von 12, 24 und 36 umso besser überein, je höher K ist (siehe Schaubild 44). Für $K = 36$ ist die Trendabweichung sogar zeitweise mit der des Hodrick-Prescott-Filters deckungsgleich; auch stimmt bei diesem K -Wert (bis auf die beiden Perioden in 1965/66 und 1970) die zeitliche Lage der Wendepunkte mit dem Hodrick-Prescott-Trend immer überein.

Schaubild 44: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



Auf Grund der auch von Baxter und King gewählten sechsjährigen Stützbereichslänge wird bei den folgenden Untersuchungen der K -Wert des Baxter-King-Low-Pass-Filters auf 36 festgesetzt.

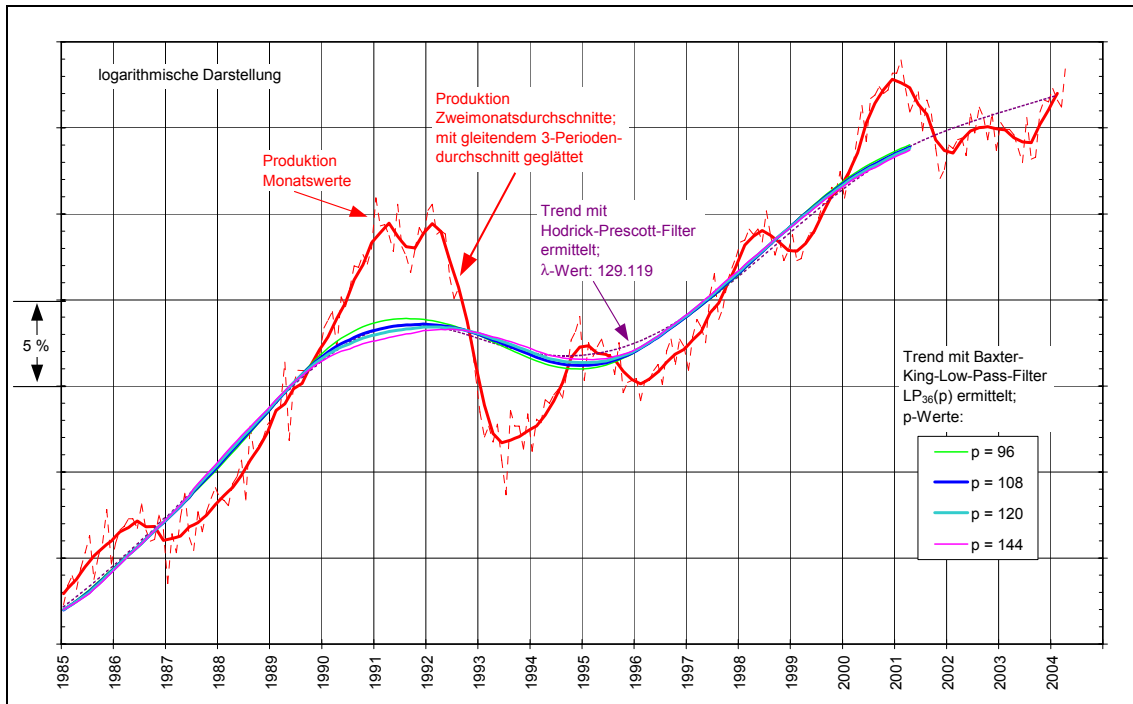
7.4.2 Auswirkungen unterschiedlicher Cut-off-Frequenzen auf den Trendverlauf und die Trendabweichungen der Industrieproduktion

Wie im vorherigen Abschnitt empirisch abgeleitet, liefert bei der Filterung von Monatswerten $K = 36$ einen recht glatten, ruhigen Trendverlauf. Im Folgenden soll untersucht werden, wie sich eine Veränderung der Cut-off-Frequenz auf den Trendverlauf und die Trendabweichungen der Industrieproduktion auswirken.

Die Cut-off-Frequenz $\underline{\omega} = 2\pi/p$ wird so festgesetzt, dass sie einem Referenzyklus von 8, 9, 10 und 12 Jahren entspricht (da bei der Filterung von Monatsreihen p in Monaten angegeben wird, nimmt p die Werte 96, 108, 120 und 144 an). Mit Hilfe der Gleichungen (73) bis (75) lassen sich die Gewichte des Baxter-King-Low-Pass-Filters berechnen. Anschließend werden die Industrieproduktionsreihe seit ihrem Beginn 1952 gefiltert sowie die Trendabweichungen berechnet. Zu Vergleichszwecken zeigen die

Schaubilder auch den Hodrick-Prescott-Trend ($\lambda = 129.119$) bzw. seine Trendabweichungen.

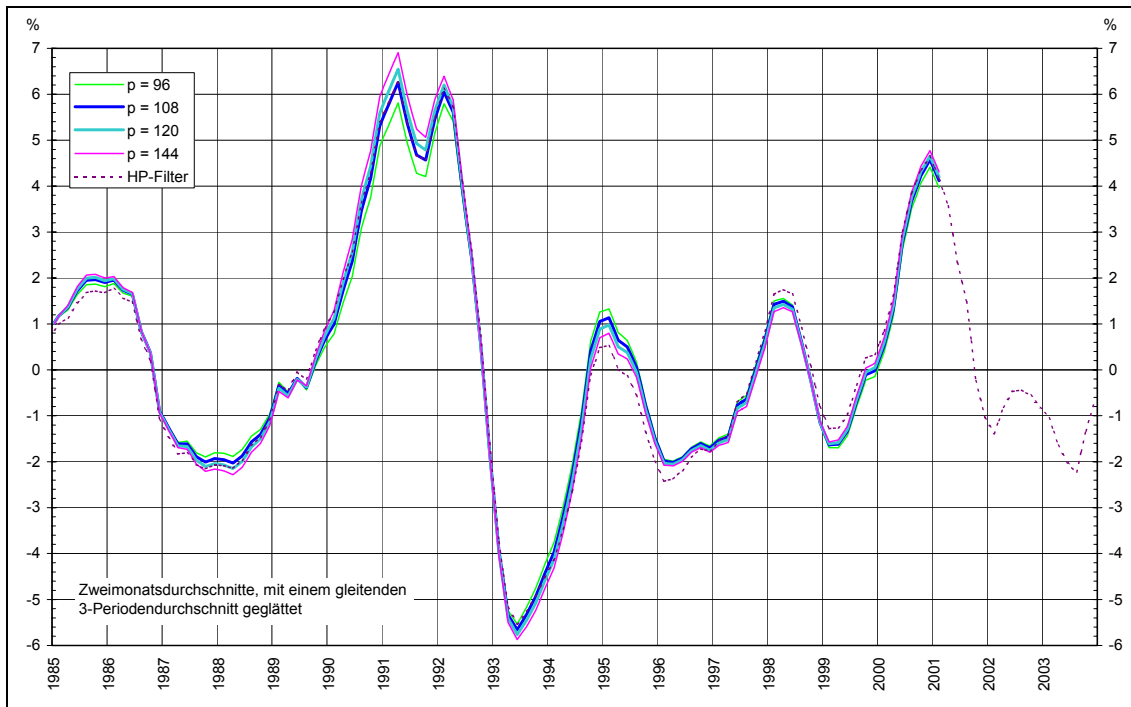
Schaubild 45: Baxter-King-Filter ($K = 36$): Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte und Trend



