



# Der Informationsgehalt von Derivaten für die Geldpolitik

Implizite Volatilitäten und Wahrscheinlichkeiten

Holger Neuhaus

Diskussionspapier 3/95

Volkswirtschaftliche Forschungsgruppe  
der Deutschen Bundesbank

---

Juli 1995

Die in dieser Reihe veröffentlichten Diskussionspapiere  
spiegeln die persönliche Auffassung des Autors und  
nicht notwendigerweise die der Deutschen Bundesbank wider.

**Deutsche Bundesbank, 60431 Frankfurt am Main, Wilhelm-Epstein-Straße 14  
Postfach 10 06 02, 60006 Frankfurt am Main**

**Fernruf (0 69) 95 66-1**

**Telex Inland 4 1 227, Telex Ausland 4 14 431, Telefax (0 69) 5 60 10 71**

**Bestellungen schriftlich erbeten an:**

**Abteilung Presse und Information, Postanschrift oder Telefax (0 69) 95 66-30 77**

**Nachdruck nur mit Quellenangabe gestattet**

**ISBN 3-927951-66-8**

# **The information content of derivatives for monetary policy**

## **Implied volatilities and probabilities**

### **Summary**

There is much discussion about derivatives at central banks. The main focus is on questions about the impact of the growing use of derivative instruments on the stability of the financial markets and the effectiveness of monetary policy measures. Irrespective of the answers, the information contained in the prices of derivatives can be recovered and used by monetary policy-makers for the monetary policy decision process and operational purposes. Since option prices - unlike, for instance, futures or forward rates - by construction also contain information on the expected price or rate fluctuations of the underlying and in fact also on the probability distributions of future events, the focus of the present study is on options.

First it will be shown that the prices of European options can be computed either directly by assuming a probability distribution for the price of the underlying on maturity or indirectly by means of assuming a random process. Before a new distribution-free method for determining implied probabilities is presented and used, the common indirect procedure is followed: the estimated process parameter, the implied volatility, is derived from LIFFE data for Bund future option prices and subjected to an extensive empirical analysis. The relationship between historical volatilities, various implied volatility measures and - after measuring these - actually realised volatilities (HV, IV, ZV) 20, 40, and 60 trading days before the maturity of the options is analysed. The IV measures are calculated from at-the-money calls or puts (CALL, PUT, CALL&PUT), simple or weighted averages (MITTEL, KAPPA) of all call options traded on the respective days and from intertemporal averages of at-the-money calls on the last five trading days (FED80, FED60).

As expected, the impact of historical on implied volatilities is significant, but they cannot be considered to be the sole determinant. This is consistent with theoretical considerations that option prices contain market expectations regarding the future price volatility of the underlying. The empirical analysis, however, goes beyond the description of market expectations and examines whether implied volatilities are also suitable for forecasting future volatilities. Forecasts based on implied volatilities about the direction in which the price fluctuations of the underlying would point turn out to be reliable. The results of quantitative forecasts, on the other hand, are disillusioning. Even the highest degree of forecasting reliability obtained for a remaining maturity of 40 trading days is, measured by

the determination coefficient, a mere 44% or less. Moreover, the regression series confirm the superiority of the historical volatilities, which by definition relate to the past, if the forecasting horizon is short. Even though forecasting errors sometimes assume considerable proportions, the t-test for the simple quantitative forecast does not reveal a systematic error for any of the implied volatility measures. This implies that the actual option premiums do not deviate systematically from their fair value; there seem to be no risk premiums.

The findings of the study as to whether players in the option markets might perhaps concentrate on the immediate future are ambivalent: Some implied volatilities measured 60 trading days before maturity of the options explain variations in the volatilities actually realised in the subsequent five trading days (ZV5) at a rate of over 60%. On the other hand, the determination coefficient of all other maturities is considerably below the value reached when using ZV as a regressant, and this is an indication that market participants tend to be geared to the "long term".

In short, it may be stated that the implied volatilities of Bund future options are useful for describing market expectations regarding the price or rate volatility of the underlying. In addition, they contain in particular information on the subsequent actual trend. For these and other forecasting purposes one of the three IV measures CALL, KAPPA or MITTEL should be used which exhibit the best properties.

A possible reason for the low degree of reliability of quantitative forecasts is, above all, the continuous news which necessitate ongoing price or rate adjustments and which considerably complicate forecasts. Another reason is probably that market players, while using the Black-Scholes model as a common language, as it were, for communication purposes, are not convinced of the reliability of the model and therefore manually adjust prices or calculate them using other methods. To avoid these difficulties, a more general option price model is used where there is no need for assuming particular random processes and which is directly based on the probability distribution of the price of the underlying. Thereafter, a new method is presented with the help of which the probabilities implied in a series of option prices can be determined by approximating the first partial derivative of the option price with respect to the strike price. In this way the probabilities expected by market players for the price or rate of the underlying on maturity being within, above or below specific intervals can be calculated. Distribution-free methods used so far for determining implied probabilities, which are based on the method of the Breeden-Litzenberg type - and thus on an approximation of the probability density, are frequently

faced with the problem that they can assign to the price or rate interval for which data is available a probability sum of less than 100% only. This makes it necessary to use assumptions regarding how much of the missing probability is to be assigned to which edge of the interval observed. On the other hand, the assumptions are obsolete in the approach presented here as it is based on the approximation of the probability distribution. The calculation of this function immediately shows how much of the probability mass is outside the upper or lower edge.

Technically, advantages of the indicator "implied probabilities" are, besides its forecasting horizon, which depending on the market is up to one year, its daily availability, a fully adequate up-to-dateness for most monetary policy objectives and international comparability. Moreover, an analysis of implied probabilities calculated from options on a future obviates in principle the need for looking at the underlying itself since the expectation value resulting from the implied probabilities is identical with the future price or rate. The future is thus redundant.

Using the risk-neutral probabilities determined, which are revealed preferences, objective statements on market expectations can be made. With their help it is possible not only to determine the future values expected by market players "on average". The approach goes beyond this and makes it possible to calculate quantiles or uncertainty or dispersion measures such as the interquartile range. It is also possible to see whether the implied probabilities are distributed multi-modally, which can prevent misjudgements of market expectations as may occur when using point estimators.

The knowledge derived from implied probabilities can be of major importance for preparing monetary policy measures and determining the best timing of such action. Thus a central bank may intervene in one way or another to reduce "undesirable" uncertainty in a market. Because of the flexibility of the method developed, the type of market, say, money, bond or foreign exchange market, is of secondary importance. Other possible uses are assisting money market management, in particular when deciding whether to use a variable-rate or fixed-rate tender, or as an ex-ante risk measure for banking supervision purposes or risk management. Moreover, implied probabilities also make it possible to check the success of monetary policy measures.



# Inhaltsverzeichnis

<b>I. Einleitung</b>	1
<b>II. Eine knappe Einführung in die Optionspreistheorie</b>	3
<b>III. Implizite Volatilitäten</b>	6
1 Eigenschaften der Volatilität in Modellen des Black-Scholes-Typs	6
2 Empirische Untersuchung	9
2.1 Daten	10
2.2 Ergebnisse der empirischen Untersuchung	14
2.2.1 Qualitative Prognosen	14
2.2.2 Einfache quantitative Prognosen	18
2.2.3 Regressionsanalyse	20
2.2.3.1 Der Erklärungsgehalt von impliziten und historischen Volatilitäten	20
2.2.3.2 Der Einfluß von historischen auf implizite Volatilitäten	25
2.2.3.3 Encompassing-Test	26
2.2.3.4 Empirische Analysen im Vergleich	32
3 Fazit	33
<b>IV. Implizite Wahrscheinlichkeiten</b>	36
1 Verfahren zur Ermittlung impliziter Wahrscheinlichkeiten	36

1.1 Implizite Wahrscheinlichkeiten in Modellen vom Black-Scholes-Typ	36
1.2 Bisher verwendete verteilungsfreie Ansätze zur Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten	37
1.3 Ein neuer Ansatz	41
2 Eigenschaften der impliziten Wahrscheinlichkeiten	42
3 Empirische Analyse	45
3.1 Optionen auf den Bund-Future	45
3.1.1 Vorgehensweise	45
3.1.2 Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Zeitverlauf	47
3.2 Optionen auf den Euromark-Future	50
3.2.1 Vorgehensweise	51
3.2.2 Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Zeitverlauf	53
3.2.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen für verschiedene zukünftige Zeitpunkte	54
3.2.4 Wahrscheinlichkeitsverteilungen für verschiedene zukünftige Zeitpunkte an unterschiedlichen Tagen	57
<b>V. Resümee und Einsatzmöglichkeiten für die Indikatoren</b>	<b>61</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>68</b>
<b>Anhang</b>	<b>73</b>
Ausgewählte Formeln	73

## **Tabellenverzeichnis**

1:	Qualitative Volatilitätsprognosen	15
2:	Verschiedene Fehlermaße quantitativer Prognosen	19
3:	Zu testende Hypothesen für eine rationale Informationsverarbeitung	21
4:	Erklärungsgehalt von impliziten und historischen Volatilitäten für ZV	22
5:	Erklärungsgehalt von impliziten und historischen Volatilitäten für ZV5	24
6:	Einfluß der historischen Volatilitäten auf implizite Volatilitäten	26
7:	Kategorien beim Encompassing-Test	27
8:	Encompassing-Test I (Regressand: ZV)	29
9:	Encompassing-Test II (Regressand: ZV5)	31
10:	Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten aus Prämien von Bund-Future-Optionen	46
11:	Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten aus Prämien von Euromark-Future-Calloptionen (Basiswert = Future)	52
12:	Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten aus Prämien von Euromark-Future-Calloptionen (Basiswert = Zinssatz)	52

## **Abbildungsverzeichnis**

1:	Schematisch dargestelltes "Volatility Smile"	8
2:	Berechnungszeiträume für HV, ZV und ZV5	12
3:	Historische, implizite und tatsächlich realisierte Volatilitäten mit 60, 40 und 20 Tagen Restlaufzeit	17
4:	Multimodale Wahrscheinlichkeitsdichte bei der Erwartung zweier Szenarien	44
5:	Bund-Future-Optionen: Quartile und Quartilsabstände von impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen	50
6:	Euromark-Future-Optionen: Quartile und Quartilsabstände von impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen	54
7:	Histogramme: Implizite Wahrscheinlichkeiten unterschiedlicher Optionskontrakte; Daten vom 04.03.1994	56
8:	Implizite Zinssätze, Quartile und Quartilsabstände unterschiedlicher Laufzeitklassen; Daten vom 04.03.1994	57
9:	Quartile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen verschiedener Fristen und Tage: 09.02.94 und 11.02.94	58
10:	Quartile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen verschiedener Fristen und Tage: 09.02.94 und 17.02.94	60
11:	Quartile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen verschiedener Fristen und Tage: 09.02.94 und 04.03.94	61

# Der Informationsgehalt von Derivaten für die Geldpolitik

## Implizite Volatilitäten und Wahrscheinlichkeiten \*

Welcher Laie wird wohl je verstehen, daß der Verkäufer der Verkaufsoption bei Ausübung der Verkaufsoption durch den Käufer der Verkaufsoption der Käufer der von dem Käufer der Verkaufsoption verkauften Wertpapiere ist?<sup>1</sup>

### I. Einleitung

Über Derivate wird bei Zentralbanken viel diskutiert. Im Mittelpunkt stehen insbesondere die Fragen nach dem Einfluß der zunehmenden Verwendung derivativer Finanzinstrumente auf die Stabilität der Finanzmärkte und die Wirksamkeit geldpolitischer Maßnahmen.<sup>2</sup> Unbenommen der Antworten darauf, lassen sich die in Derivatepreisen enthaltenen Informationen für den geldpolitischen Entscheidungsprozeß sowie für die operative Ebene sichtbar und nutzbar machen.

Zwar können Future- und Terminkurse, die sich aus ihren jeweiligen Kassakursen und den sogenannten Haltekosten kalkulieren lassen, unter Umständen Erwartungswerte darstellen.

---

\* Mein Dank gilt B. Bahra, C. Butler von der Bank of England, J. Clostermann, R. Fecht, S. Schich, F. Seitz, K.-H. Tödter von der Deutschen Bundesbank, A.M. Malz, A. Rodrigues von der Federal Reserve Bank of New York, W. Melick, Ch. Thomas vom Federal Reserve Board, P. Pinkava von Nomura International, F. Lehrbaß, R. Neuhaus von der WestLB und H.-E. Reimers für wertvolle Hinweise. Des weiteren möchte ich den Teilnehmern an einem Workshop bei der Deutschen Bundesbank und der Konferenz "Forecasting Financial Markets" des Imperial College in Zusammenarbeit mit der Chemical Bank für eine lebhaftige Diskussion danken. Die verwendeten Daten wurden mir freundlicherweise von der Londoner Termin- und Optionsbörse Liffe zur Verfügung gestellt. Eine große Hilfe bei der Verarbeitung dieser Daten waren Frau F. Mai und Frau T. Werle.

<sup>1</sup> Demoliere, S., zitiert nach Usczapowski, I. (1993), S.41.

<sup>2</sup> Vgl. Bank for International Settlements (1994c, 1995), Crockett, A. (1995), Deutsche Bundesbank (1994).

Jedoch dürften ihnen nicht mehr Informationen über Markterwartungen oder zukünftige Kassakurse zu entnehmen sein, als aus den einzelnen Komponenten der jeweiligen Preisformel hervorgeht. Anders verhält es sich bei Optionspreisen, die zwar ebenfalls mittels Arbitrageannahmen herleitbar sind, konstruktionsbedingt aber auch Informationen über erwartete Kursschwankungen des jeweiligen Basiswerts und sogar über Wahrscheinlichkeitsverteilungen zukünftiger Ereignisse enthalten. Aus diesem Grund liegt der Fokus im folgenden auf Optionen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sollen nach einer kurzen Erläuterung der relevanten Grundlagen der Optionspreistheorie (Kapitel II) zunächst die folgenden Fragen beantwortet werden:

- ♦ In welcher Beziehung stehen die aus Bund-Future-Optionspreisen berechneten impliziten Volatilitäten zu den historischen und zukünftigen Kursvolatilitäten ihres Basiswerts? (Kapitel III)
- ♦ Können implizite Volatilitäten nicht nur als Indikator für Markterwartungen, sondern auch zur Prognose zukünftiger Kursschwankungen ihres Basiswerts verlässlich eingesetzt werden? (Kapitel III)
- ♦ Sind die Teilnehmer auf Optionsmärkten extrem kurzfristig orientiert? (Kapitel III)

Nach der Präsentation einer neuen verteilungsfreien Methode zur Ermittlung von in Optionspreisen implizit enthaltenen Wahrscheinlichkeiten (Kapitel IV), die Marktteilnehmer dem Kurs des jeweiligen Basiswertes am Verfalltag einer Option zuschreiben, soll untersucht werden,

- ♦ welche Informationen man erhält, wenn diese Verfahrensweise auf Zinsoptionen auf deutsche Geld- und Rentenmarktinstrumente angewandt wird, (Kapitel IV) und
- ♦ wie diese komplexen Informationen dargestellt werden können. (Kapitel IV)

Der letzte Abschnitt (Kapitel V) faßt schließlich die Resultate zusammen und zeigt Einsatzmöglichkeiten für die zuvor betrachteten Indikatoren auf.

## II. Eine knappe Einführung in die Optionspreistheorie

Ein Optionsgeschäft führt zu unterschiedlichen Rechten und Pflichten der beiden Vertragspartner: Der Käufer einer Option auf einen Gegenstand erwirbt gegen Zahlung einer Optionsprämie (Preis) das Recht (ohne Verpflichtung), am Verfalltag (europäische Option) oder während der Laufzeit bis zum Verfalltag der (amerikanischen) Option eine bestimmte Menge des Gegenstandes (Basiswert bzw. Underlying) zu einem spezifizierten Preis (Ausübungs- bzw. Strikepreis oder Strike) zu kaufen (Kauf- bzw. Calloption) oder zu verkaufen (Verkauf- bzw. Putoption). Der Verkäufer (Stillhalter) hingegen ist verpflichtet, den Gegenstand zu liefern bzw. abzunehmen.<sup>3</sup>

Optionen können somit als Kurssicherungsinstrument, aber auch für Spekulationszwecke eingesetzt werden. Der Käufer eines Dollarcalls würde sich demnach gegen einen steigenden (DM/\$-) Wechselkurs versichern bzw. von ihm profitieren; der Inhaber einer Kaufoption auf eine Anleihe würde an einem steigenden Anleihekurs und somit an sinkenden Renditen verdienen.<sup>4</sup> Ein Put auf eine Anleihe kann also auch als Versicherung gegen fallende Kurse interpretiert werden.

Bevor nun in den späteren Kapiteln Informationen aus Optionspreisen hergeleitet werden, soll zunächst gezeigt werden, wie solche Optionsprämien errechnet werden können und welche Informationen überhaupt in diese Variable eingehen. Zweckmäßigerweise betrachtet man zunächst die Auszahlung  $A$ , die der Inhaber einer europäischen Kaufoption beim Auslaufen seiner Option erhält.<sup>5</sup>

$$(1) \quad A = \max(0; F_T - K)$$

$F_T$  bezeichnet den Kurs eines beliebigen Basiswerts am Verfalltag ( $T$ ) der Option und  $K$  den Ausübungspreis. Liegt der (gegenwärtige) Preis  $F$  des Underlying unter  $K$ , so ist die Option "aus dem Geld", sind die Werte identisch liegt die Option "am Geld", ansonsten "im Geld" ("out of", "at the" und "in the money").<sup>6</sup> Wären die Wahrscheinlichkeiten bekannt, mit denen das zugrundeliegende Geschäft am Verfalltag der Option bestimmte

---

<sup>3</sup> Vgl. hierzu etwa Fastrich, H., Hepp, S. (1991); S. 266.

<sup>4</sup> **Kaufoptionen** auf eine Anleihe können ergo auch als **Zinsputs** bezeichnet werden.

<sup>5</sup> Im folgenden werden nur Optionen des europäischen Typs betrachtet.

<sup>6</sup> Die Prämien von am- und Aus-dem-Geld Optionen bestehen lediglich aus einem Zeitwert. Im-Geld Optionen weisen zusätzlich einen sogenannten inneren Wert in Höhe von  $F-K > 0$  (Kaufoptionen) bzw.  $K-F > 0$  (Verkaufoptionen) auf. Liegen sie sehr weit im Geld, bestehen sie nur aus ihrem inneren Wert.

Werte einnimmt, könnte die erwartete Auszahlung berechnet werden. Der Gegenwartswert dieser Größe entspricht genau dem Preis  $C$ , den risikoneutrale Marktteilnehmer für eine Calloption zu zahlen bereit wären.

$$C = e^{-r\tau} E[\max(0, F_T - K)]$$

$$(2) \quad = e^{-r\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} w(F_T) \max(0, F_T - K) dF_T$$

$e^{-r\tau}$  stellt den relevanten Diskontfaktor für die Restlaufzeit<sup>7</sup>  $\tau$  der Option dar, wobei  $r$  für den risikolosen Zinssatz steht, und  $w(F_T)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Wert  $F_T$  festlegt.<sup>8</sup>  $E$  bezeichnet den Erwartungswert in einer risikoneutralen Welt.<sup>9</sup>

Die für die Berechnung von Call- beziehungsweise Putpreisen fehlenden Wahrscheinlichkeiten mit denen das Underlying der Option am Verfalltag bestimmte Werte einnimmt können beispielsweise generiert werden, indem ein Zufallsprozeß unterstellt wird. Dieser Prozeß muß bestimmten Anforderungen genügen. So muß die erwartete Wachstumsrate des Kassakurses des Basiswerts in einem bestimmten Zusammenhang mit dem risikolosen Zinssatz entsprechender Fristigkeit stehen. Hingegen wird für einen Future- bzw. Terminkurs keine Veränderung erwartet. Wird, wie im von Black und Scholes (1973) ursprünglich für europäische Aktienoptionen entwickelten Modell, eine geometrische Brownsche Bewegung unterstellt, muß nur noch die ex ante nicht bekannte Volatilität  $\sigma$  bestimmt werden, die annualisierte Standardabweichung der täglichen, logarithmierten relativen Kursveränderungen. Je größer diese ausfällt, desto breiter können die möglichen Werte des Underlyings am Verfalltag streuen, wobei die geometrische Brownsche Bewegung eine logarithmische Normalverteilung der Zufallsvariablen "Kurs des Basiswerts am Verfalltag der Option" bedingt. Der somit eindeutig festgelegte Zusammenhang zwischen der Volatilität des Zufallsprozesses und der Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariablen wurde von Black und Scholes dazu genutzt,  $C$  als eine Funktion von  $\sigma$  und anderen Parametern darzustellen. Diese Optionspreisformel hat sich trotz der zum Teil restriktiven Annahmen - dazu gehören die log-Normalverteilung der Kurse des Basiswerts (und damit die Normalverteilung der

---

<sup>7</sup> Gemessen als Zahl der verbleibenden Handelstage dividiert durch die Zahl der Handelstage pro Jahr (festgelegt als 252).

<sup>8</sup>  $F_T$  bezeichnet, wie bekannt, den Kurs des Basiswerts am Verfalltag.  $T$  ist somit ein konstanter Index.

<sup>9</sup> Die Prämien für eine europäische Putoption gleichen Strikes läßt sich analog herleiten oder, ist  $C$  erst kalkuliert, aus der sogenannten Put-Call-Parität.

Returns), ein konstanter, risikoloser Zinssatz  $r$ , ein gleichbleibendes  $\sigma$ , die Nichtexistenz von Transaktionskosten sowie ein kontinuierlicher Handel, d.h. es gibt keine Preissprünge - als relativ robust erwiesen und wird von Praktikern nach wie vor und mit in der Regel nur geringen Veränderungen verwendet.

Ferner erwies sich der Ansatz als so flexibel, daß bereits geringfügige Modifikationen ausreichen, um ihn auch für europäische Optionen auf andere Basiswerte, wie z.B. Futures auf Anleihen, einsetzen zu können. Die Formel für solche zinsbezogenen Underlyings, die für geldpolitische Zwecke naturgemäß interessanter sind als etwa Aktien, wurde von Black (1976) hergeleitet; bei ihr ergibt sich der faire Preis für eine Kaufoption aus:<sup>10</sup>

$$(3) \quad C = e^{-r\tau} \left( F \cdot N \left[ \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2}\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \right] - K \cdot N \left[ \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2}\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} - \sigma\sqrt{\tau} \right] \right),$$

wobei  $N[\cdot]$  für den entsprechenden Wert der (kumulierten) Normalverteilung steht und  $F$  für den augenblicklichen Futurekurs. Da bis auf die Volatilität alle relevanten Größen entweder vorgegeben werden oder jederzeit am Markt beobachtbar sind, müssen Schreiber und Käufer der Option sich nur noch über den Wert des Schwankungsmaßes einigen, um ein Geschäft abschließen zu können, denn  $\sigma$  steht (c.p.) in einer eindeutigen Beziehung mit  $C$  (bzw. mit dem Preis für Puts bei Verkaufsoptionen).

Für die Optionspreisbestimmung spielt es keine Rolle, daß die wirkliche Welt nicht risikoneutral ist - immerhin werden viele Optionen gerade aufgrund von Risikoaversion erworben. Black und Scholes haben die Möglichkeit aufgezeigt, ohne Mittelaufwand ein risiko- und ertragloses Portfolio bestehend aus der Option, einem Kredit (bzw. einer Geldanlage) und dem Basiswert zu konstruieren. Anders ausgedrückt: Es ist möglich, eine Option synthetisch mit den beiden anderen Komponenten darzustellen. Da die Kosten für die Erzeugung einer solchen synthetischen Option bekannt sind, kann dann der Optionspreis hergeleitet werden. Existiert eine Differenz zwischen einer Optionsprämie und den Kosten für ihr künstliches Pendant, werden Marktteilnehmer unabhängig von ihren Risikopräferenzen durch Ausnutzen der Arbitragemöglichkeiten den Preisunterschied

---

<sup>10</sup> Vgl. Gemmill, G. (1993), S. 185f.

abbauen. Optionspreise können folglich so bestimmt werden, als befände man sich in einer risikoneutralen Welt.<sup>11</sup>

### III. Implizite Volatilitäten

#### 1 Eigenschaften der Volatilität in Modellen des Black-Scholes-Typs<sup>12</sup>

In der Modellwelt von Black-Scholes wird eine über die gesamte Restlaufzeit hinweg konstante Kursvolatilität des Basiswerts unterstellt; tatsächlich schwankt diese Größe aber im Zeitverlauf. Dieser scheinbare Widerspruch kann dadurch ausgeräumt werden, daß das in der Preisformel verwendete  $\sigma$  als Erwartungswert für die Volatilität des Basiswerts während der gesamten Restlaufzeit angesehen wird. Optionsverkäufer müssen die Volatilität richtig einschätzen, um für ihr Risiko ausreichend kompensiert zu werden. Käufer hingegen werden bemüht sein, diese Variable ebenfalls möglichst akkurat zu prognostizieren, um nicht mehr als den fairen Preis zahlen zu müssen. Somit sollte es sich bei dem in der Optionspreisformel enthaltenen  $\sigma$  um eine vorausschauende Größe handeln, in der alle zum jeweiligen Zeitpunkt bekannten und relevanten Informationen über die Schwankung der logarithmierten, relativen Kursveränderung des Underlying berücksichtigt sind. Wäre dies nicht der Fall, würden einige Marktteilnehmer vermeidbare Verluste hinnehmen müssen, ein Tatbestand, mit dem nicht dauerhaft zu rechnen ist.

Es liegt also auf der Hand, aus beobachtbaren Optionsprämien mittels einer adäquaten Preisformel die **impliziten (erwarteten) Volatilitäten** zu berechnen, um Aussagen über **zukünftig tatsächlich eintretende Kursschwankungen<sup>13</sup>** des Underlyings treffen zu können.<sup>14</sup> Vorteilhaft für die Verwendung der in Optionspreisen indirekt enthaltenen

---

<sup>11</sup> Vgl. für eine ausführliche Darstellung Lehrbass, F.B. (1994).

<sup>12</sup> Hierunter werden alle Modelle verstanden, die direkt aus dem Ansatz von Black-Scholes hergeleitet wurden.

<sup>13</sup> Gemessen wie die implizite Volatilität, nämlich als (annualisierte) Standardabweichung täglicher Kursschwankungen.

<sup>14</sup> Diese Idee war auch die Triebfeder für die Konstruktion des am 5. Dezember 1994 eingeführten VDAX. Dabei handelt es sich um einen Index, der aus impliziten Volatilitäten von DAX-Optionen

Informationen für Prognosezwecke ist auch ihre augenblickliche Verfügbarkeit. Es bedarf bloß der Eingabe von wenigen jederzeit meßbaren Werten, um die implizite Volatilität - im folgenden mit IV abgekürzt - aus einem Optionspreis iterativ ermitteln zu können.<sup>15</sup> Der Einfluß neuer Informationen, wegen der nur geringen Transaktionskosten ohnehin schnell in den Derivatepreisen inkorporiert, kann somit ohne nennenswerte Verzögerung dargestellt werden.

Natürlich sollte nicht außer Acht gelassen werden, daß die impliziten Volatilitäten "nur" Markterwartungen widerspiegeln und diese, selbst wenn sie rational und unter Ausnutzung sämtlicher bekannter Informationen gebildet werden, nicht immer richtig sein müssen. Die Fehler sollten in diesem Fall jedoch nicht systematisch sein. Dennoch ist es möglich, daß die - überwiegend professionellen - Optionsmarktteilnehmer überdurchschnittlich gute Vorhersagen erstellen und diese unter anderem für ihre Volatilitätsschätzungen verwenden. In diesem Fall könnten implizite Volatilitäten helfen, die zukünftige Volatilitätsentwicklung vorherzusagen.