Die Trendkurve des Baxter-King-Low-Pass-Filters verläuft umso ruhiger, je höher p bei gleichem K -Wert gewählt wird (siehe Schaubild 45). Des Weiteren sind die Trendverläufe über weite Strecken nahezu kongruent, so z.B. von 1985 bis Mitte 1989 und von 1997 bis 2001. Auch liegen die Trendkurven des Low-Pass-Filters von Baxter und King und des Hodrick-Prescott-Filters sehr nah beieinander, stellenweise sind die ermittelten Trends sogar identisch.

Dieses Ergebnis wird bestätigt, wenn man einen Blick auf die Trendabweichungen wirft (siehe Schaubild 46). Zum einen stimmen die Wendepunkte der Trendabweichungen des Baxter-King-Low-Pass-Filters und des Hodrick-Prescott-Filters zeitlich überein. Zum anderen besitzen die Wendepunkte nahezu die gleichen Amplituden: die Abweichung untereinander liegt meistens bei einem halben Prozentpunkt und beträgt nie mehr als einen Prozentpunkt.

Schaubild 46: Baxter-King-Filter ($K = 36$): Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



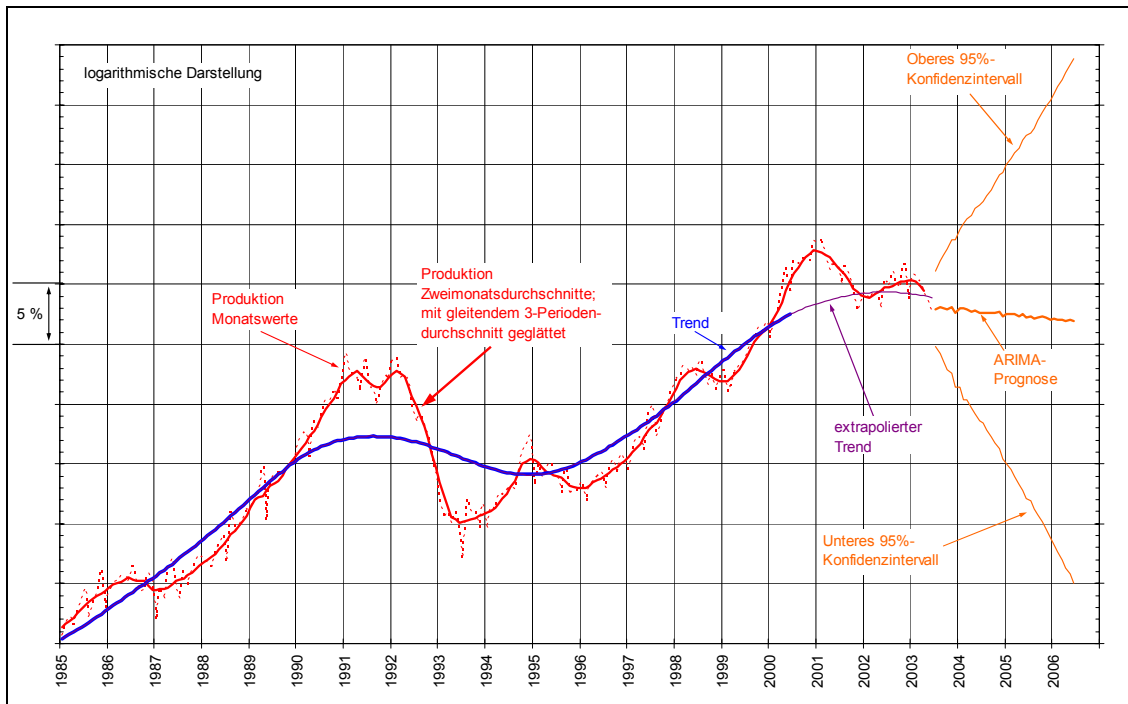
Ferner ist die Lage der Wendepunkte beim Low-Pass-Filter von Baxter und King bei einem gegebenen K -Wert vom gewählten p ($96 \leq p \leq 144$) und damit von der Cut-off-Frequenz ω unabhängig (siehe Schaubild 46). Auch diese Eigenschaft teilt der Baxter-King-Low-Pass-Filter mit dem Hodrick-Prescott-Filter, bei dem die Lage der Wendepunkte ebenfalls vom gewählten Glättungsparameter λ (in den untersuchten Grenzen) unabhängig war.

7.4.3 Trendermittlung am Reihenende – Verlängerung mit ARIMA-Prognosen?

Wie bereits mehrfach erwähnt, erzeugt der Baxter-King-Low-Pass-Filter als symmetrischer Filter, für den keine asymmetrische Variante existiert, keine Trendwerte an den Reihenenden. Um dennoch solche Angaben zu schätzen, muss die zu filternde Zeitreihe z.B. mit ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert werden. Dabei ist die Mindestlänge des Prognosehorizonts abhängig von der Anzahl der Lags K .

Für $K = 36$ wird eine dreijährige ARIMA-Prognose benötigt, die zu folgendem extrapolierten Trendverlauf führt (siehe Schaubild 47).

Schaubild 47: Baxter-King-Filter $LP_{36}(96)$: Industrieproduktion – Saisonbereinigte Werte, ARIMA-Prognosen und Trend



7.4.4 Zeitliche Stabilität der Wendepunktbestimmung

Im Folgenden soll anhand der Industrieproduktion empirisch untersucht werden, ob sich die zeitliche Lage der Wendepunkte verändert, wenn bei der Trendberechnung die Werte aus der dreijährigen ARIMA-Prognose gegen die später vorliegenden, „richtigen“ Zeitreihenwerte ausgetauscht werden. Für die nachstehenden Ausführungen wird vereinfachend unterstellt, dass sowohl die Ursprungswerte als auch die saisonbereinigten Werte keinen Revisionen unterliegen.

Zunächst werden die Wendepunkte mit Hilfe der auf dreijährigen ARIMA-Prognosen beruhenden Trendabweichung bestimmt. Die zeitliche Lage dieser obigen Wendepunkte wird dann verglichen mit denjenigen, die man dann später aus der Trendabweichung der unverlängerten Reihe erhält.

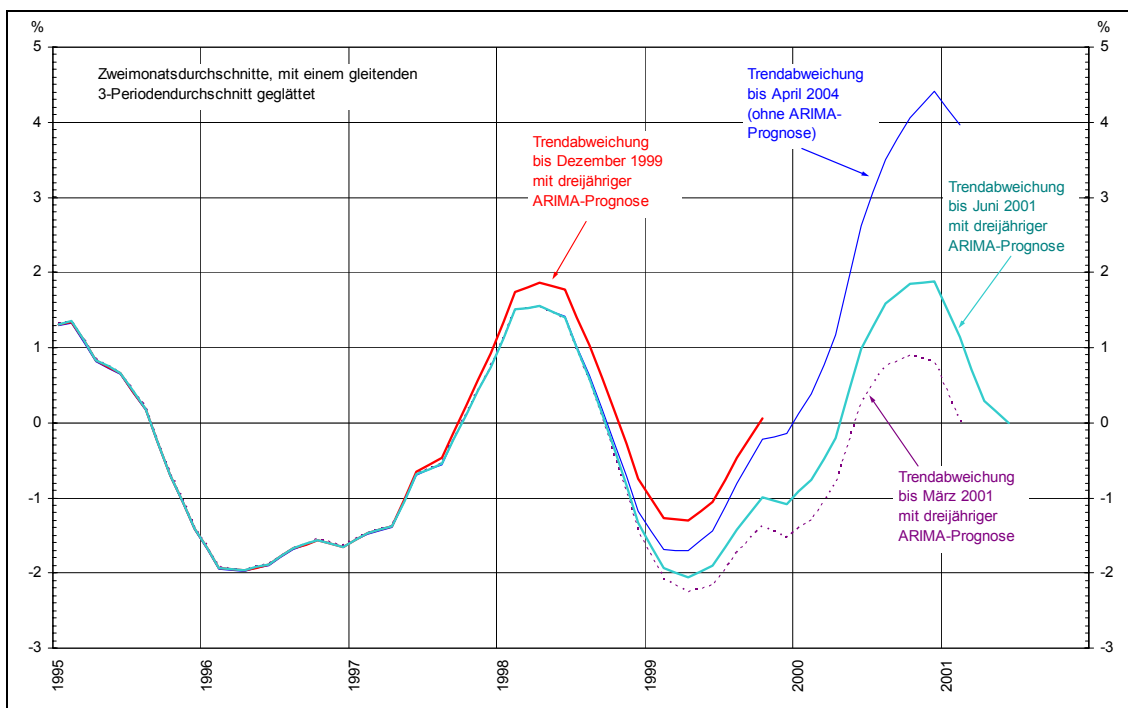
- **Wendepunkt Mitte 1999**

Als erstes wird der Wendepunkt Mitte 1999 betrachtet (siehe Schaubild 48). Die im Dezember 1999 endende Reihe wurde mit einer dreijährigen ARIMA-Prognose in die Zukunft verlängert, so dass sich der Trend bis Ende 1999 mit Hilfe des Baxter-King-Low-Pass-Filters schätzen ließ. Anschließend ist die prozentuale Abweichung der sai-

sonbereinigten Werte vom Trend berechnet und zum weiteren Ausgleich von Zufallsschwankungen geglättet worden.

Die bis Dezember 1999 reichende vorläufige Trendabweichung zeigt dieselbe zeitliche Lage des Wendepunkts Mitte 1999 an wie die endgültige Trendabweichung. Die Höhe der Trendabweichung ist aber noch unterschiedlich (siehe Schaubild 48). Von Interesse ist auch der davor liegende Verlauf der Trendabweichung: Gegen Mitte 1997, also 2 ½ Jahre vor dem Zeitreihenende 1999, spaltet sich der Graph der vorläufigen Trendabweichung von dem der endgültigen ab. Denn zu diesem Zeitpunkt fließen bereits die ersten Werte der ARIMA-Prognose in die Trendermittlung ein, die sich ja von den endgültigen Werten der unverlängerten, bis April 2004 reichenden Zeitreihe unterscheiden.

Schaubild 48: Baxter-King-Filter $LP_{36}(96)$: Industrieproduktion – Prozentuale Abweichung saisonbereinigter Werte vom Trend



- **Wendepunkt Ende 2000**

Bei diesem Wendepunkt wird zunächst die im März 2001 endende, auf einer dreijährigen ARIMA-Prognose beruhende Trendabweichung betrachtet, die gemäß dem oben beschriebenen Verfahren ermittelt wurde.

Auch hier wird Ende 2000 ein signifikanter Wendepunkt signalisiert, der allerdings noch nicht mit dem endgültigen übereinstimmt. Vielmehr zeigt die vorläufige Trendabweichung den Wendepunkt zwei Monate früher an als die finale (siehe Schaubild 48). Dagegen stimmt bei der bis Juni 2001 reichenden vorläufigen Trendabweichung der Zeitpunkt des Wendepunkts mit dem endgültigen überein. Die zeitliche Lage des Wendepunkts ist erst ein halbes Jahr vor Reihenende recht stabil. Auch hier spalten sich die Kurven der vorläufigen Trendabweichungen ungefähr $2\frac{1}{2}$ Jahre vor dem Reihenende von dem Graphen der endgültigen ab.

8 Schlussfolgerungen

In den vorangegangenen Abschnitten wurden drei verschiedene Verfahren zur Trendermittlung – der Hodrick-Prescott-Filter, die erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter) und der Low-Pass-Filter von Baxter und King – als mögliche Alternativen zum bisherigen Bundesbank-Ansatz analysiert und auf empirische Zeitreihen angewandt.

Alle drei untersuchten Filter sind in der Lage, in einer Zeitreihe den Trend klar von der zyklischen Komponente zu trennen. Zudem stimmen bei den hier betrachteten Verfahren die Wendepunkte der Trendabweichungen mit dem bisherigen Bundesbank-Ansatz weitgehend überein.

Letztendlich beruht aber die Entscheidung für ein bestimmtes Trendbereinigungsverfahren immer auf einem Abwägen der Vor- und Nachteile. Denn trotz der oben genannten Gemeinsamkeiten – klare Trennung des Trends vom Zyklus und gemeinsame Wendepunkte der Trendabweichungen – weist jedes dieser Verfahren Stärken und Schwächen auf, die im Folgenden kurz zusammengefasst werden sollen.

Unabhängig davon, mit welchen der folgenden Filter der Trend einer Reihe geschätzt wird, hat die Verwendung von ARIMA-Prognosen den praktischen Vorteil, dass für eine Zeitreihe nur einmal im Jahr der Trend geschätzt werden müsste. Dagegen wäre bei Zeitreihen, die nicht mit ARIMA-Vorhersagen verlängert würden, bei jedem neu hinzukommenden Werte eine Trendschätzung durchzuführen, deren Ergebnisse sich aber nicht signifikant von den bisher berechneten Trendwerten unterscheiden.