Berechnet man implizite Volatilitäten für Optionen mit unterschiedlichen Ausübungspreisen, die ansonsten identisch sind, stellt man fest, daß bei nahezu allen Basiswerten die IV-Werte von K abhängen. Üblicherweise kann bei einer Graphik (vgl. Abb.1) von IV für unterschiedliche K eine Kurve in Form eines schiefen Lächelns<sup>16</sup> entdeckt werden, was mit dem einfachen Black-Scholes-Modell nicht konsistent ist. Die dort unterstellte log-Normalverteilung der Preise des Basiswerts bedingt identische IV-Werte für alle Optionen einer Laufzeitklasse. Vermutlich nehmen die Marktteilnehmer jedoch an, die Wahrscheinlichkeitsdichte des Underlying entspreche nicht einer einfachen log-Normalverteilung und die nach dem Black(-Scholes)-Verfahren berechneten Aus-dem-Geld-Optionen wären zu billig, da die Wahrscheinlichkeit großer Kursveränderungen unterschätzt würde. Dann müßten Optionsverkäufer höhere Preise verlangen, was sich in höheren IV-Werten widerspiegeln würde. Dieser Preiseffekt wird möglicherweise durch die bisweilen drastische Zunahme von Gamma, das ist die zweite partielle Ableitung des Optionspreises nach dem Kurs des Basiswerts, bei ins Geld

---

unterschiedlicher Fristigkeit ermittelt wird. Vgl. für eine Erläuterung der Konstruktionsweise des VDAX Breuers, F. (1995).

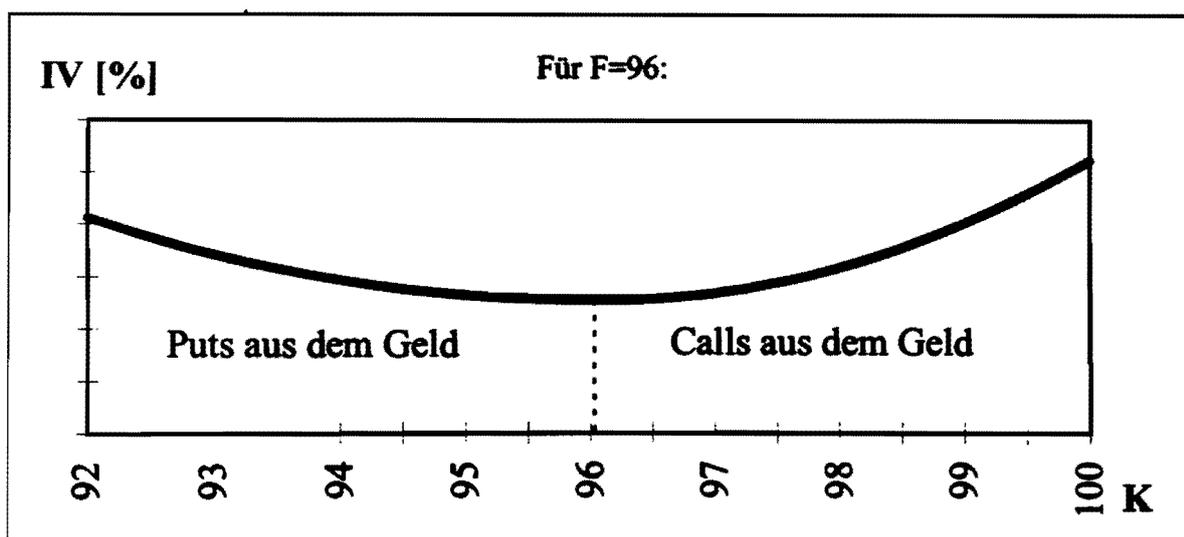
<sup>15</sup> Bei einer Option auf einen Anleihenfuture reicht es aus, die Werte für C, r,  $\tau$ , F und K zu kennen.

<sup>16</sup> Das "Lächeln" wird auf den Optionsmärkten üblicherweise mit "Volatility Smile" bezeichnet.

laufenden Optionen verstärkt. Die Stillhalter müßten sich auch hierfür kompensieren lassen.<sup>17</sup>

Mögliche Ursachen für die Schiefe des Lächelns sind unter anderem eine "schiefe" Wahrscheinlichkeitsdichte für die logarithmierten relativen Kursveränderungen (Returns) sowie einseitige Erwartungen bezüglich der Bewegungsrichtung des Basiswerts. Ein denkbarer Grund für das Lächeln und seine Schiefe stellen zudem mögliche Sprünge in der Kursentwicklung des zugrundeliegenden Geschäfts dar. Unter Umständen springt - z.B. durch politische Neuigkeiten, die noch nicht im Kurs des Basiswerts enthalten sind, - der Wert des Underlying, von einer (Normal-) Verteilung zu einer anderen. Weisen die Richtungen der Sprünge unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten auf, sind gleichweit<sup>18</sup> aus dem Geld befindliche Puts und Calls unterschiedlich teuer.<sup>19</sup>

**Abb. 1: Schematisch dargestelltes "Volatility Smile"**



Ex ante ist es nicht möglich zu sagen, ob und inwieweit mögliche Unvollkommenheiten des Ansatzes von Black und Scholes oder außergewöhnliche Nachfrageentwicklungen den Informationsgehalt der impliziten Volatilitäten beeinflussen.<sup>20</sup> Diese Arbeit kann nur ein

<sup>17</sup> Vgl. Cookson, R. (1993), Hull, J.C. (1993).

<sup>18</sup> Genaugenommen gibt das Delta einer Option an, wie weit die Option im oder aus dem Geld liegt.

<sup>19</sup> Vgl. für diese Argumente Cookson R. (1993), Murphy G. (1994), Malz A.M. (1994).

<sup>20</sup> So wies mich Allan Malz bei einem Gespräch darauf hin, daß der rasante Anstieg der impliziten Volatilitäten von DM-US\$-Optionen im Frühjahr 1995 nicht zuletzt auf die Verwendung von Knock-out-Optionen zurückzuführen sein dürfte. Dieser Optionstyp besitzt die Eigenschaft, daß die Option

empirischer Test leisten, der, in Anbetracht des Volatility Smile, unterschiedliche IV-Maße berücksichtigen sollte.

## 2 Empirische Untersuchung

Zur Klärung der Frage, ob und inwieweit durch den Einsatz von impliziten Volatilitäten künftige Änderungen der Volatilität des jeweiligen Underlyings voraussehbar sind, soll im folgenden eine Analyse durchgeführt werden, die die Vorgehensweise von Untersuchungen der Federal Reserve Bank of Atlanta und der Bank of Japan miteinander vereint.<sup>21</sup>

Betrachtet wird dabei der Future-Markt für langfristige deutsche Staatsanleihen. Die Volatilität langfristiger Rentenwerte verdient in Deutschland nicht zuletzt aufgrund der tendenziell eher langfristigen privaten und staatlichen Verschuldung eine große Beachtung. Ferner kann im nominalen Zins neben dem realen Zins und den Inflationserwartungen auch noch eine Volatilitätsprämie - als Teil der Risikoprämie - enthalten sein, mit der sich Investoren für das höhere Risiko volatiler Anlageformen kompensieren lassen. In diesem Fall wäre es nützlich, wenn Volatilitätsveränderungen prognostizierbar wären, um Aussagen über die Entwicklung einer solchen Prämie treffen zu können.

Nach der Prüfung, wie zuverlässig eine Zu- oder Abnahme der Volatilität mittels unterschiedlicher IV-Maße prognostiziert werden kann, wird an Hand diverser Fehlermaße quantitativ untersucht, ob implizite Volatilitäten gute Schätzer für zukünftige Volatilitäten darstellen. Anschließend wird eine Regressionsanalyse vorgenommen, die schwerpunktmäßig der Frage nach der relativen Vorteilhaftigkeit des Einsatzes von historischen bzw. impliziten Volatilitäten nachgeht. Außerdem wird eine mögliche kurzfristige Orientierung des Optionsmarktes in Erwägung gezogen. So wird auch der

---

unwiderruflich ihren Wert verliert, wenn der Kurs des Underlying eine zuvor festgelegte Grenze über- oder unterschreitet. Diese Optionen werden mit Hilfe anderer Optionen statisch gehedgt. Allerdings ist die Kursicherung nur für eine gewisse Kursbandbreite des Basiswerts wirksam. Laufen die Optionen soweit ins Geld, daß dieses Band verlassen wird und die Knock-out-Option verfällt, besitzt der Stillhalter noch seine Hedgeposition, die aus mehreren, geschriebenen im-Geld Optionen besteht. Um diese Geschäfte glattzustellen, muß er dieses Vielfache seiner Knock-out-Optionsposition in-the-money zurückkaufen. Der entstehende Nachfragedruck treibt die Optionspreise, und damit auch die impliziten Volatilitäten, übermäßig nach oben.

<sup>21</sup> Vgl. Feinstein, St. P. (1989) sowie Bank of Japan (1995).

Frage nachgegangen, ob der Markt Erwartungen über die gesamte Restlaufzeit der Option bildet oder nur über die nächsten Handelstage.

Um statistisch unabhängige Prognosefehler zu erhalten, können bei einer Regressionsanalyse nicht zu verschiedenen Zeitpunkten gemessene Fehler von Optionen derselben Laufzeitklasse benutzt werden.<sup>22</sup> Damit es zu keiner Überlappung der Prognosehorizonte kommt, der Prognosehorizont gleichzeitig aber möglichst lang ausfällt, wird zunächst eine feste Restlaufzeit von 60 Handelstagen gewählt.<sup>23</sup> Um den Einfluß der Restlaufzeit auf die Prognosequalität evaluieren zu können, wurden sämtliche Tests und Regressionen nochmals mit der festen Periode von 40 sowie 20 Tagen zum Verfalltag durchgeführt und separat ausgewertet, so daß letztlich die Ergebnisse von drei Testreihen zur Verfügung stehen. Dies ist insbesondere deshalb interessant, weil Ex-ante-Überlegungen keine klaren Aussagen über die Wirkung einer abschmelzenden Restlaufzeit auf die Prognosegüte ermöglichen, denn es kommt zu zwei unterschiedlichen Effekten. Einerseits dürften - ceteris paribus - zumindest absolute Fehlermaße tendenziell kleinere Fehler anzeigen, einfach weil weniger zu prognostizieren ist. Andererseits wird bei abnehmender Restlaufzeit einer Option ihr Zeitwert überproportional abgebaut, und sie verliert zusehends ihren Optionscharakter. Die zukünftig erwartete Volatilität spielt somit bei der Preisfindung eine geringere Rolle.<sup>24</sup>

## 2.1 Daten

Die empirische Untersuchung beruht auf Daten der Liffe. Die Bund-Future-Kontrakte der englischen Börse haben insbesondere drei Vorteile: Die dort notierten Produkte sind liquide und werden bereits seit Ende der 80er Jahre gehandelt.<sup>25</sup> Dies ermöglicht einen Beobachtungszeitraum von Juni 1989 bis November 1994. Des weiteren wird dort für Optionen ein sogenanntes Margining vorgenommen, was zwei erwünschte Konsequenzen

---

<sup>22</sup> Beispiel: Berechnet man die implizite Volatilität einer Option, die am 23.11.1994 ausläuft, sowohl am 1.9.1994 (Restlaufzeit 60 Börsentage) als auch am 29.9.1994 (40 Tage), erhält man Vorhersagefehler, die aufgrund der zeitlichen Überlappung miteinander korreliert sind.

<sup>23</sup> Das entspricht ungefähr einem Quartal bei Kalendertagbetrachtung und ermöglicht somit vier Beobachtungszeitpunkte pro Jahr - für jeden Futurekontrakt einen.

<sup>24</sup> Auf diese Problematik wird im nächsten Abschnitt nochmals eingegangen.

<sup>25</sup> Im Mai 1995 war der Bund-Future der Liffe mit einem Volumen in Höhe von gut 2,6 Mio. Kontrakten Europas meistgehandelter Zinsfuture. Vgl. Liffe (1995).

hat: Zum einen entfällt das Diskontieren des Optionspreises: Der Verkäufer läßt sich auf diese Weise für sein Warten entschädigen, denn ein Käufer muß seine Prämie erst am Ende der Laufzeit und nicht, wie sonst üblich, bereits beim Erwerb zahlen.<sup>26</sup> Die Preisformel für einen Call auf einen Future (3) vereinfacht sich somit zu:

$$(3') \quad C = F \cdot N \left[ \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2} \tau}{\sigma \sqrt{\tau}} \right] - K \cdot N \left[ \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{\sigma^2}{2} \tau}{\sigma \sqrt{\tau}} - \sigma \sqrt{\tau} \right]$$

Aufgrund der geringen Transaktionskosten ergibt sich als zweite Folge des Margining eine Nivellierung des Unterschiedes zwischen Optionen des europäischen und des amerikanischen Stils.<sup>27</sup> Dadurch ist Blacks Formel auf die de jure amerikanischen Liffe Optionen anwendbar.

Um die für diese Untersuchung wichtige Synchronität sämtlicher Daten zu bewahren, wurden jeweils die Schlußkurse des Bund-Futures und der Optionen gewählt. Die des Futures wurden für mehrere Zwecke benötigt. Sie dienen als Input (F) für die Berechnung der impliziten Volatilitäten an den bestimmten Tagen gemäß der Blackschen Formel. Ferner wurde aus der annualisierten Standardabweichung der logarithmierten, relativen Schlußkursveränderungen der letzten zwanzig Handelstage bis zur Messung der IV der jeweilige Wert für die historische Volatilität (HV) bestimmt. (Vgl. Abb. 2)

Die vom Messen der IV bis zum Auslaufen der Option tatsächlich realisierte Volatilität des zugrundeliegenden Bund-Futures (ex ante handelt es sich um die zukünftige Volatilität ZV) wurde ähnlich berechnet, allerdings wurden hier alle Schlußkurse berücksichtigt - also 60, 40 bzw. 20 Stück. Zusätzlich wurden für die Regressionsanalyse zu den gleichen Zeitpunkten (für  $\tau=20/252$ ,  $40/252$  bzw.  $60/252$ ) nochmals die zukünftigen Volatilitäten

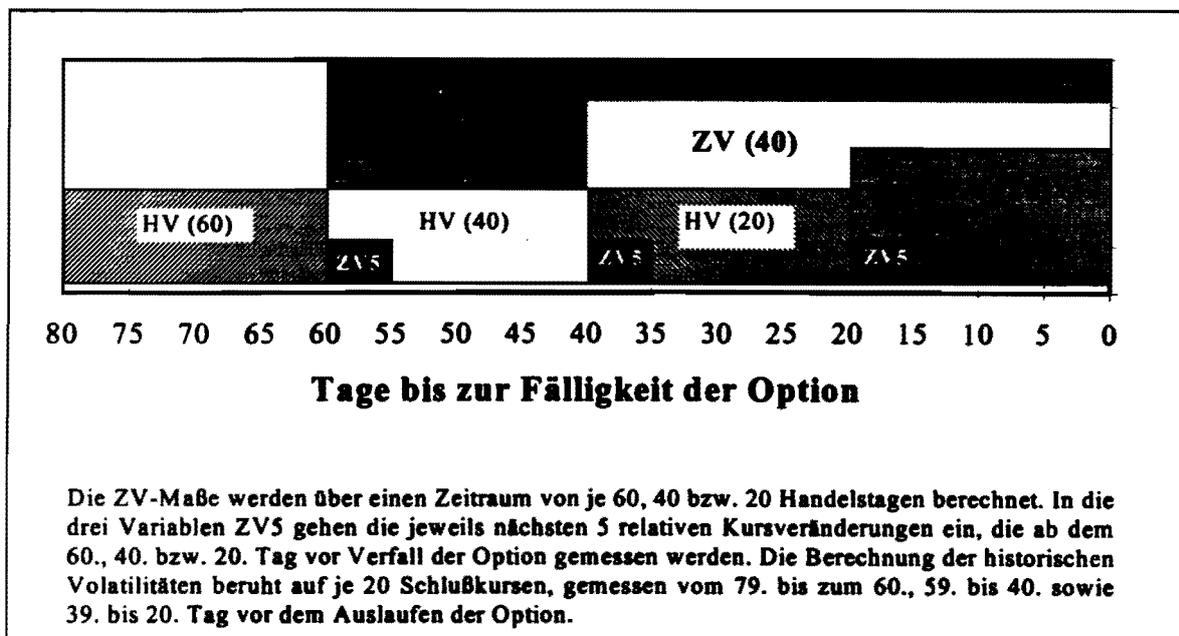
---

<sup>26</sup> Stattdessen muß eine Käuferin eine Sicherheit (bspw. Anleihen) hinterlegen, die aber in ihrem Eigentum verbleibt. Ferner bekommt sie täglich Kursgewinne gutgeschrieben, muß aber Kursverluste ebenfalls täglich begleichen.

<sup>27</sup> Da das Aufbauen und Halten einer Optionsposition an der Liffe quasi nichts kostet, wird eine Inhaberin ihre gewinnbringende Position aufgrund des täglichen Margining (Mark to Market) nicht ausüben, sondern behalten und im Falle von erwarteten Verlusten möglichst schnell glattstellen wollen. Eine vorzeitige Ausübung ist demzufolge unwahrscheinlich, der Unterschied zwischen europäischen und amerikanischen Optionen somit gleich oder nahe Null. Aufgrund der i.d.R. nur geringen Differenz empfiehlt bspw. auch die Liffe selbst, die Black-Formel anzuwenden. Vgl. etwa Liffe (1990), insbesondere S.19 sowie Gemmill, G. (1993), S. 175ff.

berechnet, allerdings wurden nur die während der nächsten fünf Handelstage beobachteten relativen Kursveränderungen berücksichtigt. Die so berechneten Zeitreihen wurden mit ZV5 bezeichnet.<sup>28</sup>

**Abb. 2: Berechnungszeiträume für HV, ZV und ZV5**



Wie bereits erwähnt, wird zu jedem Zeitpunkt und für jede Restlaufzeit ein ganzes Bündel an Optionen mit unterschiedlichen Ausübungspreisen gehandelt. Theoretische Überlegungen sprechen für die Verwendung nur einer sich am Geld befindlichen Option,<sup>29</sup> denn je weiter sie im Geld ist, desto mehr nähert sich die Prämie dem inneren Wert der Option an; je weiter sie aus dem Geld ist, desto mehr ist die Prämie Richtung Null "verzerrt". In beiden Fällen ist die implizite Größe in ihrer Aussagekraft geschmälert.<sup>30</sup> Da die Liffe, wie andere Börsen auch, zwar ein großes Spektrum möglicher Ausübungspreise anbietet, aber auch eine befriedigende Liquidität der einzelnen Kontrakte erreichen möchte, existiert nur

<sup>28</sup> Die Berechnung von HV, ZV sowie ZV5 orientiert sich an der üblichen Vorgehensweise. Vgl. bspw. Cox, J.C., Rubinstein, M. (1985); S. 255ff.

<sup>29</sup> In Abb. 1 entspricht das einer Option mit  $K = 96$ . Am-Geld-Optionen besitzen in einer Laufzeitklasse üblicherweise die kleinste implizite Volatilität.

<sup>30</sup> Hierzu ein extremes Beispiel: Eine Bund-Future-Option mit  $K=110$  und zwanzig Handelstagen Laufzeit besäße bei einem Future-Kurs von 95 eine Prämie von Null, gleichgültig ob sich die erwartete Volatilität auf zwei oder sechs Prozent per annum beläuft.

eine begrenzte Anzahl von Strikepreisen. Diese können demnach nicht immer mit den Futurekursen identisch sein, und man muß zwangsläufig auch auf soeben im oder aus dem Geld liegende Kontrakte zurückgreifen. Aus diesem Grund wurden drei Reihen konstruiert: Die erste beinhaltet implizite Volatilitäten von am oder gerade aus dem Geld befindlichen Kaufoptionen (CALL).<sup>31</sup> Die zweite wurde analog aus Puts berechnet (PUT),<sup>32</sup> und die dritte entspricht dem einfachen Durchschnitt der ersten Reihen (CALL&PUT).

Das Zurückgreifen auf die implizite Größe nur eines Kontrakts birgt den Nachteil in sich, daß ein möglicher Fehler - etwa bei der Feststellung des Schlußkurses der Option - voll durchschlägt. Deshalb bevorzugen einige Autoren trotz der bereits beschriebenen Nachteile die Durchschnittsbildung aus möglichst vielen Kontrakten. Zwei weitere Reihen wurden deshalb generiert, wobei nur Kaufoptionen mit einem Umsatz von mehr als 40 Kontrakten berücksichtigt wurden: Die erste ist das einfache Mittel aller an den jeweiligen Tagen gehandelten Kaufoptionen (MITTEL).<sup>33</sup> Das zweite IV-Maß ist ein gewogener Durchschnitt derselben Kontrakte, wobei die Gewichte mit dem Kappa<sup>34</sup> der Optionen identisch sind (KAPPA).<sup>35</sup> Die Idee hinter diesem Verfahren ist, den Optionen, die auf Veränderungen der Volatilität stärker reagieren, ein größeres Gewicht zuzuordnen, weil die Marktteilnehmer bei diesen Kontrakten zwecks einer möglichst genauen Preisfindung eine größere Vorsicht walten lassen dürften.

Ein anderer Vorschlag, der die Vorteile der Am-Geld-Werte mit denen der Durchschnittsbildung kombinieren möchte, wurde von der Fed Atlanta vorgebracht.<sup>36</sup> Sie schlägt ein geometrisch gewogenes Mittel aus den Am-Geld-Optionen der letzten fünf Handelstage vor, wobei die zuletzt notierte Option mindestens mit dem gleichen Gewicht eingehen sollte wie ihre Vorläufer, da sie auch die neuesten Informationen beinhaltet. Üblicherweise nehmen die Gewichte der anderen Werte mit zunehmenden Alter der Daten sukzessive ab,

---

<sup>31</sup> Dieser Vorschlag stammt von Beckers, S. (1981).

<sup>32</sup> Aufgrund der Put-Call-Parität sind die impliziten Volatilitäten der Aus-dem-Geld Puts identisch mit denen von Im-Geld Calls mit dem gleichen Ausübungspreis.

<sup>33</sup> Vgl. Schmalensee, R., Trippi, R.R. (1978); Common Stock Volatility Expectations Implied by Option Premia, Journal of Finance, Bd. 33, S.129-147. Mit Hilfe der Abb. 1 kann man erkennen, daß MITTEL immer größer ausfallen muß als etwa CALL oder PUT.

<sup>34</sup> Das Kappa einer Option - auch "Vega" genannt - ist die erste (partielle) Ableitung der Prämie nach der (impliziten) Volatilität.

<sup>35</sup> Vgl. Latane, H.A., Rendleman, R.J. Jr. (1976); Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices, Journal of Finance, Bd. 31, S. 369-381. Die Variable KAPPA wird aus den gleichen Komponenten berechnet wie MITTEL, jedoch gehen die Volatilitäten von Am-Geld-Optionen mit einem größeren Gewicht ein als die von weiter aus oder im Geld liegenden Kontrakten.

<sup>36</sup> Feinstein, St.P. (1989).

ein Effekt der mit sinkender Restlaufzeit noch prononciert wird. Somit wird bei kürzeren Laufzeiten neuen Informationen ein größeres Gewicht eingeräumt. Gemäß der Methodik der Fed Atlanta wurden zwei Reihen berechnet, FED60 und FED80. Eine höhere Zahl geht mit einer höheren Gewichtung der neuesten Am-Geld-IV einher.<sup>37</sup>

## 2.2 Ergebnisse der empirischen Untersuchung

Im folgenden werden die genauen Vorgehensweisen und Resultate der unterschiedlichen Analysen abschnittsweise vorgestellt.

### 2.2.1 Qualitative Prognosen

Qualitative Prognosen sollen zur Klärung der Frage beitragen, ob implizite Volatilitäten zumindest als zuverlässiger Indikator für die Tendenz künftiger Volatilitätsveränderungen dienen können. Zur Berechnung der Tendenztrefferquote wurde folgende Vorgehensweise gewählt: 60, 40 bzw. 20 Tage vor Auslaufen der Optionen werden die historische Volatilität (HV) des Bund-Futures und die implizite Volatilitäten miteinander verglichen. **Ist die implizite Volatilität größer als die historische, wird ein prognostizierter Volatilitätsanstieg unterstellt. Ist die (erst ex post meßbare) zukünftige Volatilität (ZV) des Bund-Futures bis zum Verfalltag der Option tatsächlich größer (geringer) als das historische Pendant, wurde die out of sample Vorhersage als korrekt (falsch) eingestuft. Analog wird verfahren, wenn die impliziten Volatilitäten unter den historischen liegen.** Die einzelnen Prognosen können auch mittels der Abb. 3 nachvollzogen werden. Dabei steht der jeweils erste Balken für die an den entsprechenden Terminen bekannten historischen Volatilitäten, die taggleichen impliziten Volatilitäten

---

<sup>37</sup> Vgl. die Formel im Anhang. Das Maß CALL kann als Spezialfall der Fed Atlanta-Gewichtung angesehen werden, bei der die neueste implizite Volatilität mit einem Gewicht von 100 eingeht, die älteren mit einem von Null.

können an den Datenpunkten abgelesen werden, und die dunklen Balken repräsentieren die später tatsächlich eingetretene Volatilität ZV.<sup>38</sup>

**Tabelle 1: Qualitative Volatilitätsprognosen**

60 Tage			
IV	Anzahl der richtigen Vorhersagen		
	gesamt	Zunahme	Abnahme
CALL	19	12	7
MITTEL	19	12	7
FED60	19	12	7
FED80	19	12	7
KAPPA	19	12	7
CALL&PUT	18	12	6
PUT	18	12	6
von	22	14	8
40 Tage			
IV	Anzahl der richtigen Vorhersagen		
	gesamt	Zunahme	Abnahme
CALL	20	12	8
CALL&PUT	20	12	8
FED60	20	12	8
FED80	20	12	8
PUT	20	12	8
MITTEL	18	12	6
KAPPA	18	12	6
von	22	12	10
20 Tage			
IV	Anzahl der richtigen Vorhersagen		
	gesamt	Zunahme	Abnahme
FED60	15	9	6
FED80	15	9	6
CALL	14	8	6
MITTEL	14	9	5
KAPPA	14	8	6
CALL&PUT	13	8	5
PUT	12	8	4
von	22	12	10

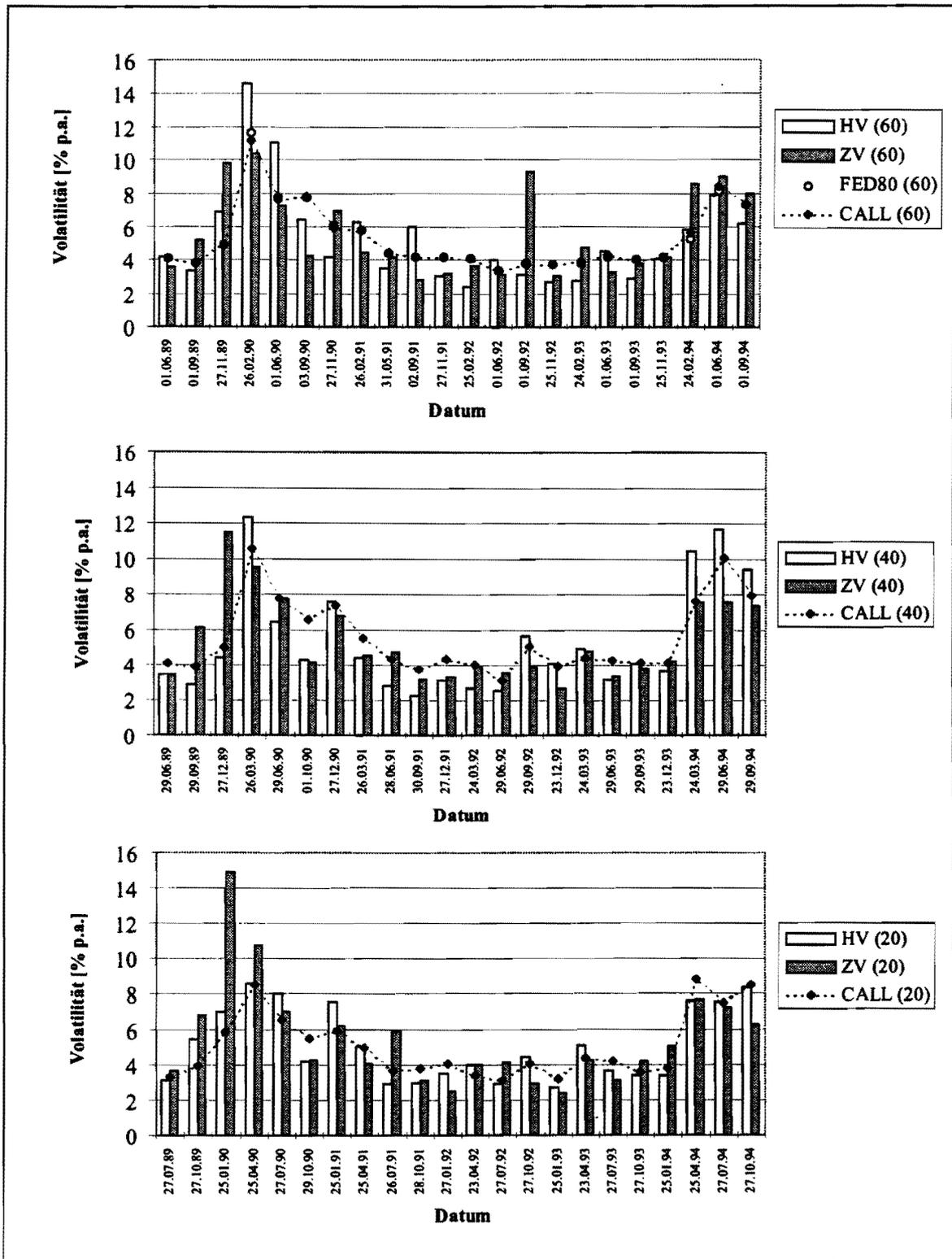
<sup>38</sup> Ablesebeispiel für  $\tau=40/252$  am 30.09.1991: Das IV-Maß CALL indiziert hier korrekterweise einen Anstieg der Kursvolatilität des Bund-Futures während der nächsten 40 Tage.