Zudem lassen sich mit den ARIMA-Modellen Konfidenzintervalle für die Prognosewerte berechnen, die zur Quantifizierung der Unsicherheitsmarge der Trendschätzung verwendet werden können. Wegen dieser Unsicherheit sollte die aktuelle Abweichungshöhe nur mit besonderer Vorsicht interpretiert werden.

Die Hodrick-Prescott-Filterung, die auf $I(2)$ -Prozesse zielt, lässt sich durch die folgenden empirischen Ergebnisse charakterisieren:

- Beim Hodrick-Prescott-Filter verläuft die Trendkurve bis zum Reihenende als eine geschwungene, „stetige“ Kurve, wie man sie beim Freihandzeichnen skizzie-

ren würde.¹⁵⁸ Die beim Bundesbank-Verfahren auftretende sprunghafte Veränderung („Knick“) der Trendsteigung beim Übergang von den Trendwerten in der Reihenmitte zur Trendextrapolation am Reihenende wird somit vermieden.

- Beim Hodrick-Prescott-Filter treten die Wendepunkte der Abweichungen vom Trend bei einem mindestens acht- und höchstens zwölfjährigen Referenzzyklus immer exakt zum selben Zeitpunkt auf. Dies impliziert, dass in den betrachteten Zeitreihen der Trend recht klar vom Konjunkturzyklus getrennt werden kann.
- Werden bei einer zu filternden Zeitreihe jeden Monat neue Beobachtungen hinzugefügt, so ist der Trendwert nach 30 Perioden relativ revisionsresistent, da für seine Berechnung Werte mit einem Gewicht von fast 95 % zur Verfügung stehen.
- Schließlich sind die Wendepunkte der Trendabweichungen auch in der Nähe des Reihenendes sichtbar: Nach den hier vorgelegten Erfahrungen ist die Lage der neuen Wendepunkte bereits zum Zeitpunkt $t+6$, d.h. nach Hinzufügung von sechs neuen Monatswerten zum ursprünglichen Zeitreihenende, recht stabil.

Die erweiterte exponentielle Glättung (EEG-Filter), die für I(1)-Prozesse konzipiert ist, besitzt in Kurzform die nachstehenden empirischen Eigenschaften:

- Die Trendkurve des EEG-Filters ist eine geschwungene, „stetige“ Kurve. Jedoch wird ihr Verlauf in manchen Fällen am Ende vom Startzeitpunkt beeinflusst.
- Werden am Reihenende der zu filternden Reihe neue Werte hinzugefügt, so ändern sich die Trendwerte rückwirkend für einen längeren Zeitraum. Dafür reagiert der Trend am Reihenende nur gedämpft auf Richtungsänderungen der zu filternden Reihe. Der EEG-Filter besitzt konstruktionsbedingt ein „längeres Gedächtnis“ als der Hodrick-Prescott-Filter, der am Reihenende sehr sensitiv reagiert.
- Unabhängig vom Startjahr weisen alle Trendverläufe mit identischem λ -Wert die gleichen Wendepunkte auf. Darüber hinaus stimmen die Wendepunkte der Abweichungen vom Trend, dessen Cut-off-Frequenz φ mindestens einem achtjährigen und höchstens einem zehnjährigen Referenzzyklus entspricht, immer überein. Somit lassen sich mit Hilfe des EEG-Filters die konjunkturellen Bewegungen recht klar vom Trend trennen.

¹⁵⁸ vgl. Pedersen, 2001, S. 1082.

- Auch kurz vor dem Reihenende können die Wendepunkte der Trendabweichungen identifiziert werden. Nach den exemplarisch gewonnenen Erfahrungen, die unterstellen, dass es weder bei den Ursprungswerten noch bei den saisonbereinigten Angaben im Zeitablauf zu Revisionen kommt, ist die Lage der Wendepunkte der „vorläufigen“ Trendabweichungen bereits zum Zeitpunkt $T-6$, d.h. sechs Monate vor Reihenende, recht stabil. Allerdings unterliegt die Höhe der prozentualen Abweichung noch spürbaren Änderungen.

Schließlich weist der Low-Pass-Filter von Baxter und King, dessen Trendverlauf dem des Hodrick-Prescott-Filters (bei entsprechender Parametrisierung) sehr ähnlich ist, die folgenden Merkmale auf:

- Die Trendkurve des Baxter-King-Low-Pass-Filters verläuft als eine geschwungene, „stetige“ Kurve. Allerdings endet wegen der Symmetrieeigenschaften des Baxter-King-Filters die Trendlinie K Perioden vor dem Reihenende. Der Trendverlauf kann bis zum Reihenende nur ermittelt werden, wenn die der Filterung zu Grunde liegende Zeitreihe z.B. mit einer mindestens K -periodigen ARIMA-Prognose in die Zukunft verlängert wird.
- Eine recht gute Approximation an einen idealen Trendfilter ist der Baxter-King-Low-Pass-Filter, wenn die Länge der Lags K bei Quartalswerten auf $K = 12$ und bei Monatswerten auf $K = 36$ festgesetzt wird.
- Die Wendepunkte der mit dem Low-Pass-Filter von Baxter und King und dem Hodrick-Prescott-Filter ermittelten Trendabweichungen stimmen weitgehend überein. Dabei wird die Übereinstimmung umso besser, je höher die Anzahl der Lags K beim Baxter-King-Filter festgesetzt wird.
- Die Trendkurven des Low-Pass-Filters von Baxter und King und des Hodrick-Prescott-Filters sind bei Quartalswerten für $K = 12$ und $\lambda_{HP} = 1.600$ sowie bei Monatswerten für $K = 36$ und $\lambda_{HP} = 129.119$ nahezu deckungsgleich.
- Wird $K = 36$ verwendet, treten beim Baxter-King-Low-Pass-Filter die Wendepunkte der Abweichungen vom Trend, dessen Cut-off-Frequenz ω mindestens einem achtjährigen und höchstens einem zwölfjährigen Referenzzyklus entspricht, exakt immer zum selben Zeitpunkt auf. Dies impliziert, dass der Low-Pass-Filter

von Baxter und King in den betrachteten Zeitreihen den Trend recht klar vom Konjunkturzyklus trennen kann.