Die in Tabelle 1 aufgeführten Ergebnisse - wie die folgenden nach der Performance der einzelnen Variablen geordnet - sprechen für die Leistungsfähigkeit impliziter Volatilitäten zur Prognose zukünftiger qualitativer Volatilitätsveränderungen. Dies gilt insbesondere in der "mittleren" und "längeren" Frist, bei denen die besten IV-Maße in jeweils mehr als 90 bzw. 85% der Fälle korrekte Vorhersagen abgeben. Der Unterschied zwischen den einzelnen Indikatoren ist bei allen drei Zeitspannen dabei geringer, als es zunächst den Anschein hat: Eine genaue Kontrolle der Daten ergibt, daß in den Fällen, in denen nur einzelne Größen Fehlprognosen liefern, die impliziten Volatilitäten allesamt sehr dicht um die historischen Werte streuen. Schon nur geringfügig veränderte IV-Werte (i.d.R. ca.  $\pm 0,1$  Prozentpunkte bei einer durchschnittlichen Volatilität von reichlich 5%) würden zur Ergebnisgleichheit der diversen Maße führen. Die geringen Unterschiede zwischen den einzelnen IV-Maßen werden auch in Abb. 3 (oben; für  $\tau=60/252$ ) illustriert. Lediglich für Februar 1990 sowie Februar und Juni 1994 lassen sich die Merkmalsausprägungen von CALL und FED80 unterscheiden. Da sich dieser Sachverhalt bei den anderen Untergraphiken ähnlich verhält, wird dort nur eine implizite Größe stellvertretend für alle dargestellt.

Hingegen sind bei den Stichproben, in denen keine Größe ein korrektes Signal abgibt, die Abweichungen zwischen den einzelnen IV-Maßen zumeist ganz erheblich. Bei 20 Tagen Restlaufzeit ist dies bei sechs von sieben Fehlern der Fall. Bei 40 und 60 Tagen bis zum Verfalltag sind die Differenzen in einem bzw. drei Fällen deutlich, wobei speziell die Ereignisse nach dem Fall der Mauer die Finanzmärkte überrascht haben. Aber auch die EWS-Unruhen in den neunziger Jahren sowie die Veröffentlichung des unerwartet hohen Geldmengenwachstums im Januar 1994 (Publikation am 02. März 1994) dürften für merkliche Fehlprognosen verantwortlich sein, wie aus Abb. 3 hervorgeht.

Bei Betrachtung der Graphiken springt neben dem nur sehr geringe Unterschied zwischen den beiden IV-Maßen ins Auge, daß die impliziten Volatilitäten insbesondere in Phasen geringer Kursschwankungen deutlich größer sind als die von ihnen vorhergesagten ZV. Dies könnte ein Indiz für eine vorhandene Risikoprämie in den Optionspreisen sein, die zu einer systematisch zu hoch berechneten impliziten Volatilität führen könnte. Freilich ist noch zu prüfen, ob überhaupt ein signifikantes "Mispricing" vorliegt, das auch als mangelnde Wettbewerbsintensität bzw. fehlende Markteffizienz interpretiert werden könnte. Wegen der besonderen Bedeutung dieser Problematik auch für das Kapitel über implizite Wahrscheinlichkeiten wird dieser Punkt noch eingehender untersucht.

**Abb. 3: Historische, implizite und tatsächlich realisierte Volatilitäten mit 60, 40 und 20 Tagen Restlaufzeit**



## 2.2.2 Einfache quantitative Prognosen

Um ein genaueres Bild von der Prognoseleistung impliziter Volatilitäten zu erhalten, wurden diese an bestimmten Tagen gemessen und ihre Abweichungen von den ZV, den später tatsächlich realisierten Volatilitäten des Bund-Futures berechnet. Als Fehlermaß dienten dabei der "Mittlere quadratische Fehler" (MQF) sowie der "Mittlere absolute Fehler" (MAF). Ferner wurde kontrolliert, ob die Differenz zwischen dem geschätzten und dem realisierten Wert signifikant von Null verschieden ausfiel.

Bei einer Betrachtung des MAF bei 60 Tagen bis zum Verfall der Option, fällt zunächst die annähernd gleichmäßige Prognosegüte der IV-Maße ins Auge. Sämtliche Werte liegen zwischen 1,33 und 1,39 Prozentpunkten. Jedoch ist dies eine beachtliche Größenordnung. Bei einem Mittelwert von knapp 5,6% für ZV geht dies mit einem prozentualen Fehler von immerhin 24% einher. Noch gravierender ist freilich die Prognoseungenauigkeit bei Verwendung historischer Volatilitäten. Die durchschnittliche absolute Abweichung von 1,9 Prozentpunkten macht sogar 34% der mittleren Volatilität aus.

Wird der Horizont von 60 auf 40 Handelstage reduziert, sinken die mittleren absoluten sowie quadrierten Fehler. Eine nochmalige Verkürzung auf nur noch 20 Börsentage hingegen verschlechtert die Prognosegenauigkeit. Relativ gesehen dreht sich nun das Bild zugunsten der historischen Größe, die bei sinkender Restlaufzeit geringere Prognosefehler aufweist. Einer der beiden Gründe hierfür könnte der kleiner werdende Stichprobenumfang bei Generierung der ZV sein. Schocks bzw. Zufallsprozesse, die die Entwicklung der historischen Volatilitäten geprägt haben und deren Einfluß sich auch nach der willkürlichen Grenzziehung zwischen HV und ZV fortsetzt, spiegeln sich möglicherweise nun deutlicher in der letztgenannten Größe wider. Überdies schmilzt der Zeitwert der Optionen überproportional mit der verringerten Restlaufzeit ab; die Optionen verlieren immer mehr ihren Optionscharakter und ihre Prämie nähert sich immer mehr ihrem inneren Wert. Anders ausgedrückt: Die erwartete Volatilität spielt bei der Preisbildung eine immer geringere Bedeutung.

**Tabelle 2: Verschiedene Fehlermaße quantitativer Prognosen**

MAF					
60 Tage		40 Tage		20 Tage	
PUT	1.33	CALL	1.10	HV	1.31
CALL&PUT	1.33	KAPPA	1.12	MITTEL	1.41
CALL	1.33	MITTEL	1.13	FED60	1.42
KAPPA	1.36	CALL&PUT	1.13	FED80	1.42
MITTEL	1.37	FED80	1.14	KAPPA	1.43
FED80	1.38	PUT	1.15	CALL	1.45
FED60	1.39	FED60	1.16	CALL&PUT	1.46
HV	1.93	HV	1.57	PUT	1.46
MQF					
60 Tage		40 Tage		20 Tage	
MITTEL	3.97	CALL	3.07	HV	4.33
KAPPA	3.99	KAPPA	3.09	MITTEL	4.99
CALL	4.00	MITTEL	3.11	KAPPA	5.15
CALL&PUT	4.04	CALL&PUT	3.22	FED60	5.24
PUT	4.08	FED80	3.24	FED80	5.27
FED80	4.10	FED60	3.28	CALL	5.36
FED60	4.14	PUT	3.38	CALL&PUT	5.41
HV	5.86	HV	5.20	PUT	5.46
Bias					
60 Tage		40 Tage		20 Tage	
HV	-0.49	HV	-0.10	MITTEL	-0.72
MITTEL	-0.61	CALL	0.45	KAPPA	-0.89
PUT	-0.63	CALL&PUT	0.46	HV	-0.92
KAPPA	-0.65	FED60	0.47	PUT	-1.05
CALL&PUT	-0.65	FED80	0.47	FED60	-1.07
FED60	-0.66	PUT	0.47	FED80	-1.10
FED80	-0.67	KAPPA	0.57	CALL&PUT	-1.10
CALL	-0.67	MITTEL	0.66	CALL	-1.15
MAF: Mittlerer absoluter Fehler. MQF: Mittlerer quadratischer Fehler. Bias: t-Statistik					

Die Untersuchung der Prognosefehler auf einen Bias führte zu zwei interessanten Ergebnissen. Zum einen ist keine statistisch signifikante Verzerrung auszumachen. Zum anderen deuten die negativen Vorzeichen im 60 und 20-Tage-Fall darauf hin, daß die

impliziten Volatilitäten im Mittel der Jahre von 1989 bis 1994 eher zu gering gewesen sind. Dieser Befund widerspricht demnach der zuvor geäußerten Hypothese, es existiere eine Risikoprämie. Den vielen Beobachtungen, bei denen die impliziten Volatilitäten und damit die Preise geringfügig zu hoch erscheinen, stehen anscheinend wenige aber dafür deutliche Irrtümer in die andere Richtung entgegen. Von einem systematischen "Mispricing" kann somit keine Rede sein.<sup>39</sup>

Wird das relative Abschneiden einzelner Variablen miteinander verglichen, sticht das schlechte Abschneiden der intertemporal gewogenen Durchschnitte FED60 und FED80 ins Auge. Der zusätzliche Programmier- und Rechenaufwand für die Konstruktion dieser Variablen scheint nicht gerechtfertigt, da sie meist nur in der unteren Hälfte der "Ranglisten" erscheinen. Mit einer Ausnahme gilt dies auch für die aus den Am-Geld-Putoptionen berechneten impliziten Volatilitäten.

### 2.2.3 Regressionsanalyse

There are two things you are better off not watching in the making: sausages and econometric estimates.<sup>40</sup>

Der vorangegangene "Test" zeigte die geringe Zuverlässigkeit "naiver" quantitativer Vorhersagen. Um einen noch genaueren Aufschluß über die Prognoseleistung und die Überlegenheit von impliziten im Vergleich zu historischen Volatilitäten zu erlangen, wird für jede der drei Restlaufzeiten noch eine Regressionsanalyse durchgeführt.

#### 2.2.3.1 Der Erklärungsgehalt von impliziten und historischen Volatilitäten

Zunächst soll folgende Gleichung geschätzt werden, wobei aufgrund der sich zeitlich nicht überlappenden Variablen auf die OLS-Methode zurückgegriffen werden kann:

$$(4) \quad ZV_t = a + b \cdot \text{Volatilität}_t + \varepsilon_t \quad ,$$

---

<sup>39</sup> Dies gilt um so mehr, als hier nur einzelne Zeitpunkte betrachtet werden. Für Aussagen über Risikoprämien wäre auch eine Beobachtung von Prämien einzelner Optionen im Zeitverlauf angezeigt.

<sup>40</sup> Ursprung unbekannt. Quelle: Leamer, E.E. (1983).

wobei "Volatilität" für jeweils eins der IV-Maße oder für HV steht; die Variable " $\varepsilon$ " stellt eine normalverteilte, homoskedastische Störgröße dar.  $a$  und  $b$  sind zu schätzende Parameter.

Wenn alle zum Zeitpunkt  $t$  vorhandenen Informationen rational verarbeitet werden, sollte bei Verwendung von impliziten Volatilitäten als Regressor der Schätzwert für die Konstante nicht signifikant von Null und der Koeffizient  $b$  nicht von Eins verschieden sein. Ferner sollte der Störterm frei von Autokorrelation sein, da sonst die Vorhersagen noch systematische Fehler enthielten, was gegen rationale Erwartungen spräche. Ist der Schätzwert für  $b$  kleiner als Eins, weist die entsprechende exogene Variable dennoch einen Erklärungsgehalt bezüglich  $ZV_t$  auf, wenn  $b$  signifikant größer als Null ist (vgl. Tabelle 3).

Bei einer Verwendung von HV als erklärende Größe sind auch systematische Fehler nicht ausgeschlossen, denn sie ist per definition nur rückwärtsschauend.

**Tabelle 3: Zu testende Hypothesen für eine rationale Informationsverarbeitung**

Hypothese	ablehnen
$a = 0$	nein
$b = 0$	ja
$b = 1$	nein

Die in Tabelle 4 aufgelisteten DW-Statistiken geben im 60-Tage-Fall keinen Hinweis auf Autokorrelation erster Ordnung. Bei 40 Tagen bietet sich das gleiche Bild, lediglich bei Verwendung von HV als unabhängige Variable befindet sich die DW-Statistik im unbestimmten Bereich. Auch hinsichtlich der Signifikanz der Koeffizienten unterscheiden sich langer und mittlerer Prognosehorizont nur geringfügig. Bei keinem IV-Maß ist die Konstante statistisch signifikant von Null verschieden. Die beiden anderen Signifikanztests sprechen ebenfalls nicht gegen eine rationale Verarbeitung sämtlicher Informationen: Die geschätzten Koeffizienten, von denen keiner größer als 0,8 ist, weichen allesamt in einem

**Tabelle 4: Erklärungsgehalt von impliziten und historischen Volatilitäten für ZV**

60 Tage						20 Tage					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
CALL	1.405 (1.251)	0.789 ** (0.222)	0.357	1.990	-0.954	HV	0.448 (1.244)	0.991 ** (0.228)	0.460	1.465	-0.041
MITTEL	1.341 (1.269)	0.796 ** (0.224)	0.356	1.963	-0.909	MITTEL	0.105 (1.569)	1.032 ** (0.286)	0.364	1.215 *	0.112
KAPPA	1.356 (1.270)	0.796 ** (0.225)	0.354	1.964	-0.909	KAPPA	0.384 (1.539)	0.992 ** (0.283)	0.349	1.228 *	-0.029
CALL&PUT	1.449 (1.249)	0.779 ** (0.221)	0.353	1.991	-0.998	FED60	0.660 (1.472)	0.954 ** (0.274)	0.346	1.322 U	-0.166
FED80	1.551 (1.228)	0.762 ** (0.217)	0.350	1.978	-1.097	FED80	0.651 (1.482)	0.957 ** (0.276)	0.344	1.301 U	-0.155
PUT	1.494 (1.247)	0.770 ** (0.220)	0.348	1.992	-1.045	CALL	0.650 (1.510)	0.960 ** (0.283)	0.334	1.243 U	-0.140
FED60	1.592 (1.226)	0.754 ** (0.217)	0.346	1.962	-1.138	CALL&PUT	0.730 (1.509)	0.942 ** (0.282)	0.326	1.231 *	-0.207
HV	2.831 ** (0.918)	0.521 ** (0.153)	0.336	1.999	-3.131 **	PUT	0.815 (1.508)	0.922 ** (0.280)	0.319	1.220 *	-0.279
40 Tage						20 Tage - korrigierte Schätzung					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
CALL	1.159 (1.063)	0.754 ** (0.180)	0.440	1.535	-1.365	HV	1.272 (1.782)	0.823 ** (0.315)	0.462	1.810	-0.041
KAPPA	1.083 (1.086)	0.760 ** (0.183)	0.438	1.512	-1.313	MITTEL	0.946 (2.362)	0.860 ** (0.410)	0.417	1.804	0.112
MITTEL	1.033 (1.101)	0.764 ** (0.184)	0.436	1.474	-1.281	KAPPA	1.275 (2.338)	0.811 ** (0.409)	0.402	1.792	-0.029
FED80	1.317 (1.060)	0.724 ** (0.179)	0.423	1.552	-1.548	CALL	1.649 (2.297)	0.758 ** (0.408)	0.386	1.782	-0.140
CALL&PUT	1.278 (1.073)	0.731 ** (0.181)	0.421	1.518	-1.482	CALL&PUT	1.705 (2.282)	0.744 ** (0.405)	0.382	1.785	-0.207
FED60	1.354 (1.057)	0.717 ** (0.178)	0.420	1.563	-1.593	FED80	1.694 (2.339)	0.747 ** (0.418)	0.382	1.803	-0.155
HV	2.699 ** (0.770)	0.500 ** (0.127)	0.408	1.309 U	-3.937 **	FED60	1.718 (2.335)	0.742 ** (0.422)	0.380	1.811	-0.166
PUT	1.398 (1.080)	0.709 ** (0.182)	0.403	1.501	-1.599	PUT	1.765 (2.291)	0.730 ** (0.402)	0.378	1.787	-0.279

R<sup>2</sup>: korrigiertes Bestimmtheitsmaß; DW: Durbin-Watson-Statistik; \*\*, \* : Signifikant auf dem Niveau von 5 bzw. 1%;  
U: DW befindet sich im unbestimmten Bereich; Werte in Klammern: Standardfehler der Schätzwerte

statistisch bedeutsamen Maße von Null, nicht aber von Eins ab. Allein die HV erfüllt erwartungsgemäß dieses Kriterium nicht. Das korrigierte Bestimmtheitsmaß deutet wie die in den Abschnitten zuvor erläuterten Ergebnisse auf eine größere Vorhersagegenauigkeit in der mittleren Frist hin. Während im 60-Tage-Fall die impliziten Volatilitäten, die aus Am- (bzw. Gerade-aus-dem-) Geld-Kaufoptionen berechnet wurden, nur knapp 36% der Variation der zukünftigen Volatilitäten erklären können, liegt dieser Anteil bei 40 Tagen um gut 8 Prozentpunkte höher. Für eine zuverlässige Quantifizierung der zukünftigen Kursschwankungen allein mittels impliziter Volatilitäten scheint jedoch zumindest dieser einfache Schätzansatz keine befriedigenden Resultate zu generieren.

Wird der Zeitraum bis zum Verfall des Derivats nochmals verkürzt, sind die t-Werte in fast sämtlichen Gleichungen mit Vorsicht zu interpretieren, weil Hinweise auf Autokorrelation erster Ordnung vorliegen. In der um Autokorrelation korrigierten Schätzung (Tabelle 4,

rechts unten) schneiden die impliziten Volatilitäten nicht nur absolut, sondern, gemessen am  $R^2$ , auch relativ zur historischen dürftig ab, wenngleich sämtliche geschätzten Parameter die an sie gerichteten Forderungen bezüglich einer rationalen Informationsverarbeitung erfüllen. Selbst bei Verwendung des verlässlichsten IV-Maßes liegt das korrigierte Bestimmtheitsmaß lediglich bei 0,42; das Gros liegt deutlich darunter. Hingegen schneidet HV mit gut 0,46 merklich besser ab.

In einer weiteren Untersuchungsreihe soll getestet werden, ob Optionsmärkte kurzfristig sind. Die Untersuchung soll zeigen, welche erwarteten Kursschwankungen eine größere Rolle bei der Preisbestimmung spielen, jene für die nächsten Tage oder jene für die gesamte Restlaufzeit der Option. Zu diesem Zweck werden die oben beschriebenen Regressionen nochmals durchgeführt, dieses Mal mit ZV5 als endogener Variablen. Als Regressoren dienen wiederum die jeweils 60, 40 und 20 Tage vor Auslaufen der Derivate gemessenen impliziten respektive historischen Volatilitäten.

Nur bei einer der 24 Schätzungen (vgl. Tabelle 5) zeigt die DW-Statistik ein mögliches Autokorrelationsproblem an. Eine Neuschätzung der entsprechenden Gleichung mit einem adäquaten Korrekturverfahren führte zu nur unwesentlichen Veränderungen und ist deshalb nicht tabelliert.

Werden IV und HV 60 Tage vor dem Verfall der Optionen gemessen, verhalten sich sämtliche Schätzwerte so, wie es der eingangs des Abschnitts beschriebene Idealfall - b ist signifikant von Null, aber nicht von Eins, und a ist nicht von Null verschieden - verlangt. Ferner kann die Veränderung der zukünftigen, nur in den nächsten Tagen gemessenen Volatilität mit zum Teil über 63% weitaus besser prognostiziert werden als die langfristige. Dies spricht für eine kurzfristige Ausrichtung des Optionsmarktes.

Eigentümlicherweise läßt sich diese Eigenschaft in den beiden anderen Regressionsreihen nicht wiederfinden. Vielmehr fiel das Bestimmtheitsmaß im 40-Tage-Fall nahezu 30 Prozentpunkte geringer aus und ist für ZV5 somit sogar um rund zehn Prozentpunkte kleiner als bei der Erklärung von ZV. Außerdem sind sämtliche Schätzungen für b signifikant von Eins verschieden (Irrtumswahrscheinlichkeit  $\leq 5\%$ ).

**Tabelle 5: Erklärungsgehalt von impliziten und historischen Volatilitäten für ZV5**

<b>60 Tage</b>					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
MITTEL	-2.474 (1.318)	1.428 ** (0.233)	0.636	1.406 U	1.838
CALL	-2.332 (1.308)	1.408 ** (0.232)	0.631	1.561	1.762
KAPPA	-2.432 (1.328)	1.424 ** (0.235)	0.629	1.445	1.802
CALL&PUT	-2.256 (1.313)	1.392 ** (0.232)	0.625	1.582	1.690
PUT	-2.177 (1.317)	1.376 ** (0.233)	0.618	1.602	1.617
FED80	-1.978 (1.324)	1.343 ** (0.234)	0.603	1.495	1.465
FED60	-1.880 (1.338)	1.324 ** (0.236)	0.591	1.476	1.370
HV	0.549 (1.086)	0.868 ** (0.181)	0.512	1.442	-0.729
<b>40 Tage</b>					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
MITTEL	1.270 (1.039)	0.605 ** (0.174)	0.346	2.166	-2.275 *
KAPPA	1.328 (1.028)	0.599 ** (0.173)	0.344	2.171	-2.322 *
FED60	1.499 (0.988)	0.572 ** (0.166)	0.340	2.180	-2.574 *
FED80	1.485 (0.995)	0.574 ** (0.168)	0.338	2.176	-2.539 *
CALL	1.424 (1.015)	0.587 ** (0.172)	0.336	2.170	-2.402 *
CALL&PUT	1.529 (1.020)	0.567 ** (0.172)	0.319	2.152	-2.512 *
PUT	1.634 (1.024)	0.548 ** (0.172)	0.302	2.135	-2.622 *
HV	2.776 ** (0.755)	0.360 ** (0.125)	0.260	1.983	-5.139 **
<b>20 Tage</b>					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
PUT	1.627 (0.891)	0.528 ** (0.166)	0.304	2.245	-2.851 **
CALL&PUT	1.646 (0.903)	0.526 ** (0.169)	0.294	2.218	-2.812 *
CALL	1.670 (0.915)	0.523 ** (0.172)	0.283	2.190	-2.781 *
KAPPA	1.594 (0.947)	0.527 ** (0.174)	0.279	2.165	-2.717 *
MITTEL	1.519 (0.979)	0.534 ** (0.178)	0.275	2.156	-2.612 *
FED80	1.847 (0.927)	0.486 * (0.173)	0.247	2.165	-2.970 **
FED60	1.907 (0.930)	0.474 * (0.173)	0.236	2.156	-3.038 **
HV	2.209 * (0.880)	0.412 * (0.161)	0.208	1.916	-3.647 **

R<sup>2</sup>: korrigiertes Bestimmtheitsmaß; DW: Durbin-Watson-Statistik  
 \*, \*\*, Signifikant auf dem Niveau von 5 bzw. 1%; U: DW befindet sich im unbestimmten Bereich; Werte in Klammern: Standardfehler der Schätzwerte.

Wird  $\tau$  auf 20/252 verkürzt, erhält man - nach den bisher angestellten Überlegungen und Analyseergebnissen etwas überraschend - wie bei den anderen Fristen das Resultat, daß HV den geringsten Erklärungsgehalt besitzt. Die These, die die historische Volatilität prägenden Schocks und Zufallsprozesse würden auch noch auf die zukünftige Volatilität durchschlagen, und HV müßte demnach bei kürzeren Prognosehorizonten eine gute Vorhersageleistung erbringen, kann hier zumindest nicht bestätigt werden. Insgesamt erscheint die empirische Evidenz hinsichtlich einer kurzfristigen Ausrichtung des Optionsmarktes in Anbetracht der Bestimmtheitsmaße in den einzelnen Tests gemischt. Relativ gesehen schneiden die impliziten Größen bei den sehr kurzfristigen Prognosen von ZV5 besser ab als bei den entsprechenden Projektionen von ZV. Die  $R^2$  fallen absolut gesehen jedoch gering aus, und die statistischen Eigenschaften der geschätzten Parameter sprechen nicht für eine rationale Erwartungsbildung.

#### 2.2.3.2 Der Einfluß von historischen auf implizite Volatilitäten

Der nächste Regressionsansatz,

$$(5) IV_t = a + b \cdot HV_t + \varepsilon_t,$$

soll bei der Evaluierung des Einflusses der historischen auf die impliziten Volatilitäten helfen. Wird  $H_0: b=1$  nicht abgelehnt, läßt sich IV möglicherweise allein durch HV erklären und ist dann nicht nützlicher als HV. Wird  $H_0: b=1$  und  $H_0: b=0$  abgelehnt, spricht das Ergebnis dafür, daß IV sowohl Informationen aus HV als auch solche anderen Ursprungs beinhaltet.

Tabelle 6 zeigt, daß die Veränderung der impliziten Volatilitäten für alle drei  $\tau$  zu einem großen Teil durch die historischen Größen erklärt werden kann. Im 60-Tage-Fall beträgt der Erklärungsgrad mehr als drei Viertel, für die mittlere Frist übersteigt er sogar 90%, wenn die um Autokorrelation bereinigten Schätzungen herangezogen werden. Ansonsten sind die Ergebnisse in der mittleren und langen Frist wiederum ähnlich. Die Konstante  $a$  ist jeweils von Null verschieden. Gleiches gilt für den Koeffizienten  $b$ , der jedesmal Werte um die 0,6 annimmt und in allen Fällen signifikant kleiner ist als Eins.

Werden die 20 Tage vor Ende der Optionslaufzeit gemessenen impliziten Volatilitäten zugrundegelegt, ändert sich das Bild. Nur noch die IV-Maße CALL, CALL&PUT, KAPPA

und MITTEL führen zu einem signifikant (5%-Niveau) von Eins verschiedenen Schätzwerten für b. Für die anderen IV-Maße kann nicht ausgeschlossen werden, daß ihre Veränderungen allein durch die Variation der historischen Volatilitäten erklärt werden kann.

**Tabelle 6: Einfluß der historischen Volatilitäten auf implizite Volatilitäten**

60 Tage						20 Tage					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
FED60	1.987 ** (0.420)	0.627 ** (0.070)	0.791	1.909	-5.337 **	MITTEL	1.144 ** (0.400)	0.800 ** (0.073)	0.849	2.111	-2.722 *
MITTEL	2.156 ** (0.403)	0.601 ** (0.067)	0.790	1.889	-5.946 **	KAPPA	1.004 * (0.419)	0.814 ** (0.077)	0.842	2.126	-2.426 *
FED80	2.005 ** (0.419)	0.623 ** (0.070)	0.789	1.904	-5.408 **	CALL&PUT	0.853 (0.449)	0.825 ** (0.082)	0.826	1.965	-2.123 *
KAPPA	2.155 ** (0.407)	0.598 ** (0.068)	0.786	1.828	-5.933 **	CALL	0.879 (0.445)	0.817 ** (0.082)	0.826	2.076	-2.245 *
CALL	2.127 ** (0.423)	0.601 ** (0.070)	0.774	1.716	-5.667 **	PUT	0.827 (0.456)	0.833 ** (0.084)	0.824	1.853	-1.993
CALL&PUT	2.122 ** (0.431)	0.603 ** (0.072)	0.768	1.671	-5.535 **	FED80	0.837 (0.457)	0.828 ** (0.084)	0.822	2.295	-2.051
PUT	2.117 ** (0.439)	0.605 ** (0.073)	0.763	1.628	-5.401 **	FED60	0.822 (0.463)	0.832 ** (0.085)	0.820	2.357	-1.976
40 Tage						40 Tage - korrigierte Schätzung					
Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	Volatilität	a	b	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)
CALL&PUT	2.100 ** (0.313)	0.654 ** (0.052)	0.884	0.925 **	-6.719 **	MITTEL	2.543 ** (0.480)	0.594 ** (0.049)	0.920	2.168	-8.331 **
PUT	2.068 ** (0.317)	0.661 ** (0.052)	0.883	0.987 **	-6.491 **	CALL	2.446 ** (0.451)	0.594 ** (0.050)	0.919	2.097	-8.154 **
CALL	2.132 ** (0.310)	0.646 ** (0.051)	0.883	0.866 **	-6.922 **	KAPPA	2.508 ** (0.458)	0.593 ** (0.050)	0.918	2.147	-8.185 **
FED80	2.071 ** (0.324)	0.660 ** (0.053)	0.878	0.993 **	-6.359 **	CALL&PUT	2.410 ** (0.448)	0.602 ** (0.052)	0.915	2.107	-7.678 **
FED60	2.054 ** (0.329)	0.664 ** (0.054)	0.877	1.041 *	-6.202 **	PUT	2.367 ** (0.443)	0.611 ** (0.054)	0.910	2.124	-7.183 **
KAPPA	2.235 ** (0.317)	0.637 ** (0.052)	0.875	0.786 **	-6.946 **	FED80	2.327 ** (0.450)	0.617 ** (0.056)	0.905	2.178	-6.865 **
MITTEL	2.312 ** (0.325)	0.629 ** (0.054)	0.867	0.684 **	-6.907 **	FED60	2.304 ** (0.451)	0.621 ** (0.058)	0.900	2.190	-6.580 **

R<sup>2</sup>: korrigiertes Bestimmtheitsmaß; DW: Durbin-Watson-Statistik; \*, \*\*: Signifikant auf dem Niveau von 5 bzw. 1%;  
U: DW befindet sich im unbestimmten Bereich; Werte in Klammern: Standardfehler der Schätzwerte

### 2.2.3.3 Encompassing-Test

Der Abschnitt zuvor zeigte die Bedeutung der historischen Volatilitäten für die Erklärung der impliziten. Jedoch können, mit wenigen Ausnahmen im 20-Tage-Fall, implizite Volatilitäten nicht allein durch historische erklärt werden. Dies wirft die Frage auf, ob zukünftige Volatilitäten besser durch den gleichzeitigen Gebrauch beider zum Zeitpunkt t bekannten Größen geschätzt werden sollen. Zu diesem Zweck wird ein sogenannter Encompassing-Test durchgeführt, bei dem zunächst folgende Gleichung geschätzt wird:

$$(6) ZV_t = a + b \cdot IV_t + c \cdot HV_t + \varepsilon_t$$

Anschließend wird die Signifikanz der Schätzwerte für b und c getestet. Die Ergebnisse werden in vier Kategorien eingeordnet (vgl. Tabelle 7),

**Tabelle 7: Kategorien beim Encompassing-Test<sup>41</sup>**

	H <sub>0</sub> : c=0 nicht abgelehnt	H <sub>0</sub> : c=0 abgelehnt
H <sub>0</sub> : b=0 nicht abgelehnt	Kategorie I	Kategorie II
H <sub>0</sub> : b=0 abgelehnt	Kategorie III	Kategorie IV

die sich bei einem hohen Bestimmtheitsmaß bzw. einer hohen F-Statistik wie folgt interpretieren lassen:

**Kategorie I:** Jedes der Maße beinhaltet alle bedeutsamen Informationen. Somit ist aufgrund der Kollinearität eine der beiden Größen überflüssig.

**Kategorie II:** Sämtliche relevanten Informationen sind in den historischen Volatilitäten enthalten. Das Hinzuziehen der impliziten Volatilitäten verbessert die Prognose nicht.

**Kategorie III:** Sämtliche relevanten Informationen sind in den impliziten Volatilitäten enthalten. Das Hinzuziehen der historischen Volatilitäten verbessert die Prognose nicht.

**Kategorie IV:** Beide Regressoren beinhalten wichtige Informationen, die nicht in der jeweils anderen Variable enthalten sind. Somit müssen beide gemeinsam für die Prognose eingesetzt werden.

Fällt das R<sup>2</sup> klein aus, müssen die oben angeführten Aussagen etwas relativiert werden. In Kategorie I könnte es auch bedeuten, daß keine der beiden Variablen nützlich ist. Ist nur ein Koeffizient von Null verschieden, impliziert dies die Notwendigkeit, noch andere Variablen zu finden, um die zukünftigen Volatilitäten hinreichend gut vorherzusagen zu können, da nicht sämtliche relevanten Informationen im entsprechenden Regressor enthalten sind. Auch im vierten Fall müßten weitere Variablen gefunden werden. Jedoch

---

<sup>41</sup> Vgl. Bank of Japan (1995).

wäre in den Kategorien II-IV zumindest gezeigt, daß die signifikanten Variablen einen für Prognosezwecke wichtigen Informationsgehalt aufweisen.

Außerdem sollte zusätzlich beachtet werden, ob  $b$  bzw.  $c$  sich signifikant von 1 unterscheiden. Ist dies nicht der Fall, kann nicht ausgeschlossen werden, daß diese Variable einen Erklärungsgehalt für ZV aufweist.

Wird die zukünftige Volatilität während der gesamten Restlaufzeit einer Option auf deren implizite sowie die aus den jeweils letzten zwanzig Schlußkursen berechnete historische Volatilität zurückgeführt, ergeben sich die in Tabelle 8 aufgeführten Resultate.

Wird ZV aus jeweils 60 Schlußkursen berechnet, fällt auf, daß die Werte des korrigierten Bestimmtheitsmaßes durchweg kleiner ausfallen als bei einer Regression mit lediglich einer der beiden exogenen Variablen (vgl. Tabelle 4). Der zusätzliche Erklärungsgehalt durch den zweiten Regressor ist demnach nicht genügend groß, um den Verlust an Freiheitsgraden zu kompensieren. Des weiteren ist nun keiner der geschätzten Koeffizienten signifikant von Null verschieden, was auf die Kollinearität der Regressoren zurückführbar sein könnte. Aufgrund ihrer hohen Standardfehler unterscheiden sich die Schätzwerte für  $b$ , im Gegensatz zu denen für  $c$ , allerdings auch nicht signifikant von Eins. Obwohl die Resultate also formal in die Kategorie I einzuordnen sind, kann unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse darauf geschlossen werden, daß

- i) die impliziten Volatilitäten den historischen überlegen sind,
- ii) die zusätzliche Berücksichtigung der letzteren nicht von Nutzen ist und
- iii) der Erklärungsgehalt der impliziten Volatilitäten - selbst für die vergleichsweise erfolgreichen Maße wie CALL, MITTEL oder KAPPA - zwar vorhanden ist, für eine zuverlässige quantitative Prognose im 60-Tage-Fall jedoch nicht ausreicht.

Diese Aussagen werden auch im 40-Tage-Fall bestätigt, der sich vom obigen nur geringfügig unterscheidet. Lediglich für die Maße CALL&PUT sowie PUT läßt sich eine nennenswerte Differenz gegenüber der längeren Frist konstatieren. Für sie wird die  $H_0: c=1$  nicht abgelehnt. Die  $t$ -Werte werden nicht durch Autokorrelation beeinflusst. Zwar befinden sich für diese Frist sämtliche DW-Statistiken im Unschärfbereich. Allerdings weisen weder Korrelogramme noch die ebenfalls durchgeführten Breusch-Godfrey Lagrange Multiplikator Tests (LM-Test) auf Autokorrelation gleich welcher Ordnung hin, weshalb keine Korrektur durchgeführt wurde.

**Tabelle 8: Encompassing-Test I (Regressand: ZV)**

<b>60 Tage</b>							
Volatilität	a	b	c	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	t-Wert (c=1)
CALL	1.767 (1.379)	0.501 (0.485)	0.221 (0.329)	0.339	2.035	-1.031	-2.370 *
CALL&PUT	1.817 (1.365)	0.478 (0.476)	0.233 (0.325)	0.337	2.039	-1.096	-2.356 *
MITTEL	1.733 (1.430)	0.509 (0.509)	0.216 (0.342)	0.336	2.008	-0.964	-2.296 *
KAPPA	1.756 (1.423)	0.499 (0.505)	0.223 (0.338)	0.336	2.012	-0.993	-2.296 *
PUT	1.867 (1.351)	0.455 (0.468)	0.246 (0.322)	0.335	2.043	-1.164	-2.343 *
FED80	1.905 (1.348)	0.462 (0.491)	0.234 (0.342)	0.332	2.019	-1.095	-2.239 *
FED60	1.958 (1.343)	0.439 (0.491)	0.246 (0.344)	0.330	2.010	-1.141	-2.191 *
<b>40 Tage</b>							
Volatilität	a	b	c	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	t-Wert (c=1)
CALL	1.427 (1.408)	0.597 (0.554)	0.114 (0.380)	0.413	1.507 U	-0.729	-2.334 *
KAPPA	1.413 (1.433)	0.575 (0.541)	0.134 (0.367)	0.412	1.488 U	-0.784	-2.359 *
MITTEL	1.415 (1.442)	0.555 (0.528)	0.151 (0.355)	0.411	1.461 U	-0.843	-2.389 *
FED80	1.731 (1.352)	0.467 (0.535)	0.191 (0.376)	0.401	1.492 U	-0.996	-2.153 *
FED60	1.786 (1.333)	0.445 (0.528)	0.205 (0.373)	0.400	1.493 U	-1.052	-2.131 *
CALL&PUT	1.729 (1.401)	0.462 (0.555)	0.198 (0.385)	0.399	1.467 U	-0.969	-2.084
PUT	2.018 (1.386)	0.329 (0.553)	0.283 (0.387)	0.388	1.424 U	-1.214	-1.852
<b>20 Tage</b>							
Volatilität	a	b	c	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	t-Wert (c=1)
PUT	0.784 (1.362)	-0.406 (0.619)	1.329 * (0.565)	0.444	1.592	-2.273 *	0.583
CALL&PUT	0.755 (1.374)	-0.359 (0.630)	1.287 * (0.569)	0.441	1.576	-2.159 *	0.505
CALL	0.717 (1.386)	-0.306 (0.637)	1.241 * (0.570)	0.439	1.558	-2.050	0.422
KAPPA	0.727 (1.442)	-0.277 (0.678)	1.216 (0.599)	0.437	1.553	-1.883	0.361
FED80	0.626 (1.375)	-0.213 (0.623)	1.167 (0.566)	0.435	1.522 U	-1.947	0.295
FED60	0.598 (1.370)	-0.182 (0.615)	1.142 (0.563)	0.434	1.511 U	-1.921	0.253
MITTEL	0.669 (1.511)	-0.193 (0.711)	1.145 (0.615)	0.434	1.525 U	-1.678	0.236

R<sup>2</sup>: korrigiertes Bestimmtheitsmaß; DW: Durbin-Watson-Statistik; \*,\*\*: Signifikant auf dem Niveau von 5 bzw. 1%  
 U: DW befindet sich im unbestimmten Bereich; Werte in Klammern: Standardfehler der Schätzwerte

Bei Reduzierung der Restlaufzeit der Option auf zwanzig Tage lassen sich nicht mehr alle Regressionsgleichungen formal der ersten Kategorie zuordnen. Die Gleichungen mit PUT, CALL&PUT sowie CALL als Regressor gehören vielmehr der zweiten an. Die impliziten Volatilitäten sind also in dieser Frist den historischen unterlegen und weisen keinen zusätzlichen Erklärungsgehalt auf. Bei PUT und CALL&PUT wird ferner auch die Hypothese, diese IV-Größen inkorporieren alle erforderlichen Informationen ( $H_0: b=1$ ), direkt abgelehnt.

Werden die Regressionen mit ZV5 als Regressand nochmals durchgeführt (Tabelle 9), verschiebt sich bei Datenerhebung rund einen Kalendermonat vor Verfall der Bund-Future-Optionen (Tabelle 9, unten) das Bild zu Ungunsten der HV. Nun weicht keiner der geschätzten Parameter signifikant von Null ab;  $c$  ist sogar stets signifikant kleiner als Eins. Auch ist der Erklärungsgehalt insgesamt geringer als bei der Regression von ZV.

Die gleichen Aussagen lassen sich im 40-Tage-Fall treffen, der ebenfalls zur Kategorie I gehört. Wird ZV5 auf die rund drei Monate vor Auslaufen der Optionen gemessenen impliziten und historischen Volatilitäten zurückgeführt, erscheinen die IV den historischen Volatilitäten deutlich überlegen: Mit Ausnahme der intertemporalen Durchschnitte FED80 sowie FED60 sind alle Regressionen der dritten Kategorie zuzuordnen. Ferner liegen bei diesen Prognosen wie schon bei der einfachen Regression von ZV5 auf IV hohe Werte für das korrigierte  $R^2$  vor. Dem möglichen Einwand gegen die Teststatistiken mit Blick auf die Werte des Durbin-Watson-Tests kann abermals damit entgegnet werden, daß Korrelogramm und LM-Test wiederum keinen Hinweis auf Autokorrelation gleich welcher Ordnung abgeben.<sup>42</sup>

Der Encompassing-Test für zukünftige Volatilitäten (ZV sowie ZV5) hat 60 bzw. 40 Tage vor Auslaufen der Optionen somit Evidenz für die Überlegenheit impliziter Volatilitäten gegenüber ihren historischen Pendanten erbracht, obgleich die Resultate zum größten Teil formal der ersten Kategorie zuzuordnen sind. Im 20-Tage-Fall gilt dies nur für ZV5.

---

<sup>42</sup> Eine autokorrelationskorrigierte Schätzung zeigte zudem keine nennenswerte Änderung.

**Tab. 9: Encompassing-Test II (Regressand: ZV5)**

<b>60 Tage</b>							
Volatilität	a	b	c	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	t-Wert (c=1)
MITTEL	-2.377 (1.500)	1.357 * (0.534)	0.053 (0.358)	0.617	1.392 U	0.669	-2.643 *
CALL	-2.168 (1.455)	1.277 * (0.511)	0.100 (0.347)	0.613	1.525 U	0.542	-2.593 *
KAPPA	-2.285 (1.503)	1.315 * (0.533)	0.082 (0.357)	0.611	1.422 U	0.590	-2.570 *
CALL&PUT	-2.053 (1.448)	1.226 * (0.505)	0.129 (0.345)	0.608	1.536 U	0.447	-2.524 *
PUT	-1.940 (1.441)	1.175 * (0.499)	0.157 (0.343)	0.602	1.546	0.351	-2.456 *
FED80	-1.740 (1.466)	1.141 * (0.534)	0.157 (0.372)	0.586	1.448 U	0.265	-2.265 *
FED60	-1.594 (1.475)	1.078 (0.539)	0.192 (0.378)	0.576	1.425 U	0.145	-2.138 *
<b>40 Tage</b>							
Volatilität	a	b	c	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	t-Wert (c=1)
MITTEL	0.864 (1.358)	0.827 (0.497)	-0.160 (0.335)	0.320	2.171	-0.349	-3.464 **
KAPPA	0.893 (1.352)	0.843 (0.511)	-0.176 (0.347)	0.318	2.188	-0.308	-3.395 **
FED60	1.150 (1.250)	0.792 (0.495)	-0.165 (0.350)	0.313	2.211	-0.421	-3.332 **
FED80	1.128 (1.270)	0.795 (0.503)	-0.165 (0.353)	0.312	2.204	-0.407	-3.301 **
CALL	1.021 (1.338)	0.823 (0.526)	-0.172 (0.361)	0.310	2.195	-0.336	-3.249 **
CALL&PUT	1.313 (1.338)	0.696 (0.531)	-0.095 (0.368)	0.286	2.168	-0.572	-2.978 **
PUT	1.599 (1.331)	0.569 (0.531)	-0.016 (0.372)	0.265	2.138	-0.812	-2.729 *
<b>20 Tage</b>							
Volatilität	a	b	c	R <sup>2</sup>	DW	t-Wert (b=1)	t-Wert (c=1)
PUT	1.631 (0.909)	0.698 (0.413)	-0.170 (0.377)	0.275	2.359	-0.731	-3.102 **
CALL&PUT	1.643 (0.924)	0.663 (0.423)	-0.136 (0.382)	0.262	2.304	-0.796	-2.970 **
CALL	1.665 (0.938)	0.619 (0.431)	-0.094 (0.386)	0.248	2.246	-0.884	-2.836 *
KAPPA	1.563 (0.976)	0.644 (0.459)	-0.112 (0.406)	0.244	2.227	-0.776	-2.741 *
MITTEL	1.466 (1.024)	0.650 (0.482)	-0.108 (0.417)	0.239	2.214	-0.727	-2.659 *
FED80	1.846 (0.951)	0.434 (0.431)	0.052 (0.392)	0.208	2.135	-1.314	-2.419 *
FED60	1.901 (0.953)	0.374 (0.428)	0.101 (0.391)	0.198	2.101	-1.463	-2.298 *
R <sup>2</sup> : korrigiertes Bestimmtheitsmaß; DW: Durbin-Watson-Statistik; **, *: Signifikant auf dem Niveau von 5 bzw. 1% U: DW befindet sich im unbestimmten Bereich; Werte in Klammern: Standardfehler der Schätzwerte							

Interessant ist ferner die Entwicklung der Bestimmtheitsmaße für die beiden ZV-Maße bei einer Veränderung der Fristen. Während Variationen von ZV bei kurzen Fristen besser erklärt werden können als im 60-Tage-Fall, ist bei ZV5 das Gegenteil der Fall. Es scheint so, als nähme die für die gesamte Restlaufzeit erwartete Kursvolatilität an Bedeutung zu, je weniger Zeit bis zum Verfall der Option bleibt.<sup>43</sup>

#### 2.2.3.4 Empirische Analysen im Vergleich

Die bereits bei den einfachen qualitativen und quantitativen Vorhersagen gemachte Feststellung, daß die Prognosegüte bei einer Verkürzung der Restlaufzeit von drei auf rund zwei Kalendermonate zunimmt, stimmt nur bedingt mit den Ergebnissen der Federal Reserve Bank of Atlanta überein, die diese Art von Untersuchung für Optionen auf den Standard & Poor 500 Aktienindex-Future durchgeführt hat.<sup>44</sup> Bei Betrachtung des MQF stellt die Fed fest, daß bei Verwendung aller Daten von 1983 - Ende 1988 eine schrittweise Reduzierung der Restlaufzeit von 57 auf 38 beziehungsweise 17 Handelstage mit einer Verringerung des Fehlers einhergeht. Wird jedoch der Stichprobenumfang von 1983 bis zum Börsencrash 1987 beschränkt, ergeben sich sowohl für den MQF als auch den MAF andere Resultate: In diesen Fällen nimmt die Prognoseungenauigkeit nämlich zunächst zu, so daß die IV rund zwei Kalendermonate vor Auslaufen der Option anders als in der hier durchgeführten Analyse unzuverlässigere Vorhersagen generieren als bei  $\tau=(60/252)$ . Es bleibt offen, ob die Diskrepanz zeit-, länder- oder marktbedingt ist.

Die Vorgehensweise bei der Regressionsanalyse ist - wie bereits erwähnt - in Anlehnung an eine Studie der Bank of Japan (1995) gewählt worden, die u.a. den Informationsgehalt von impliziten Volatilitäten für den japanischen Bond-Future untersucht hat. Allerdings verwendet sie bei ihrer Analyse nur ein IV-Maß, das in etwa der Variable CALL&PUT<sup>45</sup> entspricht, sowie, bei der Regression mit ZV als abhängiger Variable, Quartalsdaten, die mit einer "langfristigen" Restlaufzeit der Option von durchschnittlich mehr als drei

---

<sup>43</sup> Bei einer Verkürzung von  $\tau$  über das die hier gewählten Werte hinaus nähern sich ZV und ZV5 natürlich sukzessive an.

<sup>44</sup> Die von der Fed untersuchten Restlaufzeiten sind 57, 38 und 17 Handelstage. Sie unterscheiden sich somit nur geringfügig von den hier gewählten.

<sup>45</sup> In dieses Maß geht jedoch die implizite Volatilität von vier Optionen ein.

Monaten einhergehen. Bei Schätzgleichungen mit ZV5 oder IV als Regressanden werden die Daten monatlich mit entsprechend variierenden Restlaufzeiten erhoben.

Die wichtigsten Resutate sind:

- ♦ Die japanischen Studie kommt zu dem Ergebnis, daß die Veränderungen von ZV zu über 50% von den impliziten Volatilitäten (alleine oder gemeinsam mit HV) erklärt werden können. Diese Werte liegen über den Vergleichswerten für den Bund-Future.
- ♦ Das korrigierte Bestimmtheitsmaß liegt bei der Erklärung von ZV5 mit rund 0,3 deutlich unter dem  $R^2$  im 60-Tage-Fall der vorliegenden Studie, aber über dem des 40-Tage-Falls. Da aufgrund der monatlichen Datenerhebung die Restlaufzeit annähernd zwischen ein und drei Monaten schwankt, ist der Unterschied zu den Bund-Future-Optionen eher als gering anzusehen. Wie bei den 60-Tage-Prognosen beim Bund-Future, erscheinen ausgerechnet bei der Erklärung von ZV5 die impliziten Volatilitäten den historischen überlegen.

Den impliziten Volatilitäten scheint in Japan eine geringfügig bessere Prognoseleistungen für die zukünftige (langfristige) Volatilität des Anleihen-Futures zuzukommen als auf dem deutschen Markt. Allerdings erscheinen die Ergebnisse - für einen internationalen Vergleich - verhältnismäßig ähnlich. Eine abschließende Beurteilung kann jedoch erst mittels einer exakt gleichen Studie auf beiden Märkten vorgenommen werden.

### **3 Fazit**

Über den Einsatz historischen sowie von aus Bund-Future-Optionen berechneten impliziten Volatilitäten zur Prognose zukünftiger Kursschwankungen bleibt folgendes festzuhalten:

- ♦ Bei qualitativen Prognosen, d.h. bei Vorhersagen über die tendenzielle Entwicklung zukünftiger Volatilitäten, sind implizite Volatilitäten auf dem Bund-Future-Markt sehr erfolgreich. Dies gilt für alle drei betrachteten Fristen, wobei Vorhersagen bei einer Restlaufzeit von nur noch zwanzig Handelstagen etwas unzuverlässiger sind als bei längeren Prognosehorizonten.

- ♦ Bei quantitativen Prognosen mit Hilfe impliziter Volatilitäten war - wurde die Volatilität über die gesamte Restlaufzeit der Option (ZV) vorhergesagt - eine Verbesserung der Prognosegenauigkeit bei Reduzierung der Restlaufzeit von 60 auf 40 Handelstage festzustellen, und eine Verschlechterung, wenn  $\tau$  nochmals verringert wurde. Diese Feststellung trifft auf die einfachen quantitativen Prognosen ebenso zu wie auf die Regressionsanalyse. Eine Ausnahme stellt der Encompassing-Test dar, bei dem in der kurzen Frist das größte Bestimmtheitsmaß ausgewiesen wird.
- ♦ Ferner ist bemerkenswert, daß die historische Volatilität die über die gesamte Restlaufzeit einer Option gemessene zukünftige Volatilität besser prognostizieren kann als implizite Maße, wenn nur noch zwanzig Handelstage bis zum Verfall der Option vorhanden sind. Darauf weisen sowohl die einfachen quantitativen Prognosen als auch die Regressionsanalyse hin.
- ♦ Des Weiteren nimmt die Genauigkeit bei der Prognose von ZV bei ausschließlicher Verwendung von HV bei abnehmenden Prognosehorizont erwartungsgemäß zu. Jedoch kann die intuitiv verständliche Erklärung, daß Schocks, die die Entwicklung von HV beeinflußt haben, auch noch auf ZV wirken, nicht gänzlich bestätigt werden. Gerade bei der Erklärung der nur in den fünf Handelstagen nach Bestimmung der HV gemessenen Volatilität (ZV5), die besonders von solchen Schocks geprägt sein sollte, ist die Prognosequalität von HV (und IV) in den beiden kürzeren Fristen nur gering.
- ♦ Bei den längeren Restlaufzeiten stuft der für die Erklärung von ZV durchgeführte Encompassing-Test zwar formal implizite und historische Volatilitäten gleich ein. Jedoch sprechen die t-Statistiken der Regressionen sowie die anderen Untersuchungen für eine leichte Überlegenheit der IV-Maße. Von denen sind insbesondere CALL, KAPPA und MITTEL hervorzuheben, die insgesamt gesehen zu den zuverlässigsten gehören.
- ♦ Wird an Hand einer Regressionsanalyse die These überprüft, die Teilnehmer auf den Optionsmärkten orientierten sich nur an kurzfristigen Entwicklungen, ist die Evidenz für diese Art des Short-termism gemischt. So spricht für die kurzfristige Orientierung, daß mit ZV5 als Regressand die IV-Maße den historischen Volatilitäten in allen Fristen überlegen sind (gemessen am korrigierten  $R^2$ ). Ferner liegt das für  $\tau=60/252$  und bei der Verwendung beispielsweise von MITTEL oder CALL ausgewiesene  $R^2$  von über 0,63 weit über dem, das bei der Verwendung von ZV als endogener Größe erreicht wird.