- Schließlich können in der Nähe des aktuellen Rands Wendepunkte identifiziert werden, wenn die zu filternde Reihe mit K -periodigen ARIMA-Prognosen in die Zukunft verlängert wird: Nach den hier gewonnenen Erfahrungen ist die Lage der Wendepunkte der „vorläufigen“ Trendabweichungen zum Zeitpunkt $T - 6$, d.h. bei Monatsreihen ein halbes Jahr vor Reihenende, recht stabil. Die Amplitudenhöhe der Trendabweichung unterliegt aber noch größeren Änderungen.

Ferner sollte auf Grund der Vielzahl an Möglichkeiten und um die Nachvollziehbarkeit der Ergebnisse zu ermöglichen, ein hohes Maß an Transparenz in Bezug auf die gewählten Parameter gewährleistet werden.

Um die drei untersuchten Trendbereinigungsverfahren besser miteinander vergleichen zu können, sind die wichtigsten Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters, der erweiterten exponentiellen Glättung (EEG-Filter) und des Low-Pass-Filters von Baxter und King in der nachstehenden Tabelle 10 zusammengefasst.

Letztendlich ist die Auswahl des Trendschätzungsverfahrens abhängig von den Eigenschaften der zu filternden Zeitreihe: Während sich beispielsweise der EEG-Filter für $I(1)$ -Prozesse gut eignet, ist bei $I(2)$ -Prozessen der Hodrick-Prescott-Filter vorzuziehen. Zudem besitzen diese beiden Filter – obwohl sie sehr unterschiedlich sind – zwei wichtige, gemeinsame Eigenschaften: Zum einen lassen sich die Wendepunkte gut identifizieren, zum anderen ist bei beiden Filtern die Höhe der Trendabweichungen größeren Änderungen unterworfen, bis der Trendverlauf „stabil“ wird. Diese Unsicherheit am Trendende kann bei beiden Filtern mit Hilfe von ARIMA-Prognosen quantifiziert werden.

Angesichts dieser Ergebnisse prüft die Bundesbank, ob und inwieweit sie ihr gegenwärtiges Verfahren umstellt.

Tabelle 10: Eigenschaften des Hodrick-Prescott-Filters, der erweiterten exponentiellen Glättung und des Low-Pass-Filters von Baxter und King

	Vorteile eher bei ...		
	Hodrick-Prescott-Filter	EEG-Filter	Baxter-King-Low-Pass-Filter
Internationale Verbreitung; Bekanntheit	X		* ¹⁵⁹
Einfachheit in der Anwendung	X	X	X
Trendschätzung bis an das Reihenende	X	X	
Endpunktsensitivität		X	
Revisionslänge	X		* ¹⁶⁰
Wendepunktbestimmung	X	X	X
Vermeidung von Verzerrung (Erzeugung von Scheinzyklen)	für I(2)-Reihen	für I(1)-Reihen	* ¹⁶¹

¹⁵⁹ Der Baxter-King-Filter wird üblicherweise als Band-Pass-Filter eingesetzt, um den Konjunkturzyklus aus einer Zeitreihe zu extrahieren.

¹⁶⁰ Konzeptionell kein sinnvolles Kriterium, da keine vorläufigen Trendschätzungen zum Reihenende hin ermittelt werden.

¹⁶¹ Dieses Kriterium wurde im Rahmen dieser Arbeit für den Baxter-King-Low-Pass-Filter nicht untersucht.

Literaturverzeichnis

- Anas**, Jacques, und Laurent **Ferrara** 2002. A Comparative Assessment of Parametric and Non-Parametric Turning Points Detection Methods: The Case of the Euro-Zone Economy. Arbeitspapier vorgestellt auf dem „Colloquium on Modern Tools for Business Cycle Analysis“ in Luxembourg, November 2002.
- Astolfi**, Roberto, Dominique **Ladiray** und Gian Luigi **Mazzi** 2001. Business Cycle Extraction of Euro-Zone GDP: Direct versus Indirect Approach. *Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung (DIW), Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung*, Heft 3/2001, S. 377 – 398.
- Australian Bureau of Statistics** 2001. An Introductory Course on Time Series Analysis. *Information Paper* No. 1346.0.55.001.
- Baghli**, Mustapha, Carine **Bouthevillain**, Olivier **De Bandt**, Henri **Fraisse**, Hervé **Le Bihan** und Philippe **Rousseaux** 2002. PIB potentiel et écart de PIB: quelques évaluations pour la France. *Banque de France, Notes d'Études et de Recherche* n°89.
- Bank of Japan** 2003. The Output Gap and the Potential Growth Rate: Issues and Applications as an Indicator for the Pressure on Price Change. *Quarterly Bulletin*, May 2003, S. 1 – 42.
- Baxter**, Marianne, und Robert G. **King** 1995. Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *NBER Working Paper Series, Working Paper* No. 5022.
- Baxter**, Marianne, und Robert G. **King** 1999. Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series. *The Review of Economics and Statistics* 81(4), S. 575 – 593.
- Bouthevillain**, Carine, Philippine **Cour-Thimann**, Gerrit **van den Dool**, Pablo **Hernández de Cos**, Geert **Langenus**, Matthias **Mohr**, Sandro **Momigliano** und Mika **Tujula** 2001. Cyclically Adjusted Budget Balances: An Alternative Approach. *European Central Bank, Working Paper* No. 77.
- Box**, George E. P., und Gwilym M. **Jenkins** 1970. Time Series Analysis – Forecasting and Control. San Francisco: Holden-Day.
- Box**, George E. P., und Gwilym M. **Jenkins** 1976. Time Series Analysis – Forecasting and Control. Revised Edition. San Francisco: Holden-Day.
- Bry**, Gerhard, und Charlotte **Boschan** 1971. Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs. New York: National Bureau of Economic Research.
- Bundesministerium der Finanzen** 2000. Übersicht über die Steuerrechtsänderungen seit 1964/1965. Berlin.
- Burns**, Arthur F., und Wesley C. **Mitchell** 1947. Measuring Business Cycles. New York: National Bureau of Economic Research.