Hingegen verhält sich dieser Sachverhalt bei  $\tau=40/252$  sowie  $20/252$  genau umgekehrt; hier spricht das Bestimmtheitsmaß für eine tendenziell längerfristige Orientierung.

- ♦ Unter Berücksichtigung aller Analysen ließ sich demnach am Beispiel von Optionen auf den Bund-Future zeigen, daß, auch wenn die Akkuratess quantitativ Prognosen bei alleiniger Berücksichtigung von impliziten und historischen Volatilitäten nicht gänzlich befriedigen kann, implizite Volatilitäten entsprechender Optionen in der Lage sind, die qualitative Entwicklung der Preisvolatilität ihres Basiswerts mit einer hohen Zuverlässigkeit vorherzusagen. Dies ist eine wichtige Erkenntnis für Zentralbanken und sogenannte "Volatility Trader"<sup>46</sup>, die zumeist weniger nach dem genauen Ausmaß künftiger Kursschwankungen als vielmehr nach der tendenziellen Entwicklung der Volatilität am langen Ende des Rentenmarkts fragen. Der Einsatz von IV-Maßen für solche Prognosezwecke erscheint also vielversprechend.

Natürlich sind mit der hier vorgenommenen Auswahl an IV-Maßen nicht sämtliche Möglichkeiten ausgeschöpft worden. Gerade der Vorschlag der Fed Atlanta kann beliebig oft und fein variiert werden. Jedoch scheint mit den hier überprüften Vorschlägen die Palette der theoretisch am besten fundierten Schemata abgedeckt zu sein. Modifikationen der Gewichtungsmethoden führen aller Wahrscheinlichkeit nach zu nur geringfügig veränderten Resultaten.

Über alle Tests in der mittleren und langen Frist gesehen, erscheinen die Maße CALL, MITTEL und KAPPA am geeignetsten, auch wenn bei einzelnen Analysen andere Maße geringfügig besser abschneiden. Berücksichtigt man ferner den Aufwand bei der Datenverarbeitung, bietet es sich an, sich bei der Kalkulation der impliziten Volatilitäten auf die Berechnung der am oder gerade aus dem Geld befindlichen Kaufoptionen zu beschränken, ohne mit gravierenden Qualitätseinbußen rechnen zu müssen. Mit dieser Variable hat eine Zentralbank also nicht nur ein weiteres Mittel zur Marktbeschreibung, sondern sogar für Prognosezwecke in der Hand.

---

<sup>46</sup> Gemeint sind Optionshändler, die hauptsächlich an Hand der impliziten Volatilität festmachen, ob Optionen über- oder unterbewertet sind und dann eine entsprechende Handelsstrategie durchführen, um von eventuellen Ungleichgewichten bzw. erwarteten Volatilitätsänderungen zu profitieren.

## **IV. Implizite Wahrscheinlichkeiten**

### **1 Verfahren zur Ermittlung impliziter Wahrscheinlichkeiten**

#### **1.1 Implizite Wahrscheinlichkeiten in Modellen vom Black-Scholes-Typ**

In Kapitel II wurde an Hand des Black-Scholes-Modells die Möglichkeit aufgezeigt, mit Hilfe einer Annahme über einen bestimmten Zufallsprozeß eine Optionspreisformel herzuleiten. In Kapitel III wurde dieser Zusammenhang genutzt, um aus gegebenen Prämien den einzigen unbekannt Parameter ( $\sigma$ ) dieses Zufallsprozesses zu schätzen und für die Prognose der zukünftigen Volatilität des Underlying zu verwenden. Ferner ist es bei einem bekannten  $\sigma$  möglich, Aussagen darüber zu treffen, welche Wahrscheinlichkeiten bestimmten Ausprägungen des Basiswerts im Rahmen des Ansatzes von Black und Scholes für einen bestimmten Tag zugeordnet werden können.<sup>47</sup> Prinzipiell kann mit Hilfe impliziter Wahrscheinlichkeiten ein Bild gewonnen werden, wie weit und in welche Richtung sich der Kurs des Underlying gemäß den Markterwartungen bewegen wird. Ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung erst bekannt, lassen sich daraus unter anderem viele deskriptive Kennzahlen herleiten, die insbesondere Aussagen über die am Markt herrschende Unsicherheit ermöglichen - und zwar detaillierter als dies mit impliziten Volatilitäten möglich ist.<sup>48</sup> Eine Betrachtung der Wahrscheinlichkeiten kann für viele Zwecke nützlicher sein als die ausschließliche Fokussierung auf eine Volatilitätsgröße, die konstruktionsbedingt keine direkten Aussagen darüber zuläßt, in welche Richtung Kursänderungen erwartet werden und wie sich die Wahrscheinlichkeiten zu bestimmten Zeitpunkten verteilen.

Modelle vom Black-Scholes-Typ generieren für den Kurs des Basiswertes zwangsläufig implizite Wahrscheinlichkeiten, die einer log-Normalverteilung folgen. Dies läßt zwar die

---

<sup>47</sup> Genau genommen können mit dem Modell von Black-Scholes aufgrund der Verwendung stetiger Variablen nur Aussagen über die Wahrscheinlichkeitsdichte für einen Wert getroffen werden. Daraus läßt sich dann die Wahrscheinlichkeit für ein abgegrenztes Intervall um eine bestimmte Ausprägung kalkulieren.

<sup>48</sup> Unter gewissen Annahmen ist es sogar möglich - quasi als Spezialfall - aus impliziten Wahrscheinlichkeiten eine implizite Volatilität zu berechnen.

Möglichkeit zu, Wahrscheinlichkeiten für jeden beliebigen Tag und nicht nur für den Verfalltag einer Option zu berechnen. Jedoch besteht wie im dritten Kapitel das Problem, daß selbst bei Betrachtung von Optionen nur einer Laufzeitklasse aufgrund des Volatility Smile unterschiedliche implizite Volatilitäten Verwendung finden können, in der Black-Scholes Modellwelt aber nur die Existenz einer einzigen (impliziten) Volatilität zulässig ist. Werden verschiedene implizite Volatilitäten zur Berechnung der impliziten Wahrscheinlichkeiten herangezogen, ergeben sich widersprüchliche Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Hier böte es sich natürlich an, auf eins der Volatilitätsmaße zurückzugreifen, welches die zukünftige Volatilität am besten prognostiziert, wie zum Beispiel eine der Variablen CALL, KAPPA oder MITTEL aus dem letzten Abschnitt.

Einschränkend ist jedoch anzumerken, daß, obwohl die empirische Analyse im vorigen Abschnitt zwar die Zuverlässigkeit dieser IV-Maße bei der Vorhersage, in welche Richtung sich die zukünftige Volatilität entwickeln wird, verdeutlicht hat, quantitative Prognosen aber als ungenau einzustufen sind. Ein möglicher Grund dafür kann eine nur ungenaue Beschreibung der Wirklichkeit mittels der Annahme der geometrischen Brownschen Bewegung - und somit der log-Normalverteilung des Underlyings - sein. Eventuell springt der Preis des Underlying von Zeit zu Zeit (Jump Diffusion Process) oder die wahre Verteilung des Basiswerts weist eine veränderliche Varianz auf. Der Kurs des zugrundeliegenden Geschäfts bestimmt sich dann möglicherweise aus einer Reihe von Normalverteilungen. Womöglich folgt der Preis des Underlyings aber auch nicht einer log-Normal-, sondern einfach einer anderen Verteilung.<sup>49</sup> Deshalb erscheint es vorteilhafter, zur Berechnung der impliziten Wahrscheinlichkeiten einen flexiblen Ansatz zu wählen, der ex ante keiner Verteilungsannahme bedarf.

## **1.2 Bisher verwendete verteilungsfreie Ansätze zur Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten**

In der Literatur wurden bereits verschiedene Vorschläge zur Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten herausgearbeitet. So erlaubt Malz<sup>50</sup> dem Kurs des Underlyings einem Jump-Diffusion-Prozeß zu folgen, während Melick und Thomas<sup>51</sup> von der Annahme

---

<sup>49</sup> Vgl. etwa Gemmill, G. (1993), S.113.

<sup>50</sup> Vgl. Malz, A.M. (1994).

<sup>51</sup> Vgl. Melick, W.; Thomas, Ch. (1994).

ausgehen, die Wahrscheinlichkeitsdichte des Basiswerts errechne sich aus einer Mischung von bis zu drei log-Normalverteilungen. Beide Ansätze enthalten das Modell von Black-Scholes als Spezialfall, erlauben aber auch das Entdecken anderer Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Zudem kommen diese Modelle mit nur wenig Daten aus, da sie jeweils eine gewisse Struktur unterstellen. Ist diese korrekt, liefert die entsprechende Vorgehensweise selbst mit einer beschränkten Datenmenge genaue Aussagen über die impliziten Wahrscheinlichkeiten. Spiegeln die angenommenen Zufallsprozesse oder Verteilungsfunktionen die Wirklichkeit allerdings nur unzureichend wider, werden nur wenig verlässliche Resultate generiert.

Besitzt man ex ante nicht genügend Wissen, um eine bestimmte Struktur unterstellen zu können, muß auf weniger restriktive Methoden zurückgegriffen werden. Eine solche wurde von Breeden und Litzenberger (1978) entwickelt und beruht letztlich auf der bereits im zweiten Kapitel eingeführten Gleichung (2), nach der sich in einer risikoneutralen Welt der Preis einer europäischen Calloption aus den diskontierten, erwarteten Auszahlungen ergibt:

$$(7) \quad C = e^{-rT} \int_{-\infty}^{+\infty} w(F_T) \max(0, F_T - K) dF_T \quad .52$$

Erfolgt ein tägliches Margining der Optionen, vereinfacht sich die Formel zu:

$$(7') \quad C = \int_{-\infty}^{+\infty} w(F_T) \max(0, F_T - K) dF_T \quad .$$

Wie bei den impliziten Volatilitäten wird aus dieser Gleichung für bekannte C sowie  $\max(0, F_T - K)$  die Wahrscheinlichkeitsdichte berechnet. Bildet man die zweite partielle Ableitung des Callpreises nach dem Ausübungspreis unter Berücksichtigung der entsprechenden Regeln, erhält man direkt die Wahrscheinlichkeitsdichte an der Stelle  $F_T = K$ :

$$(8) \quad C_K = - \int_K^{+\infty} w(F_T) dF_T$$

---

<sup>52</sup> Zur Erinnerung:  $F_T$  ist die Bezeichnung für die Variable: "Kurs des Basiswerts F am Verfalltag T". T ist also nicht variabel, was insbesondere für die Ableitungen von Bedeutung ist.

$$(9) C_{KK} = w(K) .$$

Eine Wahrscheinlichkeit erhält man, indem ein Integral berechnet wird, das K umschließt, z.B.

$$(10) p(K_i^*) = p(K_i - 0,5\kappa \leq F_T \leq K_i + 0,5\kappa) = \int_{K_i - 0,5\kappa}^{K_i + 0,5\kappa} w(F_T) dF_T \quad .53$$

In der praktischen Anwendung dieses Ansatzes ergibt sich das Problem der nur endlichen Anzahl an Strikepreisen. Während die Herleitung eine in K stetige Variable C unterstellt, wird an den Börsen für eine Laufzeitklasse nur eine beschränkte Anzahl an Optionen gehandelt. Dieses Problem kann auf zwei verschiedene Arten gelöst werden. Die erste wurde von Shimko (1991) gewählt. Er generiert die fehlenden Callpreise, indem er eine Parabel an das Volatility Smile anpaßt und für alle K ein  $\sigma$  bestimmt. Anschließend berechnet er mit der passenden Black-Scholes-Formel die Callpreise in beliebig feinen Abständen,<sup>54</sup> was eine numerische Ableitung von C ermöglicht. Die Ergebnisse dieser Vorgehensweise hängen in erheblichem Maße von der Interpolationstechnik ab, die hierbei Verwendung findet. Ferner wird ein Mispricing der rechnerisch ermittelten Prämien ex ante nicht ausgeschlossen. Dieses Problem wird insbesondere dann akut, wenn weit im oder aus dem Geld liegende Optionen in das Volatility Smile eingehen. Ihre Preise sollten sich vornehmlich aus ihren inneren Werten zusammensetzen, was bei einer Berechnung der Prämie über den Umweg eines "angepaßten Lächelns" allerdings nicht garantiert ist. Indem man nicht alle Restriktionen berücksichtigt, die für Optionspreise gelten, fallen wichtige, verfügbare Informationen unter den Tisch. Weiterhin wird durch die Interpolation eine Sicherheit hinsichtlich des Wissens um nicht beobachtbare Callpreise vorgetäuscht, die nicht vorhanden ist.

Eine zweite mögliche Vorgehensweise wurde von Breeden und Litzenberger (1978) selbst vorgeschlagen.<sup>55</sup> Sie beruht auf einer einfachen Approximation von  $C_{KK}$  durch den Differenzenquotienten zweiter Ordnung. Beträgt die Entfernung zwischen benachbarten

---

<sup>53</sup> Der Ansatz kann auch mit Puts durchgeführt werden. Aufgrund der Put-Call-Parität sind die Ergebnisse bei der Verwendung (de facto) europäischer Optionen identisch.

<sup>54</sup> Das heißt nicht etwa, daß die Black-Scholes-Formel als gültig akzeptiert wird, sie dient lediglich als Iterationshilfe.

<sup>55</sup> Für eine Anwendung, die trotz des zeitlichen Abstands zum Originalaufsatz eine Parallelentwicklung darstellt, vgl. Pinkava, P. (1994).

Ausübungspreisen immer  $\Delta K$ , ergibt sich die Wahrscheinlichkeitsdichte an einem bestimmten Strike  $K_i$  <sup>56</sup> somit aus:

$$(11) w(K_i) \approx \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{\Delta K^2} .$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß sich das Underlying am Fälligkeitstag der Option in einem Intervall zwischen  $K_i - 0,5\kappa$  und  $K_i + 0,5\kappa$  - vereinfacht geschrieben als  $p(K_i^*)$  - befindet, ist demnach:

$$(12) p(K_i^*) \approx w(K_i) \cdot \kappa ,$$

für  $\kappa = \Delta K$  gilt dann

$$(13) p(K_i^*) \approx \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{\Delta K} .$$

Zur Berechnung sind demnach nur die Preise dreier Kaufoptionen erforderlich, deren Strikepreis jeweils  $\Delta K$  Einheiten voneinander entfernt liegen. Zur Generierung einer vollständigen Wahrscheinlichkeitsverteilung wird eine möglichst große Palette mit Optionen derselben Laufzeitklasse und unterschiedlichen Ausübungspreisen benötigt.

Beide Ansätze haben einen Nachteil gemein: Ist die Palette der beobachtbaren Strikes nicht weit genug, um das gesamte Spektrum sämtlicher für wahrscheinlich gehaltenen Realisationsmöglichkeiten abzudecken, wird die Summe der ausgewiesenen Wahrscheinlichkeiten kleiner sein als Eins.<sup>57</sup> Zwar kann natürlich die fehlende "Wahrscheinlichkeitsmasse" bestimmt werden, jedoch ist bei den oben beschriebenen Ansätzen nicht immer erkennbar, wieviel der fehlenden Wahrscheinlichkeit dem jeweiligen Rand zuzuordnen ist.

---

<sup>56</sup> Der Laufindex  $i=1, \dots, n$  nimmt den Wert 1 bei der teuersten Kaufoption an, beginnt also bei der Option mit dem niedrigsten Ausübungspreis.

<sup>57</sup> Für den diskreten Ansatz bedeutet dies, daß für die beiden jeweils äußersten Optionen mehr als ihr innerer Wert bezahlt wird.

### 1.3 Ein neuer Ansatz

Im folgenden soll ein neu entwickelter Ansatz vorgestellt werden, der wie die zuvor dargestellten Methoden auf restriktive Annahmen verzichtet und zudem Informationen über die Randwahrscheinlichkeiten beinhaltet. Dies wird dadurch erreicht, daß nicht die Wahrscheinlichkeitsdichte, sondern die Wahrscheinlichkeitsverteilung aus den Optionspreisen hergeleitet wird. Diese erhält man, mit einem negativen Vorzeichen versehen, aus der ersten Ableitung der Callprämie nach dem Ausübungspreis (vgl. Gleichung (8)).

$$(8') \quad C_K = - \int_K^{+\infty} w(F_T) dF_T = -p(K \leq F_T \leq \infty) = -p(F_T \geq K) \quad \text{bzw.}$$

$$(8'') \quad -C_K = p(F_T \geq K)$$

Die erste Ableitung enthält demnach Informationen über die Größe der Wahrscheinlichkeit für den Fall, daß  $F$  größer oder gleich dem jeweiligen Ausübungspreis  $K$  ist.<sup>58</sup> Um der Problematik des Mispricings und der Wahl einer Iterationstechnik, die das Ergebnis beeinflussen kann, zu entgehen, soll die erste Ableitung diskret mit dem Differenzenquotienten erster Ordnung approximiert werden. Die verwendeten Prämien sollten aufgrund der (für steigende Ausübungspreise) monoton fallenden und linksgekrümmten<sup>59</sup> Callpreise von Optionen mit benachbarten Strikes stammen. Liegen diese jeweils  $\Delta K$  Einheiten auseinander gilt:

$$(14) \quad p(F_T \geq K_i) \approx \frac{C_{i-1} - C_{i+1}}{2 \cdot \Delta K}$$

Die Wahrscheinlichkeit  $p(K_i \leq F_T \leq K_{i+1})$  mit der  $F$  am Verfalltag der Option zwischen den Ausübungspreisen  $K_i$  und  $K_{i+1}$  liegt - vereinfacht geschrieben als  $p(K_i)$  -, ergibt sich demnach aus:

$$(15) \quad p(K_i) = p(F_T \geq K_i) - p(F_T \geq K_{i+1}) \approx \frac{[C_{i-1} - C_{i+1}] - [C_i - C_{i+2}]}{2 \cdot \Delta K}$$

---

<sup>58</sup> Genaugenommen ist diese negative erste Ableitung numerisch identisch mit 1 minus der Verteilungsfunktion.

<sup>59</sup> Exakter ausgedrückt: Die Optionsprämien können linear oder linksgekrümmt fallen.

Ein Vergleich der Wahrscheinlichkeiten  $p(K_i)$  und  $p(K_i^*)$  (Gleichungen (15) sowie (10) und (13)) läßt einen Unterschied erkennen:  $p(K_i^*)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß  $F_T$  in einem Intervall um den Strike  $K_i$  liegt - und nicht zwischen zwei Ausübungspreisen. Ein Vorteil der hier vorgestellten Methode ist, daß bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten mittels der Gleichung (14) auch immer  $p(F_T < K_i)$  bestimmt wird. Selbst wenn nicht genügend Optionspreise bekannt sind, können so zumindest Aussagen getroffen werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit  $F_T$  Werte kleiner als  $K_2$  und größer als  $K_{n-1}$  einnimmt. Dies ist mit dem im letzten Abschnitt dargestellten Verfahren von Breeden-Litzenberger nicht ohne weiteres möglich.

## 2 Eigenschaften der impliziten Wahrscheinlichkeiten

Die aufgrund der sonst möglichen Arbitrage monoton fallenden und linear oder konvex verlaufenden Optionsprämien garantieren einen Wert von  $p(K_i) \geq 0$ .<sup>60</sup> Sollte dies nicht der Fall sein, wurden die Prämien nicht korrekt oder ungenau erhoben. Das kann einfach daran liegen, daß nicht genügend Dezimalstellen bei der Notierung der Option verwendet werden. Wahrscheinlicher ist jedoch eine nicht gleichzeitige Erfassung der Optionspreise. Liegt keine Synchronität der Preisdaten vor, kann eine fehlerhafte Berechnung der Wahrscheinlichkeiten die Folge sein. Deshalb bietet es sich an, nur die Schlußkurse der jeweiligen Optionen zu berücksichtigen. Möglicherweise sind die von einer Börse oder von Market-Makers gestellten Preise auch nicht verbindlich. Aber selbst in diesem Fall dürften die Abweichungen von den "wahren" Preisen nur gering sein, denn der Gewinn der erwähnten Stellen hängt nicht zuletzt von einer zufriedenen Kundschaft ab, die demzufolge insbesondere mit zuverlässigen Preisdaten versorgt werden muß.

Eine weitere und grundlegende Eigenschaft von Wahrscheinlichkeiten ist, daß sie sich zu Eins addieren müssen. Existieren  $n$  Optionen in einer Laufzeitklasse, erhält man bei der Addition sämtlicher Wahrscheinlichkeiten:

---

<sup>60</sup> Der Zähler im Bruch der Gleichung (15) kann auch als die Differenz zweier Callspreads angesehen werden. Der erste führt im Vergleich zum zweiten schon bei einem geringeren Wert des Underlying  $F$  zu einer Auszahlung und darf demnach nicht weniger kosten. Werden alle Arbitragemöglichkeiten genutzt, kann  $p$  nicht negativ sein.

$$(16) \sum_{i=2}^{n-2} p(K_i) \approx \frac{C_1 - C_3 + (C_{n-2} - C_n)}{2 \cdot \Delta K}$$

Ist das von den  $n$  Optionen abgedeckte Spektrum weit genug, werden die Optionen an den Rändern entsprechend ihres inneren Wertes gehandelt. Daraus ergibt sich:

$$(16') \sum_{i=2}^{n-2} p(K_i) \approx \frac{(F - K_1) - (F - K_3) + (0 - 0)}{2 \Delta K} = \frac{2 \Delta K}{2 \Delta K} = 1$$

Die mittels der Approximation der ersten Ableitung berechnete Größe erfüllt also die grundlegenden Eigenschaften, denen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung genügen muß. Folglich können die auf diesem Wege generierten Daten auch für weiterführende Berechnungen genutzt werden, wie etwa zur Ermittlung des Erwartungswertes. Werden, wie im dritten Kapitel, Optionen auf Futures herangezogen, müßte der Erwartungswert mit dem augenblicklichen Futurekurs identisch sein.<sup>61</sup>

Selbstverständlich geht der Informationsgehalt einer kompletten Wahrscheinlichkeitsverteilung für mögliche Futurewerte über den eines Punktschätzers hinaus, wie ihn der augenblickliche Future- oder Terminkurs darstellt und ist ihm somit überlegen. So reicht schon die Berechnung einfacher Streuungsmaße (Varianz der Verteilung oder Quartilsabstand), um ein Maß für die im Markt befindliche Unsicherheit zu besitzen, die mit der impliziten Prognose verbunden ist. Nimmt beispielsweise die Ungewißheit über die zukünftige Entwicklung zu, muß sich dies nicht gleich im Erwartungswert (Punktschätzer) widerspiegeln. Jedoch dürfte das Spektrum der für wahrscheinlich gehaltenen Realisationsmöglichkeiten zunehmen, was sich in veränderten Streuungsmaßen niederschlagen dürfte.<sup>62</sup>

Weiterhin kann es lohnend sein, die ermittelten Wahrscheinlichkeiten in einem Histogramm abzubilden. Auf diese Weise ist es sogar möglich, eine bi- oder multimodale Verteilung zu entdecken. Ein solcher Verlauf, der sich - technisch gesehen - bei variierender Konvexität der Optionsprämien ergibt, ist insbesondere dann wahrscheinlich, wenn die Marktteilnehmer von zwei oder mehr Szenarien ausgehen. So könnte die

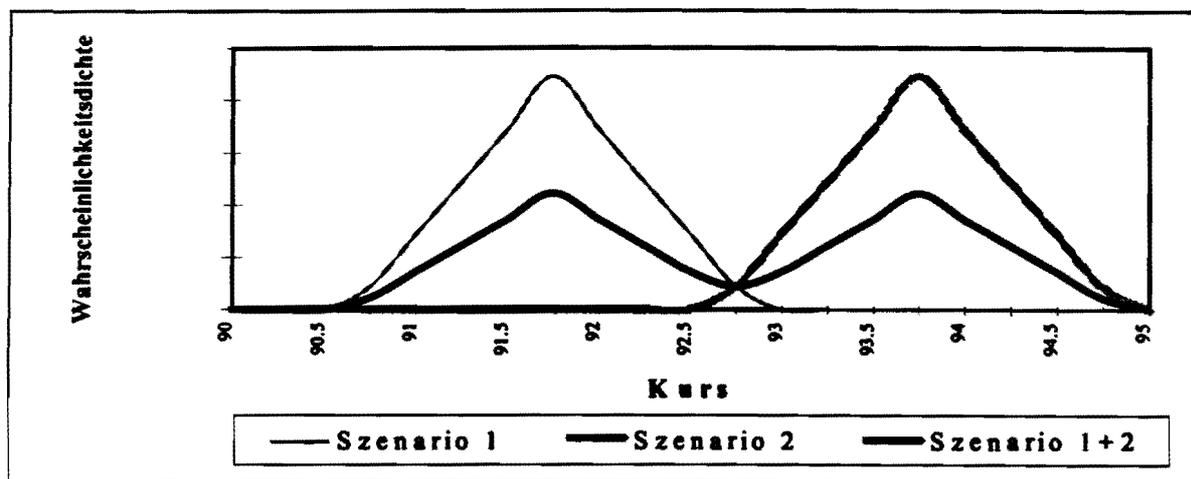
---

<sup>61</sup> Gemäß theoretischer Erwägungen ist in einer risikoneutralen Welt der Erwartungswert für einen zukünftigen Futurekurs dessen augenblicklicher Wert. Der Kurs eines Futures, dessen Kauf oder Verkauf quasi nichts kostet, ist demnach ein Martingal.

<sup>62</sup> Ferner können auch Momente höherer Ordnung berechnet werden.

Meinung vorherrschen, daß entweder eine große Kursbewegung nach oben oder nach unten stattfindet. Abb. 4 illustriert - an Hand von Wahrscheinlichkeitsdichten - eine solche Möglichkeit: Der Markt "denkt" in zwei gleichwahrscheinlichen Szenarien, die ihren Modus jeweils bei 91,75 und 93,75 aufweisen. Poolt man die Wahrscheinlichkeiten, ergibt sich eine bimodale Funktion. Liegen solche bi- oder gar multimodalen Funktionen vor, besteht insbesondere bei der ausschließlichen Betrachtung des Erwartungswertes oder eines anderen Punktschätzers die Gefahr, ein falsches Bild vom Markt zu bekommen.

**Abb. 4: Multimodale Wahrscheinlichkeitsdichte bei der Erwartung zweier Szenarien**



Ein Sachverhalt bedarf noch einer besonderen Erläuterung: Die impliziten Wahrscheinlichkeiten wurden unter der Annahme ermittelt, daß die Wirtschaftssubjekte risikoneutral sind.<sup>63</sup> Ein risikoaverser Marktteilnehmer wäre aber bereit, den Erwartungswert einer Calloption zuzüglich einer Risikoprämie zu zahlen. Man würde demgemäß nicht die von den Marktteilnehmern angenommene, sondern nur eine verzerrte Wahrscheinlichkeit ermitteln. Unter solchen Umständen müßte die Nutzenfunktion der Marktteilnehmer bekannt sein, um unverzerrte Schätzwerte zu generieren. Rubinstein (1994) zeigt jedoch an Hand eines Beispiels, daß selbst bei Unterstellung unterschiedlicher Risikoprämien die risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten eine gute Annäherung an die vom Markt unterstellten sind. Ein Hinweis auf die Ähnlichkeit der Wahrscheinlichkeitsmaße ist auch in der vorliegenden Ausarbeitung zu finden: Im dritten Kapitel konnte für kein Volatilitätsmaß und für keine der drei untersuchten Restlaufzeiten ein systematischer Prognosefehler

<sup>63</sup> Das ist bei allen Ansätzen der Fall und gilt folglich auch für die mittels einer Formel des Black-Scholes Typ errechneten Werte.

festgestellt werden, was für die Existenz von Risikoprämien gesprochen hätte. Auch wenn die gemessenen Wahrscheinlichkeiten mit den vom Markt erwarteten nicht hundertprozentig übereinstimmen sollten, spricht demnach manches dafür, daß der Unterschied nur gering ausfällt.