- Butler**, Leo 1996. The Bank of Canada's New Quarterly Projection Model, Part 4. A Semi-Structural Method to Estimate Potential Output: Combining Economic Theory with a Time-Series Filter. *Bank of Canada, Technical Report No. 77*.
- Cabrero**, Alberto 2000. Seasonal Adjustment in Economic Time Series: The Experience of the Banco de España, *Banco de España – Servicio de Estudios, Documento de Trabajo n.º 0002*.
- Conway**, Paul, und Ben **Hunt** 1997. Estimating Potential Output: a semi-structural approach. *Bank of New Zealand, Discussion Paper G97/9*.
- Danthine**, Jean-Pierre, und Michel **Girardin** 1989. Business Cycles in Switzerland. A Comparative Study. *European Economic Review*, 33(1), S. 31 – 50.
- Denis**, Cécile, Kieran **Mc Morrow** und Werner **Röger** 2002. Production Function Approach to Calculating Potential Growth and Output Gaps – Estimates for the EU Member States and the US. *European Commission DG ECFIN, European Economy, Economic Papers No. 176*.
- Depoutot**, Raoul, und Christophe **Planas** 1998. Comparing Seasonal Adjustment and Trend Extraction Filters with Application to a Model-Based Selection of X11 Linear Filters. *Eurostat Working Group Document*.
- Deutsche Bundesbank** 1972. *Statistische Beihefte zu den Monatsberichten der Deutschen Bundesbank, Reihe 4 „Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen“*, Nr. 6, Juni 1972.
- Deutsche Bundesbank** 1996. Programm TREAB: Ausschaltung von Konjunkturzyklen in Zeitreihen (Programmbeschreibung auf Anfrage verfügbar).
- Dickey**, David A., und Wayne A. **Fuller** 1979. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association* 74, S. 427 – 431.
- Ehlgén**, Jürgen 1998. Distortionary Effects of the Optimal Hodrick-Prescott Filter. *Economics Letters* 61, S. 345 – 349.
- Europäische Zentralbank** 2000. Potenzialwachstum und Produktionslücke: Begriffsabgrenzung, Anwendungsbereiche und Schätzergebnisse. *EZB-Monatsbericht* Oktober 2000, S. 39 – 50.
- Findley**, David F., Brian C. **Monsell**, William R. **Bell**, Mark C. **Otto** und Bor-Chung **Chen** 1998. New Capabilities and Methods of the X-12-ARIMA Seasonal Adjustment Program. *Journal of Business and Economic Statistics*, 16(2), S. 127 – 177.
- Fischer**, Björn, und Christoph **Planas** 1998. Large Scale Fitting of ARIMA Models and Stylised Facts of Economic Time Series. *Eurostat Working Paper 9/1998/A/8*.
- Flaig**, Gebhard 2001. Trend and Cycles in U.S. Real GDP. *CESifo, Working Paper No. 607*.
- French**, Mark W. 2001. Estimating Changes in Trend Growth of Total Factor Productivity: Kalman and H-P Filters versus a Markov-Switching Framework. *The Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series 2001-44*.

- Gabisch**, Günter, und Hans-Walter **Lorenz** 1989. *Business Cycle Theory*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Giorno**, Claude, Pete **Richardson**, Deborah **Roseveare** und Paul **van den Noord** 1995. Estimation Potential Output, Output Gaps and Structural Budget Balances. *OECD, Economics Department Working Papers* No. 152.
- Gómez**, Víctor, und Agustín **Maravall** 1996. Programs TRAMO and SEATS. Instruction for User. *Banco de España – Servicio de Estudios, Documento de Trabajo* n.º 9628.
- Gómez**, Víctor 1998. Butterworth Filters: A New Perspective. *Ministerio de Economía y Hacienda, Dirección General de Análisis y Programación Presupuestaria, Documentos de Trabajo* D-98008; Madrid.
- Haberler**, Gottfried 1955. *Prosperität und Depression: Eine theoretische Untersuchung der Konjunkturbewegungen*. 2. Auflage. Tübingen: Mohr.
- Harvey**, Andrew 2001. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Harvey**, Andrew und Siem Jan **Koopman** 2000. Signal Extraction and the Formulation of Unobserved Components Models. *Econometrics Journal*, 3, S. 84 – 107.
- Harvey**, Andrew, und Thomas **Trimbur** 2003. Trend Estimation, Signal-Noise Ratios and the Frequency of Observations. Arbeitspapier vorgestellt auf dem „4th Eurostat and DG ECFIN Colloquium on Modern Tools for Business Cycle Analysis“ in Luxembourg, Oktober 2003.
- Harvey**, Andrew C. und Thomas M. **Trimbur** 2003a. General Model-Base Filters for Extracting Cycles and Trend in Economic Time Series. *The Review of Economics and Statistics* 85(2), S. 244 – 255.
- Higo**, Masahiro, und Sachiko Kuroda **Nakada** 1998. How Can We Extract a Fundamental Trend from an Economic Time-Series?. *Bank of Japan, Institute for Monetary and Economics Studies, Monetary and Economics Studies*, 16(2), S. 61 –111.
- Hodrick**, Robert J., und Edward C. **Prescott** 1980. Post-War U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Carnegie-Mellon-University, Discussion Paper* No. 451.
- Hodrick**, Robert J., und Edward C. **Prescott** 1997. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1), S. 1 – 16.
- Kaiser**, Regina, und Agustín **Maravall** 2001. *Measuring Business Cycles in Economic Time Series*, Lecture Notes in Statistics. New York, Berlin: Springer.
- Kaiser**, Regina, und Agustín **Maravall** 2002. A Complete Model-Based Interpretation of the Hodrick-Prescott-Filter: Spuriousness Reconsidered. *Banco de España – Servicio de Estudios, Documento de Trabajo* n.º 0208.
- Kalman**, Rudolf E. 1960. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Transaction of the ASME – Journal of Basic Engineering*, 82 (Series D), S. 35 – 45.
- King**, Robert G., und Sergio T. **Rebelo** 1993. Low Frequency Filtering and Real Business Cycles. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 17, S. 207 – 231.

- Kirchner**, Robert 1999. Auswirkungen des neuen Saisonbereinigungsverfahrens Census X-12-ARIMA auf die aktuelle Wirtschaftslage in Deutschland. *Volkswirtschaftliche Forschungsgruppe der Deutschen Bundesbank, Diskussionspapier* 7/99.
- Ladiray**, Dominique, Gian Luigi **Mazzi** und Fabio **Sartori** 2003. Statistical Methods for Potential Output Estimation and Cycle Extraction. *Eurostat Working Papers and Studies*.
- Laxton**, Douglas, und Robert **Tetlow** 1992. A Simple Multivariate Filter for the Measurement of Potential Output. *Bank of Canada, Technical Report* No. 59.
- Laxton**, Douglas, Peter **Isard**, Hamid **Faruqee**, Eswar **Prasad** und Bart **Turtelboom** 1998. MULTIMOD Mark III: The Core Dynamic and Steady-State Models. *International Monetary Fund, Occasional Paper* No. 164.
- Maravall**, Agustín 1993. Stochastic Linear Trends: Models and Estimators. *Journal of Econometrics*, 56(1–2), S. 5 – 37.
- Maravall**, Agustín, und Ana **del Río** 2001. Time Aggregation and the Hodrick-Prescott-Filter. *Banco de España – Servicio de Estudios, Documento de Trabajo* n.º 0108.
- Maußner**, Alfred 1994. Konjunkturtheorie. Berlin, Heidelberg: Springer.
- McCabe**, Brendan P.M., und Stephen J. **Leybourne** 1998. On Estimating an ARMA Model with an MA Unit Root. *Econometric Theory*, 14(3), S. 326 – 338.
- Mohr**, Matthias 2004. A Trend-Cycle Filter. *European Central Bank, Working Paper* (in Kürze erscheinend).
- Moore**, Geoffrey H., und Victor **Zarnowitz** 1984. The Development and Role of the National Bureau's Business Cycle Chronologies. *NBER Working Paper Series, Working Paper* No. 1394.
- Musso**, Alberto 2003. Basic Characteristics of the Euro Area Business Cycle. Arbeitspapier vorgestellt auf dem „4th Eurostat and DG ECFIN Colloquium on Modern Tools for Business Cycle Analysis“ in Luxemburg, Oktober 2003.
- National Bureau of Economic Research (NBER), Business Cycle Dating Committee** 2003. The NBER's Business Cycle Dating Procedure, 21. Oktober 2003.
- Nilsson**, Ronny 2000. OECD System of Leading Indicators. Arbeitspapier vorgestellt auf „OECD and Asian Development Bank: Workshop on Business Tendency Surveys“ in Bangkok, November 2000.
- Ooms**, Marius, und Uwe **Hassler** 1996. A Note on the Effect of Seasonal Dummies on the Periodogram Regression. *Erasmus University Rotterdam, Econometric Institute, Report* EI-9629/A.
- Orphanides**, Athanasios, und Simon **van Norden** 1999. The Reliability of Output Gap Estimates in Real Time. *The Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series* 1999–38.

- Pedersen**, Torben M. 2001. The Hodrick-Prescott Filter, the Slutsky Effect, and the Distortionary Effect of Filters. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 25(8), S. 1081 – 1101.
- Rinne**, Horst, und Katja **Specht** 2002. *Zeitreihen: Statistische Modellierung, Schätzung und Prognose*. München: Vahlen.
- Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung (SVR)** 2003. *Staatsfinanzen konsolidieren – Steuersystem reformieren, Jahresgutachten 2003/04*. Wiesbaden.
- Schlittgen**, Rainer, und Bernd H. J. **Streitberg** 2001. *Zeitreihenanalyse*. München, Wien: Oldenbourg.
- Schumpeter**, Joseph A. 1939. *Business Cycles: A Theoretical, Historical and Statistical Analysis of the Capitalist Process*. New York, London: McGraw-Hill Book Company.
- Tödter**, Karl-Heinz 2002. Exponential Smoothing as an Alternative to the Hodrick-Prescott-Filter? in: Klein, Ingo und Mittnik, Stefan (Hrsg.). *Contributions to Modern Econometrics – From Data Analysis to Economic Policy*. Boston: Kluwer Academic Publishers, S. 223 – 237.
- U.S. Census Bureau** 2002. X-12-ARIMA Reference Manual. Version 0.2.10 (Stand: 26. Juli 2002).
- Whittle**, Peter 1983. *Prediction and Regulation by Linear Least-Square Methods*. Second Edition (Revised). Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Zarnowitz**, Victor 1991. What is a Business Cycle?. *NBER Working Paper Series, Working Paper No. 3863*.
- Zarnowitz**, Victor, und Ataman **Ozyildirim** 2002. Time Series Decomposition and Measurement of Business Cycles, Trends and Growth Cycles. *NBER Working Paper Series, Working Paper No. 8736*.

Folgende Diskussionspapiere sind seit 2004 erschienen:

Reihe 1: Volkswirtschaftliche Studien

- | | | | |
|----|------|--|---------------------------------------|
| 1 | 2004 | Foreign Bank Entry into Emerging Economies:
An Empirical Assessment of the Determinants
and Risks Predicated on German FDI Data | Torsten Wezel |
| 2 | 2004 | Does Co-Financing by Multilateral Development
Banks Increase “Risky” Direct Investment in
Emerging Markets? –
Evidence for German Banking FDI | Torsten Wezel |
| 3 | 2004 | Policy Instrument Choice and Non-Coordinated
Monetary Policy in Interdependent Economies | Giovanni Lombardo
Alan Sutherland |
| 4 | 2004 | Inflation Targeting Rules and Welfare
in an Asymmetric Currency Area | Giovanni Lombardo |
| 5 | 2004 | FDI versus cross-border financial services:
The globalisation of German banks | Claudia M. Buch
Alexander Lipponer |
| 6 | 2004 | Clustering or competition? The foreign
investment behaviour of German banks | Claudia M. Buch
Alexander Lipponer |
| 7 | 2004 | PPP: a Disaggregated View | Christoph Fischer |
| 8 | 2004 | A rental-equivalence index for owner-occupied
housing in West Germany 1985 to 1998 | Claudia Kurz
Johannes Hoffmann |
| 9 | 2004 | The Inventory Cycle of the German Economy | Thomas A. Knetsch |
| 10 | 2004 | Evaluating the German Inventory Cycle
Using Data from the Ifo Business Survey | Thomas A. Knetsch |
| 11 | 2004 | Real-time data and business cycle analysis
in Germany | Jörg Döpke |

12	2004	Business Cycle Transmission from the US to Germany – a Structural Factor Approach	Sandra Eickmeier
13	2004	Consumption Smoothing Across States and Time: International Insurance vs. Foreign Loans	George M. von Furstenberg
14	2004	Real-Time Estimation of the Output Gap in Japan and its Usefulness for Inflation Forecasting and Policymaking	Koichiro Kamada
15	2004	Welfare Implications of the Design of a Currency Union in Case of Member Countries of Different Sizes and Output Persistence	Rainer Frey
16	2004	On the decision to go public: Evidence from privately-held firms	Ekkehart Boehmer Alexander Ljungqvist
17	2004	Who do you trust while bubbles grow and blow? A comparative analysis of the explanatory power of accounting and patent information for the market values of German firms	Fred Ramb Markus Reitzig
18	2004	The Economic Impact of Venture Capital	Astrid Romain, Bruno van Pottelsberghe
19	2004	The Determinants of Venture Capital: Additional Evidence	Astrid Romain, Bruno van Pottelsberghe
20	2004	Financial constraints for investors and the speed of adaption: Are innovators special?	Ulf von Kalckreuth
21	2004	How effective are automatic stabilisers? Theory and results for Germany and other OECD countries	Michael Scharnagl Karl-Heinz Tödter