### **3 Empirische Analyse**

Das oben vorgestellte Konzept ist für alle Optionen (des zumindest de facto) europäischen Typs anwendbar, wobei eine Vielzahl von Ausübungspreisen für jede Laufzeitklasse der Güte der Berechnung dienlich ist. Im folgenden wird der oben dargestellte Ansatz auf Prämien von Bund-Future- sowie Euromark-Future-Optionen angewandt. In beiden Fällen sollen Probleme bei der praktischen Anwendung der Methodik evaluiert werden.

#### **3.1 Optionen auf den Bund-Future**

##### **3.1.1 Vorgehensweise**

Wie im dritten Kapitel finden die entsprechenden Optionen der Liffe insbesondere aufgrund ihrer Liquidität, des Margining und der vielen Ausübungspreise in den einzelnen Laufzeitklassen Verwendung. Um einen Eindruck davon zu vermitteln, wie die Berechnungen vorgenommen werden, beinhaltet Tabelle 10 die von der Börse festgehaltenen Daten (Spalte 1-4) sowie die durchgeführten Berechnungen.

In den Spalten 5 und 6 wird mittels der Gleichungen (14) und (15) die Wahrscheinlichkeitsverteilung bzw. die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Klassen geschätzt. Aufgrund der Verwendung des Differenzenquotienten erster Ordnung kann erst für die zweite Klasse (89,5 - 90,0) der Wert der Wahrscheinlichkeitsverteilung geschätzt werden. Er beträgt 0,98. Daraus läßt sich schließen, daß die fehlenden zwei Prozentpunkte kleineren Bund-Future-Werten zuzuordnen sind. Mangels besserer Informationen werden sie der kleinsten Klasse zugeschrieben.

**Tabelle 10: Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten aus Prämien von Bund-Future-Optionen**

(1) Datum	(2) Laufzeitende	(3) C	(4) K	(5) Vtlg	(6) p(K) [%]	(7) Klassenmitte	(6*7)
04.03.94	Jun 94	7.44	89		2.0	89.25	1.79
04.03.94	Jun 94	6.95	89.5	0.98	1.0	89.75	0.90
04.03.94	Jun 94	6.46	90	0.97	2.0	90.25	1.80
04.03.94	Jun 94	5.98	90.5	0.95	1.0	90.75	0.91
04.03.94	Jun 94	5.51	91	0.94	2.0	91.25	1.83
04.03.94	Jun 94	5.04	91.5	0.92	2.0	91.75	1.83
04.03.94	Jun 94	4.59	92	0.9	2.0	92.25	1.85
04.03.94	Jun 94	4.14	92.5	0.88	1.0	92.75	0.93
04.03.94	Jun 94	3.71	93	0.87	0.0	93.25	0.00
04.03.94	Jun 94	3.27	93.5	0.87	6.0	93.75	5.63
04.03.94	Jun 94	2.84	94	0.81	9.0	94.25	8.48
04.03.94	Jun 94	2.46	94.5	0.72	6.0	94.75	5.68
04.03.94	Jun 94	2.12	95	0.66	3.0	95.25	2.86
04.03.94	Jun 94	1.8	95.5	0.63	6.0	95.75	5.75
04.03.94	Jun 94	1.49	96	0.57	8.0	96.25	7.70
04.03.94	Jun 94	1.23	96.5	0.49	6.0	96.75	5.81
04.03.94	Jun 94	1	97	0.43	6.0	97.25	5.83
04.03.94	Jun 94	0.8	97.5	0.37	8.0	97.75	7.82
04.03.94	Jun 94	0.63	98	0.29	3.0	98.25	2.95
04.03.94	Jun 94	0.51	98.5	0.26	4.0	98.75	3.95
04.03.94	Jun 94	0.37	99	0.22	5.0	99.25	4.96
04.03.94	Jun 94	0.29	99.5	0.17	3.0	99.75	2.99
04.03.94	Jun 94	0.2	100	0.14	4.0	100.25	4.01
04.03.94	Jun 94	0.15	100.5	0.1	2.0	100.75	2.02
04.03.94	Jun 94	0.1	101	0.08	3.0	101.25	3.04
04.03.94	Jun 94	0.07	101.5	0.05	2.0	101.75	2.04
04.03.94	Jun 94	0.05	102	0.03	1.0	102.25	1.02
04.03.94	Jun 94	0.04	102.5	0.02	0.0	102.75	0.00
04.03.94	Jun 94	0.03	103	0.02	0.0	103.25	0.00
04.03.94	Jun 94	0.02	103.5	0.02	1.0	103.75	1.04
04.03.94	Jun 94	0.01	104	0.01	1.0	104.25	1.04
04.03.94	Jun 94	0.01	104.5				
Summe					100.0		96.44
Nachrichtlich: Futurekurs des Juni Kontrakts am 04.03.1994:							96.42

Analog dazu können auch am anderen Rand nicht genügend Ausübungspreise notiert sein. Der dann ausgewiesene Wert der Verteilungsfunktion sowie die entsprechende Wahrscheinlichkeit der letzten Klasse wäre dann größer als der wahre Wert. Deshalb sind die Wahrscheinlichkeiten der Randklassen und alle Maße die diese inkorporieren - wie etwa Erwartungswert, die Spannweite der Verteilung oder die Varianz - mit Vorsicht zu interpretieren. Nur wenn mindestens je eine Klasse mit den Werten Eins beziehungsweise

Null für die Verteilungsfunktion existiert, werden die Wahrscheinlichkeiten der Randklassen garantiert korrekt abgebildet; ansonsten ist dies nicht mit Sicherheit der Fall.<sup>64</sup>

Eine Möglichkeit dies zu testen, stellt die Ermittlung des empirischen Erwartungswertes dar und der Vergleich mit seinem "theoretischen" Pendant- dem tatsächlich gehandelten Futurekurs. Zu diesem Zweck wurde in Spalte (8) das Produkt der Klassenmitte mit den dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten gebildet und aufsummiert. Der so aus den Schlußkursen der Optionen ermittelte empirische Erwartungswert in Höhe von 96,44 unterscheidet sich nur geringfügig von dem Settlement Price des Futures am gleichen Tag, der tatsächlich zwei Basispunkte niedriger ausfiel.

### 3.1.2 Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Zeitverlauf

Die impliziten Wahrscheinlichkeiten stellen ein Instrument für die Marktbeschreibung dar: Mit ihrer Hilfe kann die Entwicklung der Erwartungen der Marktteilnehmer und die mit ihnen verbundene Unsicherheit offengelegt werden. Da eine Darstellung der in einem ersten Schritt generierten Wahrscheinlichkeiten beziehungsweise Histogramme bei einer Betrachtung im Zeitverlauf zu komplex erscheint, muß eine vereinfachte Abbildung erfolgen, etwa durch einen Streuungsparameter. Übliche Maße hierfür sind die Standardabweichung, die durchschnittliche Abweichung, die Spannweite<sup>65</sup> sowie der Quartilsabstand. Standardabweichung und durchschnittliche Abweichung haben den Nachteil, daß sie per definition nicht in der Lage sind, asymmetrische Verwerfungen von Verteilungen darzustellen. Ferner gehen in beide Streuungsparameter auch die Randklassen mit ein. Gleiches gilt für die Spannweite der Verteilung. Dies kann problematisch sein, wenn das Spektrum der vorhandenen Ausübungspreise nicht ausreicht und die Prämien der äußersten Optionen noch über ihrem inneren Wert liegen. Der Quartilsabstand, gemessen als der Abstand zwischen dem 75%-Quantil und dem 25%-Quantil, ist nicht mit diesem Problem

---

<sup>64</sup> So ist z.B. in der Tab. 10 nicht ersichtlich, ob die der Klasse 104 - 104,5 zugeschriebene Wahrscheinlichkeit in Höhe von 1% wirklich genau in dieses Intervall fällt oder ob nicht ein Teil höheren Futureswerten zuzuordnen ist. Diese Frage kann nur dann mit Sicherheit beantwortet werden, wenn eine nächste Klasse existieren würde und die Verteilungsfunktion für dieses Intervall einen Wert von Null annehmen würde. Mit dem Breeden-Litzenberger-Verfahren kann man zwar erkennen wieviel der Wahrscheinlichkeitsmasse insgesamt fehlt, aber nicht unbedingt welchem Rand wieviel zuzuschreiben ist.

<sup>65</sup> Abstand zwischen den Extremwerten einer Verteilung.

behaftet.<sup>66</sup> Natürlich sind auch andere Quantilsabstände denkbar. Die Wahl ist davon abhängig zu machen, inwieweit "extreme" Erwartungen den Indikator beeinflussen sollen. So würde die Differenz zwischen dem 10%- und dem 90%-Quantil zwar einen Bereich abbilden, der den Basiswert der Option mit einer größeren Wahrscheinlichkeit umschließt; jedoch würde er weniger akkurat die "Main Stream"-Erwartungen widerspiegeln als der Quartilsabstand, der immerhin eine "Wahrscheinlichkeitsmasse" von 50% umschließt.<sup>67</sup> Den Main Stream an sich stellt natürlich der Erwartungswert des Marktes dar, der mit dem augenblicklichen Futureskurs approximiert werden kann. Dieser soll mit dem Quartilsabstand zusammen abgebildet werden, um zu untersuchen, ob der Indikator "implizite Wahrscheinlichkeiten" mehr Informationen offenlegen kann als ein einfacher Punktschätzer.

Da die Wahrscheinlichkeiten bzw. ihre Verteilung nur klassenweise vorliegen, wurde, um nicht immer nur die Werte an den Klassengrenzen auszuweisen, eine Gleichverteilung innerhalb der Klassen unterstellt. Selbstverständlich ist dies eine vereinfachende Annahme, weshalb die berechneten Quantile nicht als hundertprozentig exakt angesehen werden sollten, sondern als plausible Näherungswerte.<sup>68</sup>

Die Vorgehensweise und die Entwicklung des Quartilsabstands soll an einem Beispiel illustriert werden. Vorzugsweise sollte ein Zeitraum gewählt werden, der ein besonderes Ereignis beinhaltet. Denkbar sind insbesondere die Veröffentlichung wichtiger geldpolitischer Maßnahmen oder das Bekanntwerden anderer relevanter Daten.

Ein illustratives Beispiel liefert die Veröffentlichung der überraschend hohen Veränderungsrate des Geldmengenaggregats M3 für den Monat Januar 1994 am 02. März 1994. Die zunächst publizierte, annualisierte Veränderungsrate von 20,6% bei einem Zielkorridor von 4 - 6% und einer wiederholten Überschreitung des Geldmengenziels im Vorjahr mußte die Marktteilnehmer nahezu zwangsläufig verunsichern. Schließlich verweist die Bundesbank ständig auf den langfristigen

---

<sup>66</sup> In dieser Arbeit ist ein p%-Quantil ( $F_p$ ) definiert als möglicher Future-Wert für den gilt, daß  $p(F_T \geq F_{T,p}) = p\%$ . Zur Veranschaulichung ein Beispiel mit den Werten aus Tabelle 10: Die Markteinschätzung am 04.03.94 ist folgende: Mit einer Wahrscheinlichkeit von 75% liegt der Futurekurs des Juni Kontrakts am Verfalltag der Option über 94,33. Dieser Wert ist somit das 75%-Quantil.

<sup>67</sup> Je extremer (weiter außen) die Quantile gewählt werden, desto eher wird die Randklassen-Problematik wieder relevant.

<sup>68</sup> Die sowohl für den Bund-Future als auch für den Euromark-Future festgestellte Ähnlichkeit der theoretisch und empirisch ermittelten Erwartungswerte deutet darauf hin, daß die Annahme der Gleichverteilung innerhalb der Klassen nicht problematisch ist.

Zusammenhang zwischen einer übermäßigen Liquiditätsausstattung einer Volkswirtschaft und der Inflationsrate.<sup>69</sup> Demzufolge wies die Geldmengenentwicklung auf die erhöhte Gefahr eines drastischen Preisauftriebs hin, ein Ereignis, für das Anleger am langen Ende des Rentenmarktes mit einer höheren Rendite kompensiert werden wollen und das deshalb mit niedrigeren Anleihekursen einhergeht. Des weiteren konnte den Marktteilnehmern nicht klar sein, wie die Bundesbank darauf reagieren würde. Würde die Politik der kleinen Trippelschritte fortgesetzt werden können oder würde die Geldpolitik gar gestrafft werden müssen? Und - mindestens genauso wichtig - mit welchem Erfolg würden die Bemühungen der deutschen Zentralbank verbunden sein? Schließlich kann beispielsweise das Einschwenken auf einen kontraktiven geldpolitischen Kurs die Preise von Anleihen drücken. Wird jedoch mittels dieser Maßnahme der Inflation glaubwürdig entgegengewirkt, können gerade langfristige Rentenwerte davon profitieren. Kurz gefaßt: ein brauchbarer Indikator sollte für diesen Zeitraum eine erhöhte Unsicherheit bezüglich der Markterwartungen anzeigen.

Abb. 5 zeigt die Entwicklung des Futurekurses (Juni 94 -Kontrakt) sowie der Quartile (linke Skala), die den Future wie einen Schlauch mit flexibler Breite umgeben, in der Zeit vom 01. Februar bis zum 31. März 1994. Ferner wird aus den dargestellten Variablen noch der Quartilsabstand (rechte Skala) berechnet.<sup>70</sup> Um zu veranschaulichen, inwieweit eine Veränderung des Streuungsparameters auf die Veränderung der "oberen" oder der "unteren" Seite des "Schlauchs" zurückzuführen ist, wird auch die Differenz von Futurekurs und dem 75%-Quantil ausgewiesen.

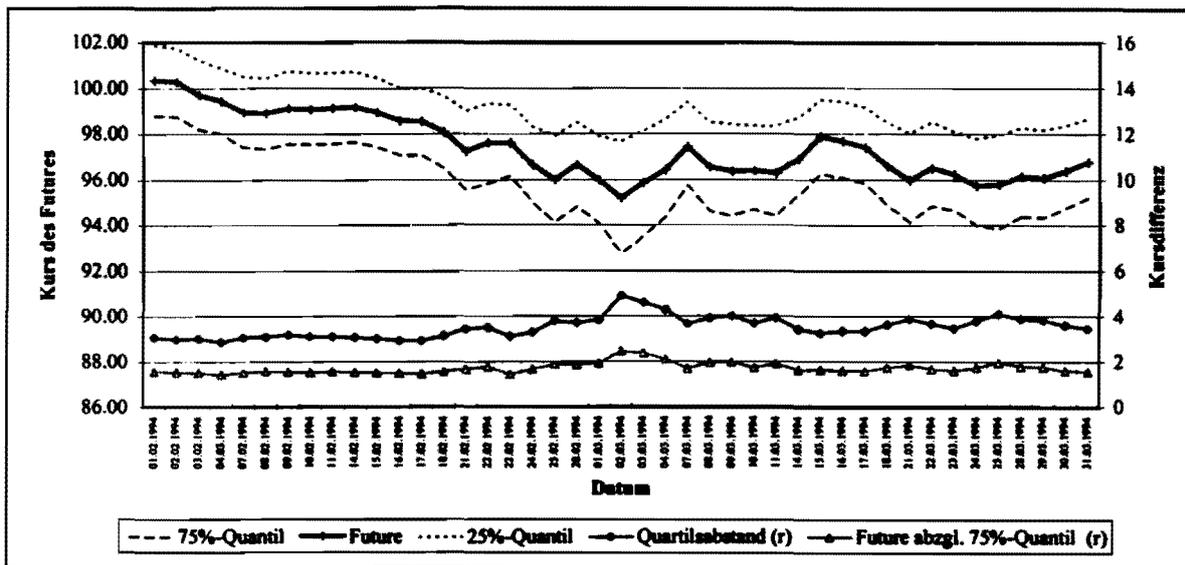
Vom 01. Februar bis zur Mitte des Monats bewegen sich die Quantile im Gleichschritt mit dem Futurekurs, der zunächst fällt und danach einer Seitwärtsbewegung folgt. Anschließend ist der Kurs wieder tendenziell rückläufig; der Abstand der Quartile zum Future weitet sich ebenfalls leicht aus. Ende Februar, zu einer Zeit in der üblicherweise die vorläufigen Geldmengen Zahlen des Vormonats veröffentlicht werden, dehnt sich der Quartilsabstand bis auf knapp vier Punkte aus. Als schließlich am 02. März die M3-Daten veröffentlicht werden, bricht der Futures-Markt weiter ein, und die Differenz zwischen dem 25%- und dem 75%-Quantil schnell um fast einen ganzen Punkt nach oben. Deutlich ist an dieser Variablen ferner ersichtlich, daß die Unsicherheit nach diesem Tag zurückging, jedoch nicht auf das Niveau von Anfang Februar.

---

<sup>69</sup> Vgl. bspw. Deutsche Bundesbank (1992).

<sup>70</sup> Hier wie im folgenden sind die Variablen, deren Werte an der rechten Skala abzulesen sind, mit "(r)" gekennzeichnet.

**Abb. 5: Bund-Future-Optionen: Quartile und Quartilsabstände von impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen**



Aus dieser Graphik, welche die Veränderung der impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Bund-Future-Optionen vereinfacht darstellt, geht naturgemäß nicht genau hervor, mit welchen geldpolitischen Konsequenzen die Marktteilnehmer zu dieser Zeit gerechnet haben. Ein indirekter Schluß ist jedoch häufig möglich. So schlägt sich die Diskontsatzsenkung vom 17. Februar nicht in einer Veränderung des Indikators nieder; ein Zeichen dafür, daß ein solcher Schritt zumindest generell erwartet worden war, selbst wenn der Zeitpunkt womöglich überraschend war. Um die Erwartungshaltung bezüglich des Timings und des Ausmaßes geldpolitischer Maßnahmen genauer eruieren zu können, müssen Optionen auf kurzfristige Zinsgeschäfte untersucht werden.

### 3.2 Optionen auf den Euromark-Future

Bevor die aus Optionen auf kurzfristige Zinsgeschäfte berechneten Quartilsabstände betrachtet werden, soll zunächst eine beispielhafte Berechnung durchgeführt werden, um die Unterschiede zwischen einer Anwendung des hier präsentierten neuen Ansatzes auf den jeweiligen Optionsmärkten zu verdeutlichen.

### 3.2.1 Vorgehensweise

Wie in den empirischen Analysen zuvor, finden Daten der Liffe Verwendung, nämlich die Preise von Optionen auf den Euromark-Future. Der Euromark-Future ist ein an der Liffe gehandelter Terminkontrakt über ein drei Monate laufendes Zinsgeschäft mit dem Nominalwert von 1 Mio. DM. Der Zinssatz  $x\%$ , mit dem der Nennwert verzinst wird, errechnet sich aus dem Futurepreis. Gemäß der Formel " $x = 100 - F$ " beläuft sich der implizite Zinssatz bei einem Futurekurs von 94,50 auf  $x = 5,50\%$ .<sup>71</sup>

Die Prämien der Optionen auf diesen Future können wie zuvor herangezogen werden, um die impliziten Wahrscheinlichkeiten zu berechnen. Anders als bei den zuvor betrachteten Derivaten spielt es bei dem hier angewandten Verfahren aufgrund des linearen Zusammenhangs beider Größen keine Rolle, ob der Future oder der implizite (Termin-) Zinssatz als Basiswert herangezogen wird (vgl. Tabelle 11 und Tabelle 12). Aus diesem Grund und wegen der leichteren Interpretierbarkeit werden im folgenden die Wahrscheinlichkeiten für Zins- und nicht für Kursintervalle angegeben.<sup>72</sup>

Gegenüber den impliziten Verteilungen zuvor fällt folgender Unterschied auf: Die Palette der Strikes ist so weit, daß sämtliche für wahrscheinlich gehaltene Realisationsmöglichkeiten abgedeckt werden. Im Beispiel (Tabelle 12) reicht das Spektrum von einem Dreimonatszins von 3,50 bis 7,50%. Als möglich erachtet wird, wie aus der Verteilungsfunktion (Spalte 5) hervorgeht, jedoch nur der Bereich von 4,25 (!) bis 6,75%. Nicht zuletzt die Kenntnis der kompletten Verteilungsfunktion ermöglicht die exakte Berechnung des empirischen Erwartungswertes, der - nicht nur - im gewählten Beispiel mit seinem theoretischem Wert, dem Futurekurs, exakt übereinstimmt. Zudem stellt sich aufgrund der großen Spannweite der von der Liffe notierten Ausübungspreise für die hier betrachteten Optionen auch nicht die Randklassenproblematik, was die zuverlässige Berechnung von Momenten höherer Ordnung und auch anderer Streuungsmaße als den Quartilsabstand zuläßt. Dennoch soll aus den bereits genannten Gründen an letzterem festgehalten werden.

---

<sup>71</sup> Der Kontrakt wird bar abgerechnet, es erfolgt also keine Lieferung. Für nähere Details vgl. Liffe (1994), S.21ff.

<sup>72</sup> Wegen der inversen Beziehung zwischen Kurs und Zins sind nun auch die Quantile anders definiert. So liegt im Beispiel der Tabelle 11 der implizite Zins beim Auslaufen der Option mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% **unter dem Zinssatz** von 5,50%. Gleichwohl kann aber auch weiterhin die Aussage getroffen werden, der Futurekurs liege beim Auslaufen der Option mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% **über dem Futurekurs** von 94,50.

**Tabelle 11: Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten aus Prämien von Euromark-Future-Calloptionen (Basiswert = Future)**

(1) Datum	(2) Laufzeitende	(3) C	(4) K	(5) Vtlg	(6) p(K) [%]	(7) Klassenmitte	(6*7)
04.03.1994	Jun 94	2	92.50		0	92.625	0
04.03.1994	Jun 94	1.75	92.75	1	0.0	92.875	0
04.03.1994	Jun 94	1.5	93.00	1	0.0	93.125	0
04.03.1994	Jun 94	1.25	93.25	1	2.0	93.375	1.8675
04.03.1994	Jun 94	1	93.50	0.98	2.0	93.625	1.8725
04.03.1994	Jun 94	0.76	93.75	0.96	8.0	93.875	7.51
04.03.1994	Jun 94	0.52	94.00	0.88	16.0	94.125	15.06
04.03.1994	Jun 94	0.32	94.25	0.72	22.0	94.375	20.7625
04.03.1994	Jun 94	0.16	94.50	0.5	24.0	94.625	22.71
04.03.1994	Jun 94	0.07	94.75	0.26	14.0	94.875	13.2825
04.03.1994	Jun 94	0.03	95.00	0.12	6.0	95.125	5.7075
04.03.1994	Jun 94	0.01	95.25	0.06	4.0	95.375	3.815
04.03.1994	Jun 94	0	95.50	0.02	2.0	95.625	1.9125
04.03.1994	Jun 94	0	95.75	0	0.0	95.875	0
04.03.1994	Jun 94	0	96.00	0	0.0	96.125	0
04.03.1994	Jun 94	0	96.25	0	0.0	96.375	0
04.03.1994	Jun 94	0	96.50				
Summe:					100		94.5
Nachrichtlich: Future Schlußkurs am 04.03.1994:							94.5

**Tabelle 12: Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten aus Prämien von Euromark-Future-Calloptionen (Basiswert = Zinssatz)**

(1) Datum	(2) Laufzeitende	(3) C	(4) K	(5) Vtlg	(6) p(K) [%]	(7) Klassenmitte	(6*7)
04.03.1994	Jun 94	2	7.50		0	7.375	0
04.03.1994	Jun 94	1.75	7.25	1	0.0	7.125	0
04.03.1994	Jun 94	1.5	7.00	1	0.0	6.875	0
04.03.1994	Jun 94	1.25	6.75	1	2.0	6.625	0.1325
04.03.1994	Jun 94	1	6.50	0.98	2.0	6.375	0.1275
04.03.1994	Jun 94	0.76	6.25	0.96	8.0	6.125	0.49
04.03.1994	Jun 94	0.52	6.00	0.88	16.0	5.875	0.94
04.03.1994	Jun 94	0.32	5.75	0.72	22.0	5.625	1.2375
04.03.1994	Jun 94	0.16	5.50	0.5	24.0	5.375	1.29
04.03.1994	Jun 94	0.07	5.25	0.26	14.0	5.125	0.7175
04.03.1994	Jun 94	0.03	5.00	0.12	6.0	4.875	0.2925
04.03.1994	Jun 94	0.01	4.75	0.06	4.0	4.625	0.185
04.03.1994	Jun 94	0	4.50	0.02	2.0	4.375	0.0875
04.03.1994	Jun 94	0	4.25	0	0.0	4.125	0
04.03.1994	Jun 94	0	4.00	0	0.0	3.875	0
04.03.1994	Jun 94	0	3.75	0	0.0	3.625	0
04.03.1994	Jun 94	0	3.50				
Summe:					100		5.5
Nachrichtlich: Impliziter 3-Monatzzinssatz am 04.03.1994 (aus Juni-Future):							5.5

### 3.2.2 Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Zeitverlauf

Wie in Abschnitt 3.1.2 soll im folgenden die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen im Zeitverlauf betrachtet werden. Hierzu werden wiederum die Monate Februar und März 1994 eingehend betrachtet. (Abb. 6)

Über den gesamten Zeitraum hinweg gesehen steigen die erwarteten Zinssätze tendenziell; der Abstand zwischen dem 75%- und dem 25%-Quantil verringert sich eher.

Betrachtet man die Entwicklung des Indikators genauer, läßt sich gut erkennen, wie sich die Erwartungen am Geldmarkt entwickelt haben: Anfang Februar 1994 zeigt der Quartilsabstand einen Wert von 0,55 Prozentpunkten an. Berücksichtigt man auch die absoluten Werte der Quantile, erkennt man, daß der Markt mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% davon ausgeht, den Zinssatz für Dreimonatsgeld<sup>73</sup> am Verfalltag der Option zwischen 4,84 - 5,39% vorzufinden. Der Möglichkeit, über oder unter diesem Intervall zu liegen, räumt der Markt eine Wahrscheinlichkeit von jeweils 25% ein.

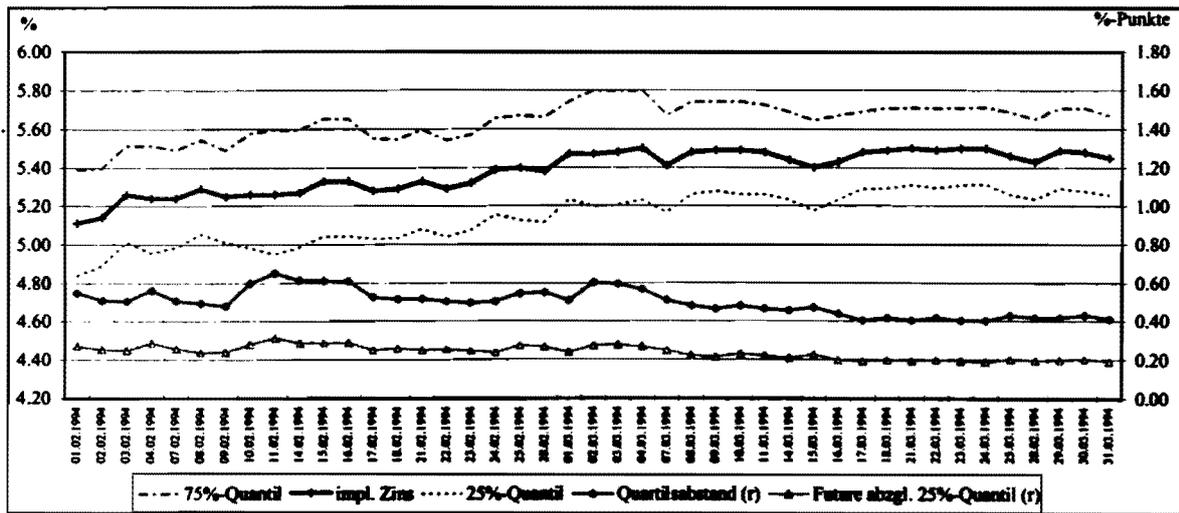
Mit der Ausnahme eines Tages geht der Quartilsabstand bis zum 09.02.1994 zurück. Zu diesem Zeitpunkt befindet sich 50% der Wahrscheinlichkeitsmasse in einer Bandbreite von nur noch 48 Basispunkten. Im Vorfeld der Zentralbankratssitzung am 17. Februar nimmt schließlich die Ungewißheit hinsichtlich eines Zinsentscheids der Bundesbank zu. Der gewählte Indikator zeigt als Maximum eine Differenz von 0,65 Prozentpunkten an. Erst als am 17.02. der Beschluß, den Diskontsatz um einen halben Punkt zu senken, gefaßt und veröffentlicht wird, bildet sich die Ungewißheit am Markt zwischenzeitlich zurück.