22	2004	Asset Prices in Taylor Rules: Specification, Estimation, and Policy Implications for the ECB	Pierre L. Siklos Thomas Werner Martin T. Bohl
23	2004	Financial Liberalization and Business Cycles: The Experience of Countries in the Baltics and Central Eastern Europe	Lúcio Vinhas de Souza
24	2004	Towards a Joint Characterization of Monetary Policy and the Dynamics of the Term Structure of Interest Rates	Ralf Fendel
25	2004	How the Bundesbank really conducted monetary policy: An analysis based on real-time data	Christina Gerberding Andreas Worms Franz Seitz
26	2004	Real-time Data for Norway: Challenges for Monetary Policy	T. Bernhardsen, Ø. Eitrheim, A.S. Jore, Ø. Røisland
27	2004	Do Consumer Confidence Indexes Help Forecast Consumer Spending in Real Time?	Dean Croushore
28	2004	The use of real time information in Phillips curve relationships for the euro area	Maritta Paloviita David Mayes
29	2004	The reliability of Canadian output gap estimates	Jean-Philippe Cayen Simon van Norden
30	2004	Forecast quality and simple instrument rules - a real-time data approach	Heinz Glück Stefan P. Schleicher
31	2004	Measurement errors in GDP and forward-looking monetary policy: The Swiss case	Peter Kugler Thomas J. Jordan Carlos Lenz Marcel R. Savioz

32	2004	Estimating Equilibrium Real Interest Rates in Real Time	Todd E. Clark Sharon Kozicki
33	2004	Interest rate reaction functions for the euro area Evidence from panel data analysis	Karsten Ruth
34	2004	The Contribution of Rapid Financial Development to Asymmetric Growth of Manufacturing Industries: Common Claims vs. Evidence for Poland	George M. von Furstenberg
35	2004	Fiscal rules and monetary policy in a dynamic stochastic general equilibrium model	Jana Kremer
36	2004	Inflation and core money growth in the euro area	Manfred J.M. Neumann Claus Greiber
37	2004	Taylor rules for the euro area: the issue of real-time data	Dieter Gerdesmeier Barbara Roffia
38	2004	What do deficits tell us about debt? Empirical evidence on creative accounting with fiscal rules in the EU	Jürgen von Hagen Guntram B. Wolff
39	2004	Optimal lender of last resort policy in different financial systems	Falko Fecht Marcel Tyrell
40	2004	Expected budget deficits and interest rate swap spreads - Evidence for France, Germany and Italy	Kirsten Heppke-Falk Felix Hüfner
41	2004	Testing for business cycle asymmetries based on autoregressions with a Markov-switching intercept	Malte Knüppel
1	2005	Financial constraints and capacity adjustment in the United Kingdom – Evidence from a large panel of survey data	Ulf von Kalckreuth Emma Murphy

2	2005	Common stationary and non-stationary factors in the euro area analyzed in a large-scale factor model	Sandra Eickmeier
3	2005	Financial intermediaries, markets, and growth	F. Fecht, K. Huang, A. Martin
4	2005	The New Keynesian Phillips Curve in Europe: does it fit or does it fail?	Peter Tillmann
5	2005	Taxes and the financial structure of German inward FDI	Fred Ramb A. J. Weichenrieder
6	2005	International diversification at home and abroad	Fang Cai Francis E. Warnock
7	2005	Multinational enterprises, international trade, and productivity growth: Firm-level evidence from the United States	Wolfgang Keller Steven R. Yeaple
8	2005	Location choice and employment decisions: a comparison of German and Swedish multinationals	S. O. Becker, K. Ekholm, R. Jäckle, M.-A. Muendler
9	2005	Business cycles and FDI: evidence from German sectoral data	Claudia M. Buch Alexander Lipponer
10	2005	Multinational firms, exclusivity, and the degree of backward linkages	Ping Lin Kamal Saggi
11	2005	Firm-level evidence on international stock market comovement	Robin Brooks Marco Del Negro
12	2005	The determinants of intra-firm trade: in search for export-import magnification effects	Peter Egger Michael Pfaffermayr

13	2005	Foreign direct investment, spillovers and absorptive capacity: evidence from quantile regressions	Sourafel Girma Holger Görg
14	2005	Learning on the quick and cheap: gains from trade through imported expertise	James R. Markusen Thomas F. Rutherford
15	2005	Discriminatory auctions with seller discretion: evidence from German treasury auctions	Jörg Rocholl
16	2005	Consumption, wealth and business cycles: why is Germany different?	B. Hamburg, M. Hoffmann, J. Keller
17	2005	Tax incentives and the location of FDI: evidence from a panel of German multinationals	Thiess Buettner Martin Ruf
18	2005	Monetary Disequilibria and the Euro/Dollar Exchange Rate	Dieter Nautz Karsten Ruth
19	2005	Berechnung trendbereinigter Indikatoren für Deutschland mit Hilfe von Filterverfahren	Stefan Stamford

Reihe 2: Studien zu Banken und Finanzwirtschaft

1	2004	Forecasting Credit Portfolio Risk	A. Hamerle, T. Liebig, H. Scheule
2	2004	Systematic Risk in Recovery Rates – An Empirical Analysis of US Corporate Credit Exposures	Klaus Düllmann Monika Trapp
3	2004	Does capital regulation matter for bank behaviour? Evidence for German savings banks	Frank Heid Daniel Porath Stéphanie Stolz
4	2004	German bank lending during emerging market crises: A bank level analysis	F. Heid, T. Nestmann, B. Weder di Mauro, N. von Westernhagen
5	2004	How will Basel II affect bank lending to emerging markets? An analysis based on German bank level data	T. Liebig, D. Porath, B. Weder di Mauro, M. Wedow
6	2004	Estimating probabilities of default for German savings banks and credit cooperatives	Daniel Porath
1	2005	Measurement matters – Input price proxies and bank efficiency in Germany	Michael Koetter
2	2005	The supervisor's portfolio: the market price risk of German banks from 2001 to 2003 – Analysis and models for risk aggregation	Christoph Memmel Carsten Wehn
3	2005	Do banks diversify loan portfolios? A tentative answer based on individual bank loan portfolios	Andreas Kamp Andreas Pfingsten Daniel Porath

Aufenthalt als Gastforscher bei der Deutschen Bundesbank

Die Bundesbank bietet Gastforschern die Möglichkeit eines Aufenthalts im volkswirtschaftlichen Forschungszentrum. Dabei ist in erster Linie an Professoren und Habilitanden auf dem Gebiet der Volkswirtschaftslehre gedacht. Der Aufenthalt im Forschungszentrum soll dazu dienen ein Forschungsprojekt aus den Feldern Makroökonomie, monetäre Ökonomie, Finanzmärkte oder internationale Beziehungen zu bearbeiten. Ein Forschungsaufenthalt kann zwischen drei und sechs Monate dauern. Die Bezahlung richtet sich nach den Erfahrungen des Gastforschers.

Bewerber werden gebeten, einen Lebenslauf, neuere Forschungsarbeiten, Empfehlungsschreiben und einen Projektvorschlag zu senden an:

Deutsche Bundesbank
Personalabteilung
Wilhelm-Epstein-Str. 14

60431 Frankfurt