Diese wird mit der verspäteten Publikation der M3-Zahl für Januar wieder entfacht. Erst als die Nachricht der Bundesbank, daß die Januarzahl durch Sonderfaktoren sowie die Annualisierung verzerrt sei und den Zentralbankrat nicht unmittelbar zu einer Straffung der geldpolitischen Zügel zwingen würde, vom Markt akzeptiert wird, nimmt die Streuung der Erwartungen sukzessive ab und fällt sogar unter das Niveau von Anfang Februar.

---

<sup>73</sup> Genauer gesagt handelt es sich um den im Juni Kontrakt des Euromark-Futures implizit enthaltenen Zins. Da Option und Future jedoch zur gleichen Zeit auslaufen, sind impliziter und tatsächlicher Zins am Verfalltag nahezu identisch.

**Abb. 6: Euromark-Future-Optionen: Quartile und Quartilsabstände von impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen**



Die Datenreihen können theoretische Überlegungen bestätigen, daß Geld- und Rentenmarkt auf gleiche Ereignisse unterschiedlich reagieren. Während in den Bondkursen sowie Optionspreisen die Zinssenkung am 17. Februar 1994 durch die Bundesbank bereits eskomptiert zu sein schien, zeigt der aus den Euromark-Future-Optionen berechnete Quartilsabstand darüber hinaus, daß die Frage nach Ausmaß und Timing des Zinsschritts den Geldmarkt zu dieser Zeit stark beschäftigte.

Bei einer gleichzeitigen Betrachtung der Quartilsabstände für den Euromark- sowie Bund-Future, zeigt sich, daß auf dem Geldmarkt, anders als am langen Ende des Rentenmarkts, die Unsicherheit nach der ersten Märzwoche unter dem Niveau von Anfang Februar lag. Dies ist ein weiteres Zeichen dafür, daß Kurse langlaufender Staatsanleihen nicht so unmittelbar von geldpolitischen Beschlüssen beeinflußt werden wie die Sätze für Dreimonatsgeld. Die beim Bund-Future festgestellte Unsicherheit dürfte eher den durch die Geldmengenentwicklung (scheinbar) gestiegenen Inflationsdruck widerspiegeln.

### 3.2.3 Wahrscheinlichkeitsverteilungen für verschiedene zukünftige Zeitpunkte

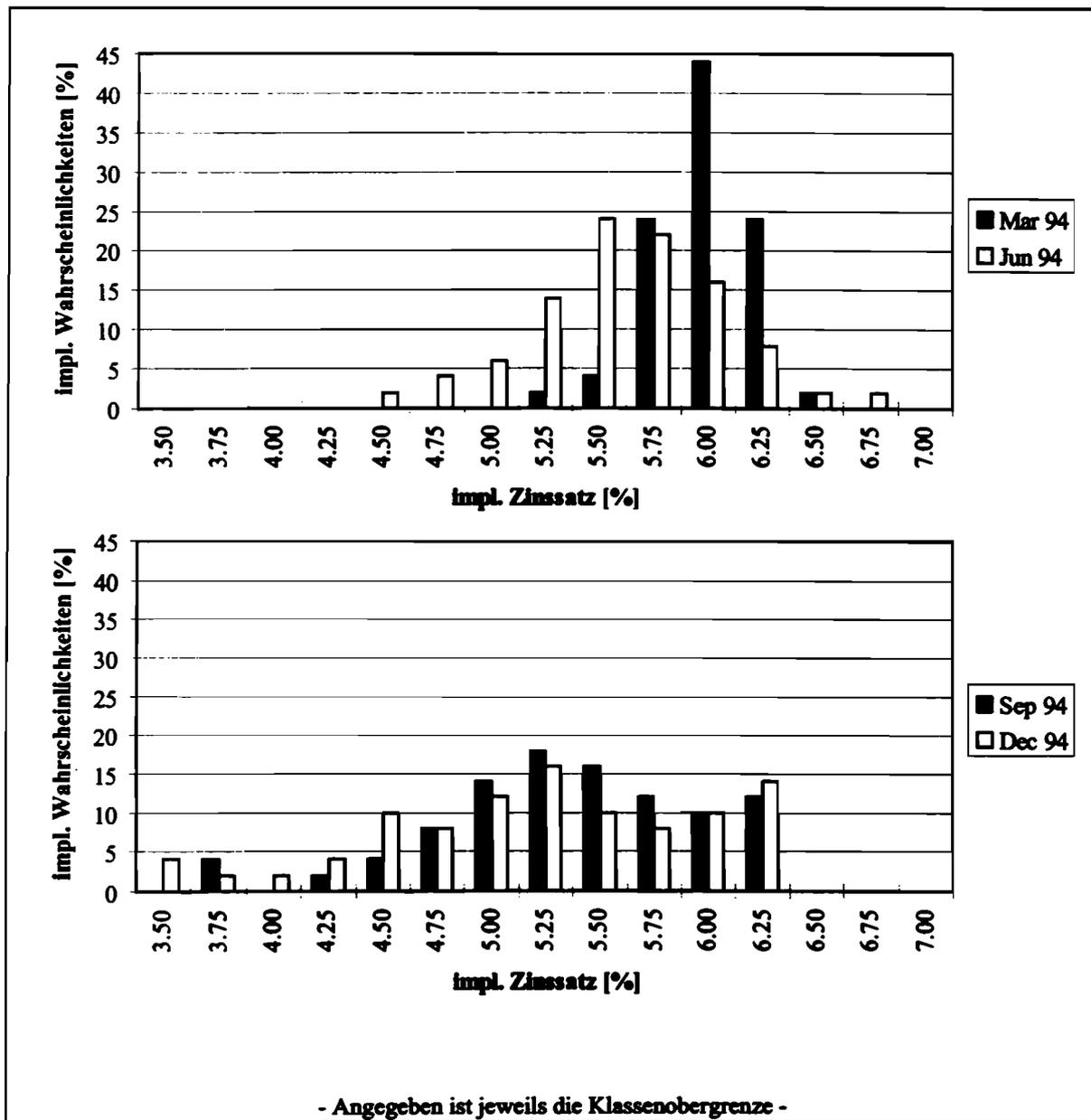
Bisher erfolgte lediglich eine Längsschnittanalyse: Die implizite Wahrscheinlichkeitsverteilung für nur einen Kontrakt wurde im Zeitverlauf betrachtet. Dabei wurden die

übrigen Optionen anderer Laufzeitklassen vernachlässigt. Jedoch enthalten auch die Preise dieser Derivate Informationen, die für Finanzmarktteilnehmer und insbesondere Zentralbanken von Nutzen sein können.

Eine mögliche Darstellungsweise der Informationen ist die gleichzeitige Abbildung der Histogramme für mehrere Restlaufzeiten. Dies soll im folgenden an Hand der vier am 4.3.94 gehandelten Laufzeitklassen März, Juni, September und Dezember 1994 illustriert werden. Die zur Verbesserung der Übersicht in zwei Untergraphiken der Abb. 7 reproduzierten Histogramme zeigen insbesondere zweierlei: Die Schwerpunkte der Verteilungen verschieben sich allmählich nach links, hin zu den kleineren Zinssätzen, und die Spannweiten der Wahrscheinlichkeitsverteilungen nehmen mit der Restlaufzeit zu. Letztere Beobachtung ist intuitiv unmittelbar verständlich, wenn man bedenkt, daß ceteris paribus in einer längeren Periode mehr passieren kann. Jedoch kann der Unterschied der Spannweiten nur begrenzt wiedergegeben werden, da die Möglichkeiten zur Beobachtung beschränkt sind. So bedingt die geringe Anzahl der vorhandenen Ausübungspreise für die Optionen mit längeren Restlaufzeiten, daß nur Wahrscheinlichkeiten für Zinssätze von 3,75% (Dezember-Kontrakt) respektive 4,00% (September-Kontrakt) bis 6,00% direkt ermittelt werden können. Die in den Randklassen ausgewiesenen Wahrscheinlichkeiten beinhalten auch die an den jeweiligen Rändern fehlende Wahrscheinlichkeitsmasse und übersteigen möglicherweise den "wahren" Wert für den eigentlich ausgewiesenen Bereich. Dies dürfte auch der Grund dafür sein, daß die den September- und Dezember-Kontrakten zugeordneten Wahrscheinlichkeiten in den Randklassen wieder steigen.

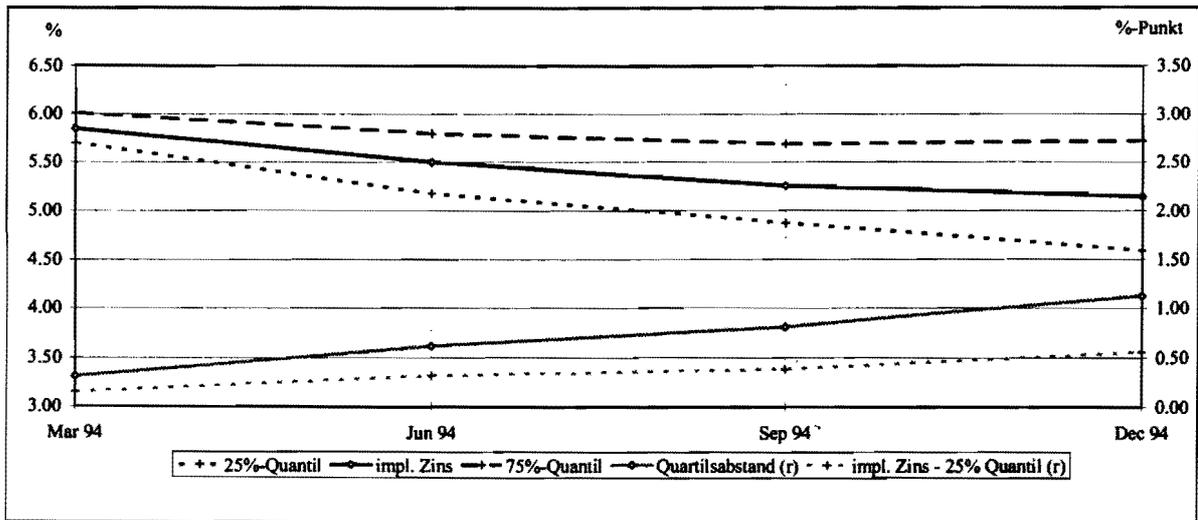
Aus der Beobachtung, daß die Wahrscheinlichkeiten am Rand zum Teil höher sind als jene für innere Klassen, darf nicht per se auf multimodale Verteilungen geschlossen werden. Anders ist der Fall beim Dezember-Kontrakt gelagert, dessen Verteilung in den Klassen von 4,25-4,50% sowie 5,75-6,00% zwei (quasi) lokale Maxima aufweist. Wegen der diskreten Approximation ist die Aussage, ob eine bi- oder multimodale Verteilung vorliegt, mit der gebührenden Vorsicht zu versehen, jedoch scheint eine Normalverteilung die Markterwartungen nicht akkurat zu reflektieren.

**Abb. 7: Histogramme: Implizite Wahrscheinlichkeiten unterschiedlicher Optionskontrakte; Daten vom 04.03.1994**



Eine weitere, zusammenfassende Darstellungsmöglichkeit, die jedoch nicht die Entdeckung von Multimodalität oder sonstiger Irregularitäten erlaubt, basiert auf den Variablen, die bereits bei der Verlaufsdarstellung Verwendung fanden (vgl. Abb.8):

**Abb. 8: Implizite Zinssätze, Quartile und Quartilsabstände unterschiedlicher Laufzeitklassen; Daten vom 04.03.1994**



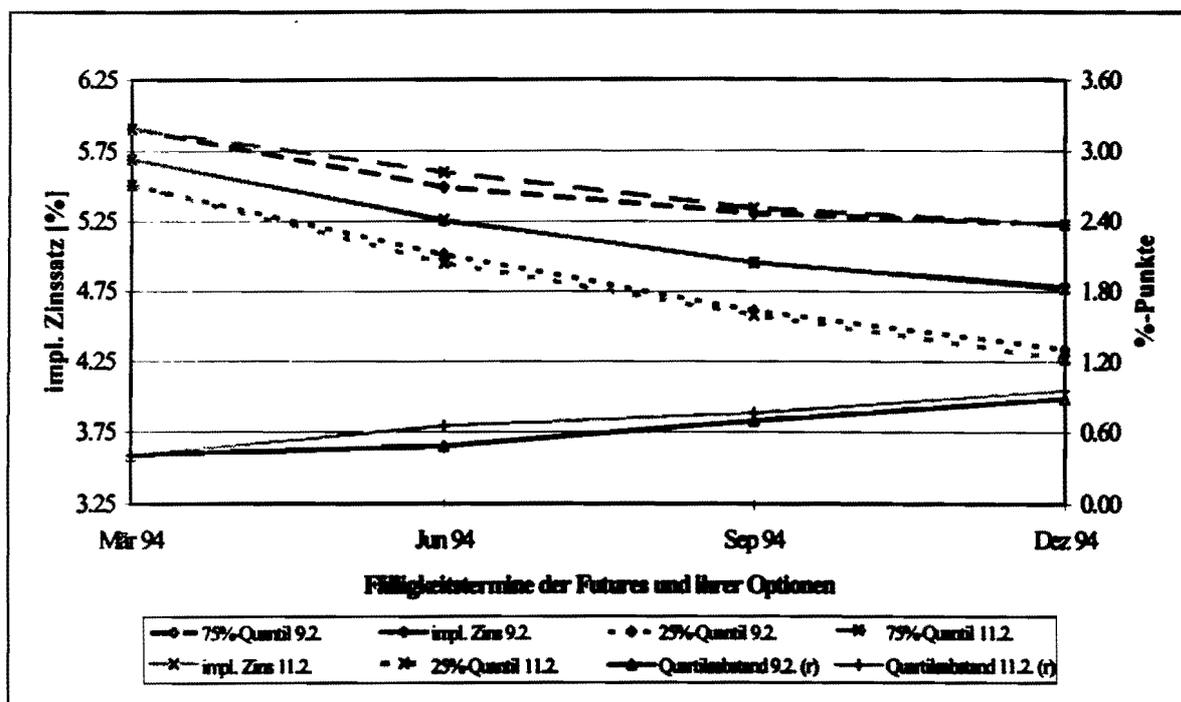
Wiederum wird der sich aus den entsprechenden Futurekontrakten implizit ergebende Zinssatz mit den Quartilen der impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen gezeigt, ebenso der sich ergebende Quartilsabstand, der in einen oberen und einen unteren Teil gegliedert werden kann. Auch hier ist die mit der Restlaufzeit steigende Unsicherheit deutlich zu erkennen.

### 3.2.4 Wahrscheinlichkeitsverteilungen für verschiedene zukünftige Zeitpunkte an unterschiedlichen Tagen

Die in Abb. 8 gewählte Darstellungsform erlaubt auch einen Vergleich der Wahrscheinlichkeitsverteilungen beziehungsweise ihrer Lage- und Streuungsparameter an unterschiedlichen Tagen. Exemplarisch soll dies an Hand einiger weniger Tage aus der bereits betrachteten Periode 1. Februar bis 31. März 1994 illustriert werden. Vorzugsweise sollte ein Basistag ausgesucht werden. Das könnte, sollte dieser Indikator etwa bei der Deutschen Bundesbank eingesetzt werden, das Datum der letzten Zentralbankratssitzung sein, aber auch ein vergleichsweise ruhiger oder besonders turbulenter Tag. Hier wird der 9. Februar als Referenzzeitpunkt gewählt, der letzte Tag bevor die Spekulation über mögliche geldpolitische Entscheidungen den Quartilsabstand im Februar in die Höhe trieb. Verglichen werden sollen die Referenzverteilungen an diesem Tag mit jenen vom 11.02.,

als der Quartilsabstand für den Juni-Kontrakt im betrachteten Zeitraum sein Maximum erreichte. Weitere Gegenüberstellungen erfolgen mit dem 17. Februar, als der Diskontsatz um einen halben Prozentpunkt gesenkt wurde und mit dem bereits betrachteten 04. März. An diesem Tag nahm der implizit erwartete Zinssatz den höchsten Stand in der Zweimonatsperiode ein.

**Abb. 9: Quartile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen verschiedener Fristen und Tage: 09.02.94 und 11.02.94 <sup>74</sup>**



An Hand der Abb. 9 läßt sich folgendes erkennen: Am 9. und 11. Februar sind die Futurewerte - und dadurch auch die impliziten Zinssätze - nahezu identisch, weshalb nur eine der beiden Linien zu erkennen ist. Eine reine Analyse der Futurekurse kann nur konstatieren, daß der Markt an beiden Terminen von fallenden kurzfristigen Zinsen ausgeht und sich die Erwartungswerte innerhalb der zwei Tage nicht verändert haben. Hingegen offenbart bereits die vereinfachte Darstellung der impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen mittels des Quartilsabstands ein Mehr an Informationen. So hat sich der Korridor zwischen den Quartilen im Zeitverlauf insbesondere für den Juni-Termin

<sup>74</sup> Die Referenzwerte sind hier wie im folgenden schwarz, die anderen grau gekennzeichnet. Die impliziten Zinssätze sind auf der jeweils durchgehend gezeichneten Linie markiert, die 75%-Quantile liegen auf der lang strichlierten und das 25%-Quantil auf der kurz strichlierten Kurve.

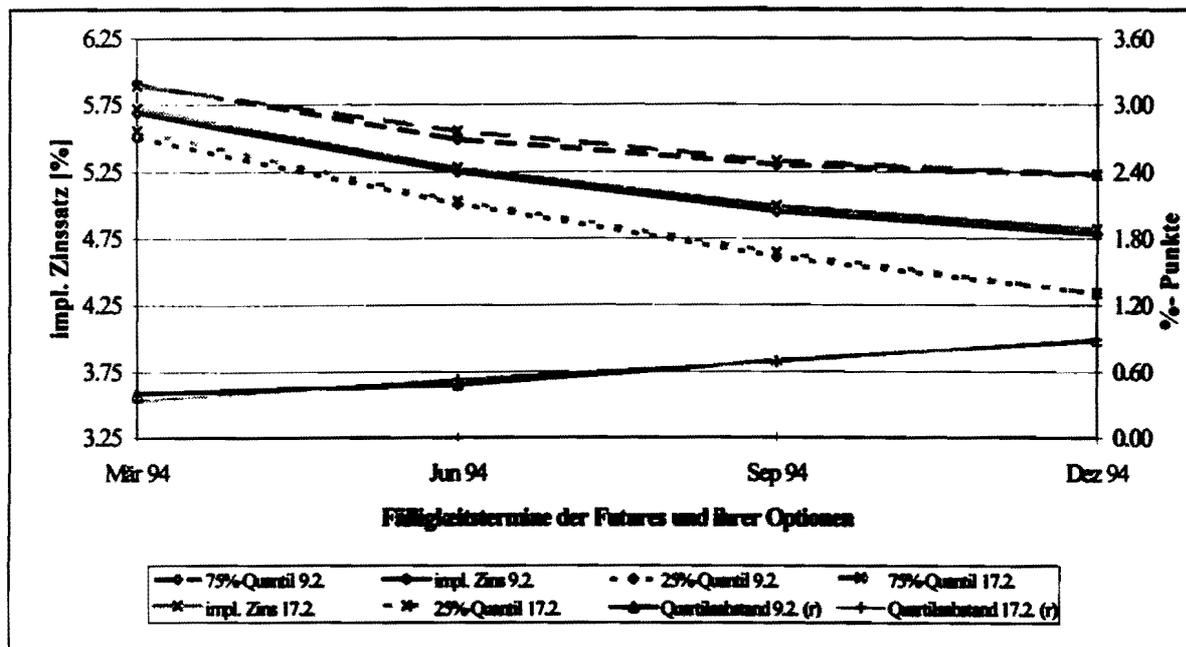
ausgedehnt, aber auch die Unsicherheit bezüglich der September- und Dezember-Kontrakte hat zugenommen. Auffällig ist auch die asymmetrische Verschiebung der Quartile: Für die beiden mittleren Fälligkeitstermine weitete sich der Korridor nach oben mehr aus als nach unten. So ist der implizite Zinssatz im Juni, der gemäß den Markterwartungen mit einer Wahrscheinlichkeit von 75% unterschritten wird, innerhalb der beiden Tage von 5,49 auf 5,60% gestiegen, während das 25%-Quantil um nur 6 Basispunkte auf 4,95% gesunken ist. Dies könnte als Zeichen dafür interpretiert werden, daß sich die Erwartungen hin zu einem langsameren Tempo der geldpolitischen Lockerung geändert haben.

Anders verhält es sich bei der Markteinschätzung bezüglich der längsten Frist. Während Future und oberes Quartil sich nur wenig geändert haben, sank das 25%-Quantil um 7 Basispunkte. Trotz der nahezu konstant gebliebenen durchschnittlichen Markterwartung, deutet die sichtbar gemachte "Streckung" der impliziten Wahrscheinlichkeiten im unteren Bereich darauf hin, daß große Zinsbewegungen nach unten nun für wahrscheinlicher gehalten werden.

Geht man zum Vergleich des 9.2. mit dem Tag der Diskontsatzsenkung am 17.02.1994 über (Abb. 10), erkennt man einen in allen Laufzeitsegmenten geringfügig gestiegenen impliziten Zins, der sich aus den entsprechenden Futurekursen ergibt. Der Quartilsabstand deutet auf einen Rückgang der Unsicherheit auf das Niveau vom 9. Februar hin. Der Quartilsabstand für den März-Future hat sich sogar noch weiter zurückgebildet. Dies dürfte vornehmlich zwei Gründen zuzuordnen sein. Der eine ist der Zinssenkungsbeschluß der Bundesbank, der dem Markt für die kurze Frist die Unsicherheit genommen hat; mit einer weiteren Zinsänderung bereits bei der nächsten Zentralbankratssitzung ist nicht zu rechnen.

Der zweite Grund ist die verringerte Zeit, die noch bis zum Auslaufen des Futures verbleibt. Ein genaues Abwägen, wie stark das Abschmelzen der Laufzeit allein verantwortlich für die Einengung des Korridors ist, kann erst nach umfassenden Datenanalysen erfolgen.

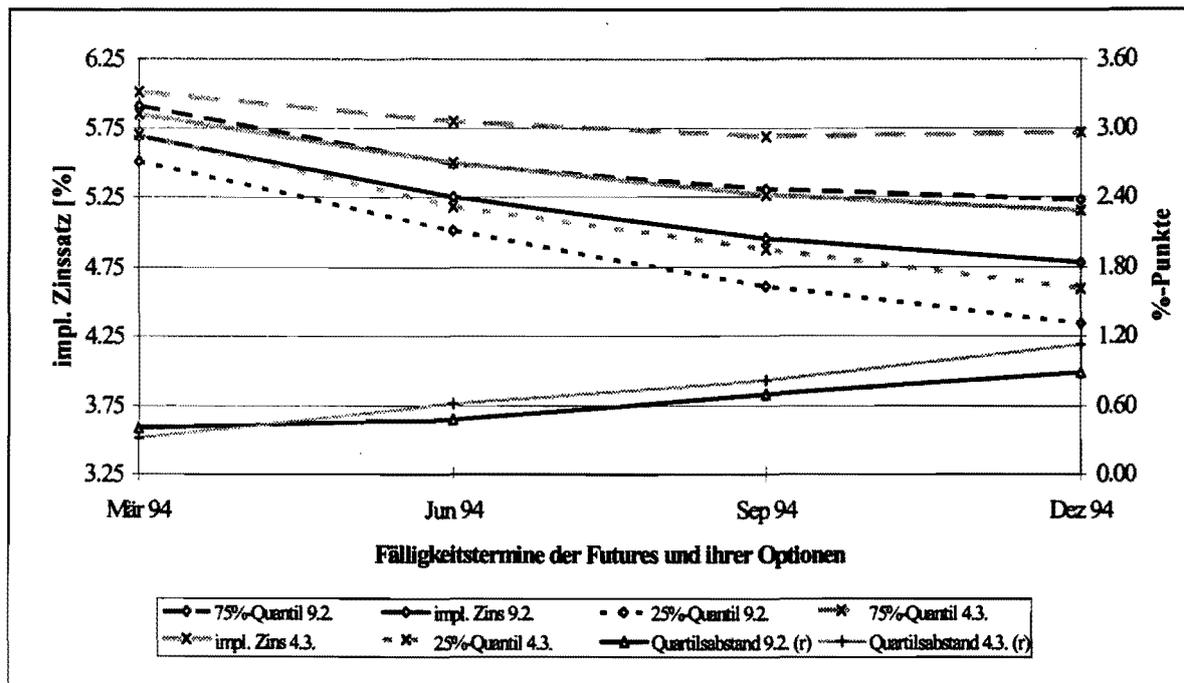
**Abb. 10: Quartile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen verschiedener Fristen und Tage: 09.02.94 und 17.02.94**



Auch die Gegenüberstellung der März-Quantile vom 9.2. mit denen vom 4.3.1994 (Abb. 11) zeigt eine rückläufige Differenz zwischen dem 75%- und dem 25%-Quantil. In den drei anderen Laufzeitsegmenten ist der Abstand trotz der auch dort gesunkenen Restlaufzeiten hingegen auseinandergegangen, ein Zeichen dafür, daß dieser Effekt bei kurzfristigen Kontrakten überproportional durchschlägt. Hauptgrund für die ausgewiesene, hohe Unsicherheit am Geldmarkt am 4.3. dürfte die zwei Tage zuvor veröffentlichte Geldmengenentwicklung gewesen sein, da in der ersten Zeit nach der Publizierung am Markt noch kein Konsens bezüglich des künftigen geldpolitischen Kurses vorlag.

Mit dieser oder ähnlichen Darstellungsweisen lassen sich Markterwartungen hinsichtlich des Zinssatzes nicht nur für einen Tag, sondern für eine ganze Sequenz von Terminen abbilden. Insbesondere wenn die Veränderung einer solchen Folge von impliziten Wahrscheinlichkeitsverteilungen betrachtet werden soll, nimmt die Komplexität der Daten jedoch rapide zu und erschwert die Interpretation. Die genaue Aufbereitung der Daten kann natürlich auf die Präferenzen der jeweiligen Anwender zugeschnitten werden. So könnten alternativ zu den in diesem Abschnitt verwendeten Darstellungsweisen auch vier (für jeden Kontrakt eine) Verlaufsglyphiken erstellt werden, wie sie in den Abschnitten 3.1.2 und 3.2.2 vorgestellt wurden.

**Abb. 11: Quartile von Wahrscheinlichkeitsverteilungen verschiedener Fristen und Tage: 09.02.94 und 04.03.94**



Zwar wurde (weitgehend) auf eine genaue Abbildung der Wahrscheinlichkeiten verzichtet, dennoch können bereits mittels einer vereinfachenden Darstellung der Quartile sowie der Abstände zwischen ihnen Aussagen über die Wahrscheinlichkeiten diverser Ereignisse getroffen werden. Damit sind diese Größen sehr viel informativer als etwa Punktschätzer, wie einfache Termin- und Futurekurse.

## V. Resümee und Einsatzmöglichkeiten für die Indikatoren

Im Rahmen dieser Arbeit wurde gezeigt, daß die Preise europäischer Optionen entweder direkt durch das Unterstellen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Kurs des Basiswerts am Verfalltag oder indirekt mittels der Annahme eines Zufallsprozesses errechnet werden können. Im dritten Kapitel wurde diese Erkenntnis genutzt, um aus gegebenen Optionsprämien erwartete Parameter des unterstellten Zufallsprozesses zu

ermitteln. Im vierten Abschnitt wurde eine neue, verteilungsfreie Methode zur Ermittlung impliziter Wahrscheinlichkeiten vorgestellt.

Der aus Optionspreisen ermittelte, geschätzte Prozeßparameter, die implizite Volatilität, wurde an Hand von Liffe-Daten für Bund-Future-Optionen einer umfangreichen, empirischen Analyse unterzogen. Betrachtet wurde der Zusammenhang zwischen historischen Volatilitäten, diversen impliziten Volatilitätsmaßen und - nach Messung derselben - tatsächlich realisierten Volatilitäten (HV, IV, ZV) jeweils 20, 40 und 60 Handelstage vor dem Auslaufen der Optionen. Erwartungsgemäß ist der Einfluß von historischen auf implizite Volatilitäten zwar bedeutend, jedoch können sie nicht als alleinige Bestimmungsgröße angesehen werden. Dies ist konsistent mit theoretischen Überlegungen, nach denen in den Optionspreisen Markterwartungen hinsichtlich der zukünftigen Kursvolatilität des Basiswerts enthalten sind.

Die empirische Analyse ging jedoch über die Beschreibung von Markterwartungen hinaus und untersuchte, ob implizite Volatilitäten auch zur Prognose zukünftiger Volatilitäten geeignet sind. Mittels impliziter Volatilitäten getroffene Vorhersagen, in welche Richtung sich die Streuung der Kursschwankungen des Underlyings entwickeln würden, erwiesen sich als zuverlässig. Die Ergebnisse quantitativer Prognosen hingegen waren ernüchternd. Selbst die größte erreichte Prognosezuverlässigkeit bei einer Restlaufzeit von 40 Handelstagen betrug, gemessen am Bestimmtheitsmaß, lediglich 44% und weniger. Bei einer Verminderung der Restlaufzeit erwies sich sogar die per definition vergangenenheitsbezogene historische Volatilität als ein leistungsfähigerer Indikator. Wurden bei der Regressionsanalyse die historischen Volatilitäten zusätzlich eingesetzt, stieg der Erklärungsgehalt mit jeder Reduzierung der Frist; das korrigierte  $R^2$  überschritt jedoch bei keinem IV-Maß 45%. Ferner bestätigten die Regressionsreihen die Überlegenheit der historischen Volatilitäten, wenn ein nur kurzer Prognosehorizont gewählt wurde. Obwohl die Vorhersagefehler zum Teil erheblich waren, zeigte der t-Test bei der einfachen quantitativen Vorhersage für keines der impliziten Volatilitätsmaße einen systematischen Fehler an. Dies impliziert, daß die tatsächlichen Optionsprämien nicht systematisch von ihrem "Fair Value" abweichen; Risikoprämien scheinen nicht vorzuliegen.

Die Ergebnisse der Untersuchung, ob die Teilnehmer auf den Optionsmärkten sich möglicherweise auf die unmittelbare Zukunft konzentrieren, sind ambivalent. So erklären implizite Volatilitätsmaße 60 Handelstage vor Verfall der Optionen Variationen der in den folgenden fünf Handelstagen tatsächlich realisierten Volatilitäten (ZV5) teilweise zu über 60%. Andererseits lag das Bestimmtheitsmaß bei allen anderen Fristen erheblich unter dem

Wert, der bei Verwendung von ZV als Regressand erreicht wurde, ein Zeichen für eine eher "langfristige" Ausrichtung der Marktteilnehmer.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die impliziten Volatilitäten von Bund-Future-Optionen nützlich sind für die Beschreibung von Markterwartungen hinsichtlich der Kursvolatilität ihres Basiswertes. Darüber hinaus enthalten sie Informationen über die später tatsächlich stattfindende Entwicklung. Zuverlässig sind diese vor allem, wenn nur auf die Frage abgestellt wird, in welche Richtung sich die Volatilität auf dem Bund-Future-Markt entwickeln dürfte. Für diese oder andere Prognosezwecke sollte auf eines der drei IV-Maße CALL, KAPPA oder MITTEL zurückgegriffen werden, welche die besten Eigenschaften aufweisen. Soll der Aufwand bei der Datenverarbeitung möglichst gering gehalten werden, bietet sich erstere Variable an, also die implizite Volatilität der sich jeweils am oder gerade aus dem Geld befindlichen Kaufoption.

Ein möglicher Grund für die nur wenig zuverlässigen quantitativen Prognosen können insbesondere die ständigen "News" sein, die laufende Kursanpassungen erforderlich machen und Prognosen erheblich erschweren. Ein anderer Grund kann sein, daß die Marktteilnehmer sich des Black-Scholes-Modells zwar zu Kommunikationszwecken bedienen, gleichsam als eine Art gemeinsamer Sprache,<sup>75</sup> aber nicht von der Zuverlässigkeit des Modells überzeugt sind und deshalb die Preise manuell adjustieren oder mit anderen Verfahren berechnen. Um diesen Schwierigkeiten zu entgehen, wurde ein allgemeineres Optionspreismodell herangezogen, das ohne die Annahme bestimmter Zufallsprozesse auskommt und auf die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Underlyingkurses direkt abstellt. Anschließend wurde eine neue Methode dargestellt, mit Hilfe derer die in einer Serie von Optionspreisen implizit enthaltenen Wahrscheinlichkeiten durch die Approximation der ersten partiellen Ableitung des Optionspreises nach dem Ausübungspreis ermittelt werden können. Auf diese Art werden die von den Marktteilnehmern erwarteten Wahrscheinlichkeiten dafür berechnet, daß der Kurs des Underlying am Verfalltag in bestimmten Intervallen, darüber oder darunter zu finden ist. Die bisher verwendeten verteilungsfreien Vorgehensweisen zur Ermittlung impliziter Wahrscheinlichkeiten, die auf dem Verfahren des Breeden-Litzenberger-Typs - und somit auf einer Approximierung der Wahrscheinlichkeitsdichte - beruhen, stehen häufig dem Problem gegenüber, dem Kursintervall, für das Daten vorliegen, nur eine Wahrscheinlichkeitssumme von weniger als 100% zuordnen zu können. Dies macht Annahmen darüber

---

<sup>75</sup> Vgl. Malz, A.M. (1994)

erforderlich, wieviel der fehlenden Wahrscheinlichkeit welchem Rand des beobachtbaren Intervalls zuzuordnen ist. Hingegen sind diese Annahmen bei dem hier vorgestellten Ansatz obsolet, da er auf der Approximation der Wahrscheinlichkeitsverteilung beruht. Bei der Berechnung dieser Funktion wird unmittelbar ersichtlich, wieviel der Wahrscheinlichkeitsmasse jeweils jenseits des oberen und unteren Randes fehlt.

Von einem technischen Standpunkt aus betrachtet, ist ein Vorteil des Indikators "implizite Wahrscheinlichkeiten" neben seinem "Prognosehorizont", der je nach Markt bis zu einem Jahr beträgt, seine tägliche Verfügbarkeit, eine für die meisten geldpolitischen Zwecke vollkommen ausreichende Aktualität. Hinzu kommt noch die internationale Vergleichbarkeit. So werden allein an der Liffe neben den Instrumenten für den deutschen Renten- und Geldmarkt Optionen auf die britischen und italienischen Staatsanleihenfutures sowie auf die Futures für Dollar, Lira, Schweizer Franken und Sterling Dreimonatsgeld gehandelt.

Gemäß theoretischer Überlegungen erübrigt sich bei einer Analyse impliziter Wahrscheinlichkeiten, die aus Optionen auf einen Future berechnet werden, die Betrachtung des Underlying selbst, da der sich aus den impliziten Wahrscheinlichkeiten ergebende Erwartungswert mit dem Futurekurs identisch ist. Der Future ist somit redundant. Aufgrund der im vierten Kapitel beschriebenen Randklassenproblematik, die hauptsächlich bei Bund-Future-Optionen relevant ist, und wegen der nicht genau bekannten Verteilung innerhalb der beobachtbaren Klassen, wurde in der vorliegenden Arbeit der Futurekurs komplementär eingesetzt. Bei Optionen auf den Euromark-Future wurde diese Darstellungsweise aus Gründen der Einheitlichkeit beibehalten, ohne daß ein datentechnisches Problem vorgelegen hätte. Die geringe Differenz zwischen theoretisch und empirisch ermitteltem Wert ist ein weiteres Indiz für die Zuverlässigkeit des Indikators implizite Wahrscheinlichkeiten.<sup>76</sup>

Unter Verwendung der ermittelten risikoneutralen Wahrscheinlichkeiten lassen sich genaue Aussagen über die Markterwartungen treffen. Mit ihrer Hilfe können dabei nicht nur einfach die vom Markt erwarteten zukünftigen Werte bestimmt werden. Der Ansatz geht weiter und erlaubt -je nach Datenlage- auch die Berechnung von Quantilen oder Unsicherheits- beziehungsweise Streuungsmaßen wie Quartilsabstand, Standardab-

---

<sup>76</sup> Das Gros der Differenz zwischen Erwartungswert und tatsächlichem Futurekurs betrug im analysierten Zeitraum weniger als zwei Basispunkte.

weichung oder erwartete Spannweite. Selbst Momente höherer Ordnung, etwa die Schiefe einer Verteilung, können berechnet werden.<sup>77</sup> Ferner ist es möglich zu erkennen, ob die impliziten Wahrscheinlichkeiten multimodal verteilt sind, was Fehleinschätzungen von Markterwartungen, wie sie bei Punktschätzern auftreten können, verhindern kann.

Das aus den impliziten Wahrscheinlichkeiten gewonnene Wissen kann für die Vorbereitung geldpolitischer Maßnahmen sowie bei der Bestimmung des optimalen Zeitpunkts einer solchen Aktion von großer Bedeutung sein. So kann eine Zentralbank bei "ungewollter" Unsicherheit am Markt - aufgrund der Flexibilität der entwickelten Methode ist die Art des Marktes, zum Beispiel Geld-, Renten- oder Devisenmarkt, dabei zweitrangig - in ihrem Sinne eingreifen. Ein solcher Eingriff muß nicht zwangsläufig mit Zinsentscheidungen oder Interventionen identisch sein. Auch diesbezügliche Presseerklärungen oder Stellungnahmen können in manchen Fällen diesen Zweck erfüllen.

Weiterhin ist mit Hilfe der impliziten Wahrscheinlichkeiten auch eine Erfolgskontrolle geldpolitischer Maßnahmen möglich. So machen die impliziten Verteilungen sichtbar, ob es gelungen ist, Erwartungen zu verstetigen. Andersherum kann ebenso überprüft werden, ob sich die Erwartungen der Marktteilnehmer etwa durch die Ankündigung einer Zinsänderung verändert haben, sei es weil sie überrascht wurden oder nun eine größere Klarheit über den eingeschlagenen geldpolitischen Kurs gewonnen haben.

Ein weiteres mögliches Einsatzgebiet ist die Unterstützung bei der Geldmarktsteuerung, insbesondere wenn es um die Frage geht, ob ein Zins- oder ein Mengentender durchgeführt werden soll. Deutet die Wahrscheinlichkeitsverteilung etwa massive Zinssenkungserwartungen an, muß mit einem entsprechenden Bieterverhalten gerechnet werden. Ist die Bundesbank nicht bereit, den Pensionsatz deutlich sinken zu lassen, sollte ein Mengentender durchgeführt werden.

Des weiteren erscheint die Verwendung von impliziten Wahrscheinlichkeiten auch im Risikomanagement oder in der Bankenaufsicht sinnvoll. Mit ihnen kann überprüft werden, ob das von den Risikomanagementabteilungen aus historischen Werten abgeleitete und in den In-house-Modellen unterstellte Kursänderungspotential mit den vom Markt ex ante

---

<sup>77</sup> Allerdings ist die Interpretation dieser Daten mit Schwierigkeiten verbunden, da hierbei auch der Zufallsprozeß von Bedeutung sein kann, der zur Entstehung der Verteilungsfunktion beigetragen hat. Sollte der Kurs des Underlying sich etwa sprunghaft verändern (Jump Process), sind die höheren Momente wenig aussagekräftig.

erwarteten Kursen konsistent ist. Sind die unterstellten, auf Basis historischer Werte für möglich gehaltenen Kursänderungen zu gering, ist ein Anpassungsbedarf angezeigt.

Alles in allem steht mit den impliziten Wahrscheinlichkeiten ein Finanzmarktindikator zur Verfügung, der flexibel einsetzbar und dessen Darstellung für die unterschiedlichen Zwecke anpassungsfähig ist. Obwohl in dieser Arbeit nur wenige dieser Darstellungsmöglichkeiten gezeigt werden konnten, brachte die im Rahmen dieser Studie vorgenommene empirische Untersuchung deutlich zu Tage, wie selbst die grob vereinfachende Abbildung der Quartile und des Quartilsabstands die veränderte Erwartungshaltung und Unsicherheit auf den Märkten offenlegt, ohne sich auf explizite Äußerungen von Finanzmarktteilnehmern verlassen zu müssen. Tatsächlich ist dieser Indikator viel zuverlässiger, denn er beruht auf einer Größe, die auf liquiden Finanzmärkten zu den verlässlichsten gehört: Er basiert auf Preisdaten und damit auf der "Gleichgewichtsmeinung". So könnten Finanzmarktteilnehmer, die von einer Zentralbank nach ihrer Markteinschätzung befragt werden, bewußt - um eine bestimmte Reaktion herauszufordern - oder unbewußt eine nicht gänzlich korrekte Stellungnahme abgeben. Die Ergebnisse solcher Befragungen sind daher mit Vorsicht zu genießen. Werden hingegen implizite Wahrscheinlichkeiten berechnet, kann an Hand dieser offenbarten Präferenzen erstens die Stimmung des gesamten Marktes objektiv nachvollziehbar eingefangen werden. Zweitens dürfte ein Versuch, die Optionspreise, die der Berechnung impliziter Wahrscheinlichkeiten zugrundeliegen, aus informationspolitischen Gründen zu beeinflussen, mit erheblichen Verlusten verbunden sein, da andere Marktteilnehmer solche "falschen" Preise ausnutzen würden. Eine Konsequenz dieser Überlegung ist, daß sich Zentralbanken, wollen sie die unverfälschten Markterwartungen messen, auf den Derivatmärkten nicht als Teilnehmer engagieren sollten, um nicht ihre Informationsquelle zu verschmutzen.

Trotz der Länge und Ausführlichkeit dieser Arbeit besteht auch weiterhin ein beträchtlicher Forschungsbedarf. Immerhin sind in dieser Analyse ganze Derivateklassen außen vorgelassen worden, aber sogar bei ausschließlicher Betrachtung von Optionen sind noch Wissenslücken vorhanden. So stellt sich auf dem Gebiet der impliziten Volatilitäten die Frage, wie gut diese als Prediktor für Kursschwankungen des Euromark-Futures oder anderer Futures auf kurzfristige Zinsgeschäfte geeignet sind. Sinnvoll wäre auch eine Überprüfung, ob implizite Volatilitäten, und damit auch Optionspreise, im Zeitverlauf systematisch zu hoch oder niedrig sind. Dies würde dazu beitragen, die Existenz von Risikoprämien zu eruieren.

Auch auf dem Gebiet impliziter Wahrscheinlichkeiten ist noch einige Arbeit zu leisten. So erscheint es zweckmäßig, die vorhandenen historischen Optionsdaten zu verwenden, um das Verhalten der impliziten Wahrscheinlichkeiten und der daraus hergeleiteten Größen wie der Quartile beziehungsweise der Quartilsabstände einer noch genaueren Prüfung zu unterziehen. Darunter könnte auch eine Analyse der Prognoseleistung dieses Indikators fallen oder ein Einsatz auf anderen Märkten. Ferner ist es möglich, das in dieser Arbeit verwendete Unsicherheitsmaß "Quartilsabstand" mit anderen Streuungsparametern zu vergleichen.

Weiterhin könnte es aufschlußreich sein, verschiedene Methoden zur Ermittlung impliziter Wahrscheinlichkeiten an Hand identischer Datensätze einem Vergleich zu unterziehen. Da die hier vorgestellte Technik implizite Wahrscheinlichkeiten ohne die Annahme einer konkreten Verteilungsfunktion ermitteln kann, bietet sie sich als Referenzmethode an, um die Erwartungen der Marktteilnehmer zu ermitteln.

## **Literaturverzeichnis**

**Bank for International Settlements (1986); Recent Innovations in International Banking, Basel.**

**Bank for International Settlements (1992); Recent Developments in International Interbank Relations, Basel.**

**Bank for International Settlements (1994a); A Discussion Paper on Public Disclosure of Market and Credit Risks by Financial Intermediaries, Basel.**

**Bank for International Settlements (1994b); Compendium of Annexes to the Report on Macroeconomic and Monetary Policy Issues Raised by the growth of Derivatives Markets, Basel.**

**Bank for International Settlements (1994c); Macroeconomic and Monetary Policy Issues Raised by the growth of Derivatives Markets, Basel.**

**Bank for International Settlements (1995); Issues of Measurement Related To Market Size And Makroprudential Risks in Derivative Markets, Basel.**

**Bank of Japan (1995); Empirical Analysis of the Information Content of Implied Volatilities, Quarterly Bulletin, Bd. 3 (1).**

**Bates, D.S. (1991); The Crash of '87: Was it Expected? The Evidence from the Options Markets, Journal of Finance, Bd. 46 (3), S. 1009 - 1044.**

**Beckers, S. (1981); Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of the Future Stock Price Variability, Journal of Banking and Finance, Bd. 5, S. 363-381.**

**Black, F. (1976); The Pricing of Commodity Contracts, Journal of Financial Economics, Bd. 3, S. 167 - 179.**

**Black, F., Scholes, M. (1972); The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency, Journal of Finance, Bd. 27, S. 399 - 417.**

- Black, F., Scholes, M. (1973); The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, Bd. 81(3), S. 637 - 654.
- Breeden, D.T., Litzenberger, R.H. (1978); Prices of State-contingent Claims Implicit in Option Prices, Journal of Business, Bd. 51 (4).
- Breuers, F. (1995); VDAX - eine Begegnung der dritten Art, Sparkasse, Jahrgang 112 (3), S. 118 - 120.
- Chirias, D.P., Manaster, St. (1978); The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency, Journal of Financial Economics, Bd. 6, S. 213 - 234.
- Cookson, R. (1993); Moving in the Right Direction, Risk, Bd. 6 (10), S. 22 - 26.
- Cox, J.C., Ingersoll, J.E., Ross, St.A (1981); The Relation Between Forward Prices and Futures Prices, Journal of Financial Economics, Bd. 9, S. 321 - 346.
- Cox, J.C., Ross, St. A. (1976); The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes, Journal of Financial Economics, Bd. 3, S. 145 - 166.
- Cox, J.C., Rubinstein, M. (1985); Option Markets, New Jersey.
- Crockett, A. (1995); Financial Innovation: Macro-economic and Macro-prudential Consequences, Kredit und Kapital, Jg. 28 (1), S. 46 - 61.
- Deutsche Bundesbank (1992); Zum Zusammenhang zwischen Geldmengen- und Preisentwicklung in der Bundesrepublik Deutschland, Monatsbericht, 44. Jahrgang (01), S. 20 - 29.
- Deutsche Bundesbank (1993); Bilanzunwirksame Geschäfte deutscher Banken, Monatsbericht, 45. Jahrgang (10), S. 47 - 69.
- Deutsche Bundesbank (1994); Geldpolitische Implikationen der zunehmenden Verwendung derivativer Finanzinstrumente, Monatsbericht, 46. Jahrgang (11), S. 41 - 57.
- Duffie, D. (1993); Security Markets, Stochastic Models, 3. Nachdruck, Boston u.a.

- Dumas, B. , Jennergren, L.P., Näslund, B. (1993); Realignment Risk and Currency Option Pricing in Target Zones, NBER Working Paper Nr. 4458.
- Feinstein, St.P. (1989); Forecasting Stock Market Volatility Using Options on Index Futures, abgedruckt in: Federal Reserve Bank of Atlanta (1993); Financial Derivatives, New Instruments and Their Uses.
- Garman, M.B., Kohlhagen, St. W. (1983); Foreign Currency Option Values, Journal of International Money and Finance, Bd. 2 (3), S. 231 - 237.
- Gemmill, G. (1993); Options Pricing, An International Perspective, London.
- H. Fastrich und S. Hepp (1991); Währungsmanagement international tätiger Unternehmen, Stuttgart.
- Hull, J.C. (1993); Options, Futures, and Other Derivative Securities, zweite Auflage, New Jersey.
- Hull, J.C. , White, A. (1987); The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities, Journal of Finance, Bd. 42 (2), S. 281 - 300.
- Issing, O., Bischofberger K. (1995); Derivate und Geldpolitik, Beitrag von Prof. Issing zur Tagung des Ausschusses für Geldtheorie und Geldpolitik im Verein für Socialpolitik, in Gerzensee (Schweiz), am 24. und 25. Februar 1995. Abgedruckt in: Deutsche Bundesbank (1995); Auszüge aus Presseartikeln, Nr. 15.
- Jarrow, R.A., Wiggins, J.B., (1989); Option Pricing and Implicit Volatilities, Journal of Economic Surveys, Bd. 3 (1); S. 59 - 81.
- Kumar, R., Shastri, K. (1990); The Predictive Ability of Stock Prices Implied in Option Premia, Advances in Futures and Options Research, Bd. 4, S. 165 - 176.
- Latane, H.A., Rendleman, R.J. Jr. (1976); Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices, Journal of Finance, Bd. 31, S. 369 - 381.
- Learner, E.E. (1983); Let's Take the Con Out of Econometrics, American Economic Review, Bd. 73 (1), S. 31 - 43.

- Lehrbass, F.B. (1994); Eine Einführung in die arbitragefreie Bewertung von Derivaten in stetiger Zeit am Beispiel europäischer Devisenoptionen, Kredit und Kapital, Bd. 27, S. 591 - 627.
- Levin, F., Schulte-Mattler, H. (1994); Zur Effizienz des Zins-Future-Marktes in der Bundesrepublik Deutschland, Finanzmarkt und Portfolio Management, 8. Jahrgang (1), S. 63 - 76.
- Liffe (1990); German Government Bond ('Bund') Futures and Options, London.
- Liffe (1994); EuroMark, London.
- Liffe (1995); LIFFE Bund Takes the Lead, DM Newsletter, Nr. 60 (15.06.1995), London.
- Malz, A.M. (1994); Using Option Prices to Estimate Ex Ante Realignment Probabilities in the European Monetary System, Diskussionspapier, Federal Reserve Bank of New York.
- Manaster, St., Rendleman, J.Jr. (1982); Option Prices as Predictors of Equilibrium Stock Prices, Journal of Finance, Bd. 37 (4); S. 1043 - 1057.
- Melick, W.R., Thomas, Ch.P. (1994); Recovering an Asset's Implied PDF From Option Prices: An Application to Crude Oil During the Gulf Crisis, Diskussionspapier, Federal Reserve Board, Washington.
- Merton, R.C. (1976); Option Pricing when the Underlying Stock Returns are Discontinuous, Journal of Financial Economics, Bd. 3, S. 125 - 144.
- Murphy, G. (1994); When Option Price Theory Meets the Volatility Smile, Euromoney, 1994 (März), S. 66 - 74.
- Pinkava, P. (1994); A New Way to Look at Options - Implied Probability Distributions, in: Liffe (Hrsg.) (1994); Money Market Review, Nr. 1/94.
- Rubinstein, M. (1994); Implied Binomial Trees, Journal of Finance, Bd. 49, S. 771 - 818.

- Schlittgen, R. (1990); **Einführung in die Statistik, Analyse und Modellierung von Daten, 2., völlig überarbeitete Auflage, München, Wien.**
- Schmalensee, R., Trippi, R.R. (1978); **Common Stock Volatility Expectations Implied by Option Premia, Journal of Finance, Bd. 33, S.129-147.**
- Schweizerischer Bankverein (1990); **Financial Futures und Optionen, Der Einsatz moderner Finanzinstrumente durch Portfolio-Manager und Treasurer.**
- Scott, L.O. (1992); **The Information Content of Prices in Derivative Security Markets, IMF Staff Papers, Bd. 39 (3), S. 596 - 625.**
- Shimko, D.C. (1991); **Beyond Implied Volatility: Probability Distributions and Hedge Ratios Implied by Option Prices, Diskussionspapier, Los Angeles.**
- Shimko, D.C. (1993); **Bounds of Probability, Risk, Bd. 6 (4); S. 33 - 37.**
- Stephenson, G. (1973); **Mathematical Methods for Science Students, zweite Auflage, Essex.**
- Usczapowski, I. (1993); **Optionen und Futures verstehen, Grundlagen und neuere Entwicklungen, 2., erweiterte Auflage, München.**
- Whaley, R.E. (1986); **Valuation of American Futures Options: Theory and Empirical Tests, Journal of Finance, Bd. 41 (1), S. 127-150.**

## Anhang

### Ausgewählte Formeln

$$1) \text{ FED60: } \quad (\text{A1}) \text{ FED60} = \sum_{L=0}^4 \omega_L \cdot \text{CALL}_L \quad \text{mit } \omega_L = \frac{\left(\frac{Y}{60}\right)^L}{\sum_{i=0}^4 \left(\frac{Y}{60}\right)^i} .$$

$\omega_L$ : Gewicht der impliziten Volatilität (CALL) vor L Tagen

L: Lag (in Tagen)

Y: Restlaufzeit der Option (60, 40 und 20 Tage)

$$2) \text{ FED80: } \quad (\text{A2}) \text{ FED80} = \sum_{L=0}^4 \omega_L \cdot \text{CALL}_L \quad \text{mit } \omega_L = \frac{\left(\frac{Y}{80}\right)^L}{\sum_{i=0}^4 \left(\frac{Y}{80}\right)^i} .$$

$\omega_L$ : Gewicht der impliziten Volatilität (CALL) vor L Tagen

L: Lag (in Tagen)

Y: Restlaufzeit der Option (60, 40 und 20 Tage)

**Bisher erschienen in der vorliegenden Schriftenreihe:**

<b>Mai</b>	<b>1995</b>	<b>Der DM-Umlauf im Ausland</b>	<b>Franz Seitz</b>
<b>Juni</b>	<b>1995</b>	<b>Methodik und Technik der Bestimmung struktureller Budgetdefizite</b>	<b>Gerhard Ziebarth</b>
<b>Juli</b>	<b>1995</b>	<b>Der Informationsgehalt von Derivaten für die Geldpolitik – Implizite Volatilitäten und Wahrscheinlichkeiten</b>	<b>Holger Neuhaus</b>
<b>August</b>	<b>1995</b>	<b>Das Produktionspotential in Ostdeutschland</b>	<b>Thomas Westermann</b>